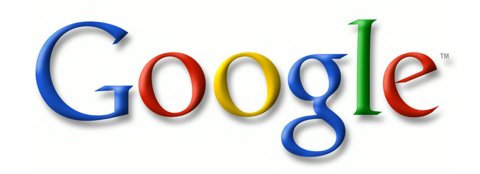
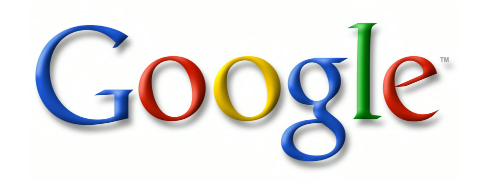

Google




Eng 13



NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1831.

IMPRIMERIE DE BACHELIER,
rue du Jardinet, n° 12.

NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1831;

PAR ARTHUR MORIN,
CAPITAINE D'ARTILLERIE.



PARIS,
BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE POUR LES SCIENCES,
QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

1832

INSTITUT DE FRANCE.

ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

RAPPORT

Sur un Mémoire concernant de nouvelles Expériences sur le Frottement, présenté à l'Académie des Sciences, le 12 décembre 1831, par M. MORIN, *Capitaine d'artillerie.*

Commissaires, MM. POISSON, ARAGO et NAVIER.

LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE

Certifie que ce qui suit est extrait du procès-verbal de la séance du lundi 26 mars 1832.

L'Académie a entendu avec beaucoup d'intérêt la lecture qui lui a été faite par M. MORIN, du précis des résultats qu'il a obtenus. Ces recherches nouvelles ont un objet fort important pour la physique et pour les arts mécaniques, et les procédés qui ont été employés par l'auteur sont très remarquables, et semblent propres à donner aux expériences de ce genre une exactitude et une précision supérieures.

Les résistances provenant des frottemens sont une des causes principales des pertes de force qu'il n'est pas possible d'éviter

dans l'usage des machines. Il paraît que les premiers essais faits pour en apprécier l'influence sont dus à Amontons, dont l'écrit est inséré dans les Mémoires de l'ancienne Académie des Sciences pour l'année 1699. D'après les conclusions de cet habile physicien, la résistance du frottement est indépendante de l'étendue des surfaces en contact, ce qui a été confirmé depuis : de plus, cette résistance est à peu près la même pour diverses substances, telles que le bois, le fer, le cuivre, le plomb, etc., quand les surfaces sont enduites de vieux-oing ; et sa valeur est environ le tiers de la pression exercée par l'un des corps sur l'autre.

Ces résultats ont servi long-temps de guide aux mécaniciens. Mais Coulomb ayant donné, à l'occasion d'un prix proposé par l'Académie des Sciences en 1781, un travail très étendu contenant des expériences nombreuses et variées, soit pour l'appréciation des frottemens, soit pour celle de la raideur des cordes, les règles nouvelles qui en ont été déduites ont été généralement admises.

Le travail dont il s'agit, publié en 1785 dans le tome X des *Savans étrangers*, a reçu du nom si justement célèbre de son auteur, une grande autorité ; et néanmoins, si l'on doit s'en rapporter aux observations présentées par M. Morin, une partie des résultats qu'il contient devrait être entièrement rejetée.

Les procédés d'observation employés par Coulomb consistaient à faire glisser horizontalement l'un des corps sur l'autre, au moyen d'un poids suspendu à une corde, passant sur une poulie. La vitesse du mouvement était appréciée d'après les temps employés par le corps glissant, à parcourir les deux moitiés d'un espace de six pieds de longueur, et souvent même de quatre pieds de longueur seulement.

Les résultats présentent d'assez grandes inégalités, et ne sont pas assez nombreux en général, dans chaque série d'expériences, pour donner aux conclusions une entière certitude.

Tels qu'ils sont, ils ont mis toutefois l'auteur à même d'énoncer les lois générales du phénomène, qui consistent surtout en ce

que la résistance due au frottement des corps solides est proportionnelle à la pression exercée par l'un des corps contre l'autre, et indépendante de l'étendue des surfaces en contact et de la vitesse du mouvement. Il paraît même, d'après les nouvelles observations, que ces lois sont plus généralement exactes et moins sujettes à quelques exceptions, que Coulomb lui-même ne l'avait pensé.

Ce physicien paraît être le premier qui ait reconnu la nécessité de distinguer dans l'évaluation du frottement le cas d'un mouvement continu et celui où les deux surfaces qui avaient été en contact pendant quelque temps, se séparent et commencent à glisser l'une sur l'autre. Mais les évaluations numériques de l'intensité du frottement qui sont données dans son Mémoire, pour les deux cas dont il s'agit, ne sont nullement confirmées par les résultats obtenus par M. Morin.

On trouve dans le volume des *Transactions philosophiques* de la Société royale de Londres, pour l'année 1785, des recherches expérimentales du docteur Vince, dont les résultats ne s'accordent pas entièrement avec ceux de Coulomb. Ces expériences étant faites fort en petit, ne paraissent pas de nature à fixer les idées sur cette matière. Nous en dirons autant à l'égard des expériences plus récentes données par M. Georges Rennie, dans le volume de la même collection, pour l'année 1829. Les moyens d'observation étaient à peu près semblables à ceux que Coulomb avait employés. Les résultats généraux sont aussi à peu près les mêmes, aussi bien que les principales évaluations numériques. On remarque parmi ces dernières la mesure du frottement des patins d'acier glissant sur la glace, pour laquelle l'auteur a trouvé divers résultats compris entre la 24ᵉ et la 70ᵉ partie de la pression. Cette résistance serait bien inférieure à toutes celles qui ont été observées, même dans le cas des métaux les plus durs et les mieux polis.

A l'égard des observations faites par M. Morin, dont les résultats sont exposés dans le Mémoire présenté le 12 décembre 1831, et dans une note additionnelle déposée le 6 février dernier, elles se

distinguent par diverses circonstances d'après lesquelles elles paraissent devoir donner des évaluations plus exactes et plus assurées que toutes celles qui avaient été présentées jusqu'ici.

1°. On a fait parcourir au traîneau un espace beaucoup plus grand (près de 4 mètres), ce qui a permis de reconnaître avec plus de certitude la nature du mouvement imprimé.

2°. L'effort exercé sur le traîneau, par lequel le frottement était surmonté, pouvait être évalué d'après la connaissance du poids descendant, en ayant convenablement égard à la résistance provenant du frottement et de l'inertie de la poulie de renvoi et de la raideur de la corde. L'auteur a fait effectivement avec beaucoup de soin cette évaluation, en déterminant les résistances dont nous venons de parler par des observations spéciales. Mais de plus, toutes les valeurs successives par lesquelles l'effort exercé sur le traîneau a passé, pendant la durée de chaque expérience, ont été observées directement au moyen d'un appareil ingénieux, dont l'idée a été donnée à l'auteur par M. Poncelet, officier du génie militaire, et professeur à l'École d'application de l'Artillerie et du Génie. Cet appareil consiste dans un ressort par lequel l'effort dont il s'agit est transmis, et qui porte un style mobile dont la position varie suivant la tension de ce ressort. Pendant que le ressort est en jeu, un disque emporté comme lui par le mouvement de translation du traîneau, et mu circulairement par l'effet de ce mouvement même, reçoit la trace du style, et conserve ainsi une empreinte fidèle de toutes les variations qui peuvent survenir dans la tension de la corde par laquelle le traîneau est constamment sollicité. Ces deux procédés, tout-à-fait distincts, se sont exactement accordés pour donner les mêmes évaluations de la tension dont il s'agit.

3°. La nature du mouvement imprimé au traîneau a été observée avec une exactitude non moins grande, par un moyen analogue au précédent. Ce dernier procédé consiste dans l'emploi d'un appareil d'horlogerie placé dans une position fixe, et qui imprime à un style un mouvement régulier, par lequel il décrit, avec une

vitesse constante et vérifiée à chaque expérience, un cercle de $0^m,14$ de diamètre. Un disque est fixé sur l'axe de la poulie de renvoi à laquelle la descente du poids moteur imprime un mouvement de rotation qui est toujours dans une relation déterminée avec le mouvement de translation du traîneau : une feuille de papier placée sur ce disque reçoit l'empreinte du style. La courbe tracée affecte diverses figures, dont la nature est déterminée par la combinaison du mouvement propre et régulier du style, et du mouvement, quelquefois uniforme et plus souvent variable, imprimé au traîneau et à la poulie par le poids moteur et les résistances qu'il doit surmonter. La réussite de ces procédés délicats a exigé beaucoup d'études et de soins. L'auteur forme ses styles avec un pinceau délié, imprégné d'encre de la Chine. Le tracé des courbes obtenues dans les expériences, dont un grand nombre ont été mises sous les yeux de l'Académie, présente une finesse et une régularité extrêmes, et ne laisse évidemment aucune incertitude sur l'appréciation des résultats qu'elles sont destinées à faire connaître.

Les frottemens étudiés jusqu'à présent par M. Morin, sont ceux des bois secs ou mouillés d'eau, glissant les uns sur les autres; du fer, du cuivre, du cuir et des cordages glissant à sec ou mouillés sur le bois de chêne. Les élémens des observations ont varié dans des limites plus étendues que cela n'avait eu lieu dans les expériences de Coulomb. Les vitesses ayant été au-delà de 3^m par seconde, l'étendue des surfaces en contact jusqu'à 30 décimètres carrés, et les pressions jusqu'à plus de 1100^k. Dans toutes les expériences, les mouvemens observés ont été rigoureusement uniformes, ou uniformément accélérés, ou uniformément retardés, ce qui indique évidemment que la résistance due au frottement est constante et indépendante de l'intensité de la vitesse. De plus, cette résistance a été trouvée également indépendante de l'étendue des surfaces en contact, et exactement proportionnelle à la pression.

Les lois générales annoncées par Coulomb se trouvent ainsi confirmées, et, comme on l'a dit ci-dessus, les résultats des expériences, au moins pour les circonstances dans lesquelles les obser-

vations ont été faites, c'est-à-dire pour les cas où les corps sont secs ou mouillés d'eau, et où on n'emploie point d'enduits gras, donnent lieu de penser que les lois dont il s'agit doivent être regardées comme étant exactement conformes aux effets naturels, et non plus comme des règles approchées dont on pouvait faire usage dans les applications aux arts sans s'exposer à des erreurs dangereuses.

L'auteur a reconnu, aussi bien que Coulomb, la nécessité de distinguer l'effort instantané nécessaire pour séparer deux surfaces qui ont été pendant quelque temps en contact, et l'effort continu qui s'exerce pendant le glissement. Le premier de ces deux efforts est généralement plus grand que le second. Il paraît d'ailleurs que sa valeur ne présente pas la même constance et la même régularité, qu'elle varie d'après quelques circonstances accidentelles, et qu'elle ne peut être fixée avec le même degré de précision. De plus, M. Morin a observé un fait remarquable, qui consiste en ce que toutes les fois que le traîneau en repos est sollicité par un effort assez grand pour surmonter le frottement qui aurait lieu dans un mouvement continu, mais trop petit pour causer la première séparation des surfaces en contact, un léger ébranlement donné à l'appareil suffit pour déterminer le départ du corps glissant. Il résulte de cette remarque que lorsqu'il s'agit d'apprécier les efforts qui doivent maintenir dans un état d'équilibre une construction exposée à quelques secousses, il ne conviendrait pas, en général, d'attribuer à la résistance due au frottement une intensité plus grande que celle qui se manifeste dans le cas d'un mouvement continu.

A l'égard des valeurs absolues trouvées dans les expériences pour le rapport du frottement à la pression, elles s'écartent beaucoup des résultats qui ont été donnés par Coulomb, et conduisent à attribuer à la résistance dont il s'agit une intensité bien plus grande. Ainsi, d'après M. Morin, le frottement des bois glissant à sec sur les bois, ou du fer glissant sur le bois de chêne, présente, dans le cas d'un mouvement continu, des valeurs comprises entre les $\frac{32}{100}$

et les $\frac{62}{100}$ de la pression; tandis que, d'après COULOMB, le même frottement présente des valeurs comprises entre les $\frac{7}{100}$ et les $\frac{17}{100}$ de la pression. Les différences de ces résultats ne peuvent évidemment être attribuées à des erreurs dans les observations : il faut nécessairement admettre que les deux observateurs n'ont pas opéré dans des circonstances semblables.

M. MORIN remarque que dans le frottement des bois sur les bois ou des métaux sur les bois, quand il n'existe aucun enduit gras, un glissement répété ne polit pas les surfaces; au contraire les surfaces s'usent réciproquement, et cette altération se manifeste par la formation de grains qu'il faut enlever de temps en temps pour que la nature des résultats ne soit pas changée. Il n'en est plus de même lorsque les surfaces des corps glissans ont été imprégnées, même légèrement, de corps gras, et l'intensité du frottement en est considérablement diminuée. L'auteur croit pouvoir expliquer par cette remarque le peu d'accord qui se trouve entre les résultats qu'il a obtenus et ceux qu'avait donnés COULOMB. Il suppose que dans les expériences qui sont présentées par ce célèbre physicien comme étant faites avec des bois ou des métaux glissant à sec les uns sur les autres, on a pu employer des corps qui avaient été enduits de graisse dans des expériences antérieures, et que l'on s'était contenté d'essuyer, tandis qu'il aurait fallu renouveler entièrement les surfaces. Nous nous abstiendrons de porter sur ce sujet un jugement pour lequel il serait nécessaire que nous eussions fait nous-mêmes des recherches spéciales auxquelles nous ne sommes point à portée de nous livrer.

Quelle que soit d'ailleurs l'explication qui sera donnée de la discordance dont il s'agit, le travail présenté par M. MORIN paraît mériter une grande confiance, soit par le nombre et l'étendue des observations, soit par l'accord des résultats, soit enfin par la nature des procédés nouveaux et remarquables qui ont été employés.

Il serait superflu d'insister ici sur l'importance des recherches de ce genre pour le progrès des sciences physiques, des arts, des constructions et de la mécanique proprement dite, aussi bien que

sur l'utilité véritable des soins et des dépenses que ces recherches exigent, et qui ont été faites sur les fonds publics par les ordres du ministre de la guerre. Nous pensons que l'Académie doit accorder son approbation au travail présenté par M. Morin, en ordonner l'insertion dans le Recueil des Savans étrangers, et l'encourager par son suffrage à continuer ses recherches et à leur donner toute l'étendue qu'il lui sera possible.

Signé à la minute, POISSON, ARAGO, NAVIER *rapporteur*.

Les conclusions de ce rapport sont adoptées par l'Académie.

Certifié conforme :

Le Secrétaire perpétuel,
Pair de France, Conseiller d'État, Grand-Officier de l'ordre royal de la Légion-d'Honneur,

Bon CUVIER.

TABLE DES MATIÈRES

DES

NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT,

Faites à Metz en 1831, *par* Arthur Morin.

Pages.

NOTES.

FIN DE LA TABLE.

NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1831.

NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1831;

PAR ARTHUR MORIN,

Capitaine d'Artillerie.

Les expériences dont je me propose, dans ce Mémoire, de présenter la description et quelques résultats, ont été projetées dès la fin de 1829, sur l'invitation de M. le colonel Nacquart, alors commandant en second l'École d'Application; et dès cette époque je commençai à m'occuper de la disposition de l'appareil à employer, et de la recherche d'un local convenable. Après m'être arrêté aux moyens d'observation qui seront décrits plus loin, et avoir obtenu de la Direction d'Artillerie l'autorisation de disposer de la Halle des fontes de l'ancienne fonderie, je fis commencer au printemps de 1830 la construction de toutes les parties de l'appareil; mais la multiplicité des travaux que les ateliers de l'École ont à exécuter apporta

à leur achèvement des retards, qui, joints à ceux que j'éprouvai de la part de l'horloger chargé d'exécuter l'instrument destiné à la mesure des temps, ne me permirent de faire aucune expérience dans le courant de cette année. Ce ne fut qu'au mois de mai 1831 que je pus entreprendre les premiers essais, qui furent suivis sans interruption jusqu'au milieu de septembre, époque à laquelle les fonds qui avaient été alloués cette année se sont trouvés entièrement dépensés.

Le but principal que je me proposais était de compléter les expériences déjà connues sur le frottement de glissement, en les étendant aux divers corps employés dans les machines de l'Artillerie et de l'Industrie; de rechercher les lois et la valeur du frottement de roulement, et occasionellement de vérifier les lois et les résultats annoncés par Coulomb dans son *Mémoire sur la Théorie des Machines simples*. Cette vérification était d'autant plus nécessaire, que depuis quelque temps plusieurs physiciens et artistes habiles ont élevé des doutes sur l'exactitude des lois établies par ce célèbre ingénieur.

Il faut convenir, en effet, que les moyens d'observation employés par Coulomb n'étaient pas propres à lui fournir des données bien exactes pour la détermination des lois du mouvement des corps glissant les uns sur les autres, et que les résultats immédiats qu'il a rapportés dans son Mémoire, et d'où il a conclu les lois du frottement, ne sont pas assez d'accord entre eux pour inspirer une entière confiance. De plus, Coulomb, opérant dans un arsenal de la Marine, a borné ses recherches aux cas qui intéressent

ce service, et il existe dans son travail plusieurs lacunes que les Arts mécaniques ont besoin de voir remplir.

Un physicien anglais, M. Georges Rennie, a entrepris ce travail, et a publié dans les *Transactions philosophiques de la Société Royale de Londres,* pour 1829, le résultat de ses expériences, mais il y règne beaucoup d'incertitude sur divers points.

J'ai donc été conduit naturellement à refaire une partie des expériences de Coulomb; et adoptant à peu près le même ordre que lui, j'ai commencé par le frottement des surfaces glissant les unes sur les autres sans enduit. Les moyens d'observation que j'ai employés, et dont je dois l'idée première à M. le commandant Poncelet, ont, comme on le verra, l'avantage d'une assez grande précision; mais le relèvement des courbes qu'ils fournissent est long et minutieux, ce qui ne m'a pas permis d'étendre ces recherches à un aussi grand nombre de corps différens que je l'aurais voulu. Dans le cours de cette année j'ai soumis à l'expérience et fait glisser sur du chêne sec et sans enduit, dont les fibres étaient parallèles à la direction du mouvement, le chêne, l'orme, le sapin, le frêne, le hêtre, le poirier sauvage, le sorbier, le chanvre en corde, en sangle et en tresse, le cuir de bœuf noir corroyé employé pour courroies de transmission, le cuir de bœuf tanné sec employé pour la garniture des pistons, le fer forgé, la fonte, le cuivre jaune; et pour la plupart de ces corps, j'ai fait varier la direction des fibres par rapport au sens du mouvement, l'étendue des surfaces, la pression et la vitesse.

J'offre dans ce Mémoire les résultats de ces expériences

de l'année 1831, et j'espère qu'ils paraîtront assez intéressans pour que le Ministre de la guerre veuille bien me mettre à même de continuer en 1832 ces recherches, qui ne sont encore qu'entreprises.

MÉMOIRE

SUR DE NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1831.

Description de l'Appareil adopté pour les expériences; mode d'observation.

Emplacement et disposition générale.

1. M. le colonel Évain, directeur d'Artillerie à Metz, ayant bien voulu m'autoriser à disposer du local de l'ancienne fonderie, j'ai profité des avantages qu'offre cet emplacement pour y établir l'appareil dont je vais donner une description, que l'examen des dessins complétera.

Près des deux grands fourneaux à réverbère de la fonderie, la halle est pavée en dalles de pierre, assez exactement de niveau, et qui offrent un sol ferme et solide pour l'assiette du banc horizontal sur lequel on faisait marcher les pièces en expérience. Ce banc, dont la direction est perpendiculaire à l'un des côtés de la fosse, et parallèle à la face de coulée des fourneaux (Pl. 1 et Pl. 2, fig. 1), se compose de deux longs gîtes AA en chêne,

de $0^m,30$ d'équarrissage, parallèles entre eux, et distans d'axe en axe de $0^m,80$. Ils ont $7^m,90$ de longueur, dont $1^m,60$ environ au-delà du bord de la fosse. Sur le sol de la halle, les gîtes reposent par embreuvement sur sept seuils en chêne, de $0^m,25$ de largeur sur $0^m,10$ de hauteur, espacés entre eux de $0^m,75$ environ; de sorte que, sous les plus fortes charges, ils ne peuvent prendre qu'une flexion insensible.

L'extrémité des gîtes, la plus éloignée de la fosse, dépasse de $1^m,40$ les marches qui communiquent de la halle des fontes à la moulerie en terre; et ils sont soutenus, dans toute cette longueur, par de fortes pièces de bois qui les empêchent de se courber sous les plus grandes pressions employées. Le sol de la moulerie étant un peu inférieur à celui de la halle, on a pu, vers cette extrémité du banc, disposer l'appareil destiné à déterminer le départ des pièces glissantes, et que je décrirai plus loin.

La partie des gîtes AA qui dépasse le bord de la fosse est assemblée par embreuvement avec quatre poteaux en sapin B, qui descendent jusqu'au fond de la fosse à $5^m,30$ environ au-dessous du sol de la halle, et dont les pieds sont reçus dans un cadre en chêne qui leur sert de base. Ces poteaux s'élèvent et se prolongent de $1^m,80$ environ au-dessus du sol; vers le haut ils sont réunis par un système de moises boulonnées. A l'endroit où ils se croisent avec les gîtes, ils sont aussi liés à ces pièces par des boulons, de sorte que le système général de cette charpente offre une très grande solidité.

Sur la face supérieure des gîtes, mise de niveau dans le sens transversal et dans le sens longitudinal, sont fixées les pièces ou semelles CC, sur lesquelles on fait glisser les corps soumis à l'expérience. Ces semelles peuvent s'enlever et se remplacer à volonté. Dans les essais de

1831, elles ont été formées de deux pièces de chêne de $0^m,07$ d'épaisseur et de $0^m,11$ de largeur à la face supérieure, exactement parallèles entre elles, et fixées sur les gîtes par des vis à bois de $0^m,08$. Après leur pose, on en a dressé les faces supérieures avec le plus grand soin, et on les a mises dans le même plan horizontal, à l'aide d'un niveau à bulle d'air.

Traîneau.

2. Un plateau en chêne DD, forme le corps du traîneau, sous lequel sont fixées, à l'aide de vis à bois, les bandes de frottement EE soumises à l'expérience. Une caisse en chêne, solidement construite, repose sur le plateau DD, et reçoit des boulets de 24, dont chacun a été pesé à part et porte écrit son poids réel, et non pas celui qui correspond au calibre. Un autre plateau, en chêne FF, est soutenu entre les quatre montans BB, à une hauteur convenable, au moyen de quatre taquets. Dans son milieu, il est percé d'une ouverture et reçoit deux supports en fonte GG, garnis de coussinets en sorbier, sur lesquels repose l'axe en fer d'une poulie H, en chêne.

Caisse descendante.

3. Sur cette poulie passe une corde I, fixée d'un bout au traîneau D, et supportant à l'autre la caisse descendante K, dans laquelle se place le poids moteur. Le dessous de la caisse K est élevé de 3 à 4 mètres au-dessus du fond de la fosse, selon la longueur qu'on laisse à la corde I.

On conçoit facilement à présent que la caisse descendante, étant suffisamment chargée, fait glisser le traîneau D. Lorsqu'elle arrive au fond de la fosse, elle tombe sur une

couche épaisse de copeaux qui amortit la violence du choc. Dès qu'elle y est parvenue, le traîneau D ne marche plus qu'en vertu de sa vitesse acquise; mais afin d'empêcher qu'il n'arrive jusqu'aux montans B et ne les heurte fortement, ce qui compromettrait la sûreté des appareils, on a fixé au sommet de ces montans deux pièces courbes en frêne L, destinées à faire fonction de ressorts et à recevoir le choc, qu'elles amortissent. De plus, en réglant convenablement la longueur de la corde, on est toujours maître de faire parvenir la caisse au fond de la fosse avant que le traîneau n'arrive aux ressorts, ce qui permet de diminuer à volonté l'effort qu'ils supportent. Il résulte de cette disposition que, même dans les grandes vitesses et avec de grandes masses en mouvement, l'appareil n'éprouve pas de secousses capables de le détraquer.

Moyens employés pour produire le départ.

4. L'effort nécessaire pour détacher deux corps en contact depuis un certain temps étant, pour quelques-uns, plus grand que celui qui suffit pour entretenir le mouvement une fois produit, j'ai dû chercher une disposition qui permît, dans une même expérience, de les observer tous les deux séparément; à cet effet, j'ai d'abord employé le moyen suivant.

Petite caisse. (Fig. 7.)

La caisse descendante K a été disposée de manière à pouvoir recevoir, sur ses deux extrémités, deux autres petites caisses M, qui y étaient simplement posées, et dont la longueur était telle, que dans la descente elles étaient nécessairement arrêtées par deux traverses N, fixées aux deux montans B d'un même côté. On voit qu'il

était alors facile de régler la hauteur de ces caisses M au-dessus des traverses, de manière à les arrêter à volonté, et que le mouvement du traîneau D n'était continué que par la charge constante de la caisse K. Au moyen de la vis qui traverse l'étrier Q, on pouvait, après avoir mis la corde I à la longueur convenable, faire varier la hauteur des caisses M au-dessus des traverses fixes N, d'une quantité suffisante pour imprimer au traîneau une vitesse notable.

Cette disposition a été employée dans les premières expériences sur le frottement du chêne sur le chêne; mais on n'a pas tardé à s'apercevoir qu'elle avait, dans certains cas, un inconvénient que je ferai sentir plus loin, et on lui a substitué la suivante.

Levier coudé.

Sous le traîneau, dans la direction de l'axe du banc et vers l'arrière, on a placé un taquet *a* (Pl. 2, fig. 1) solidement fixé et garni d'un talon en fer *b* (Pl. 3), terminé par une face verticale perpendiculaire à la direction du mouvement à imprimer au traîneau. Entre les gîtes A et près de leurs extrémités, on a fixé une traverse *g* portant deux coussinets en fer *h*, sur lesquels repose l'axe d'un levier coudé à angle droit *ced*. La branche *ce*, verticale ou à peu près dans la position du repos, est terminée par un arc de développante d'un cercle de $0^m,10$ de rayon, et presse contre le talon *b*. La branche horizontale porte deux arcs de cercle, dont le centre est en *e*, et sur l'un ou l'autre desquels s'enveloppe un bout de sangle, fixé par une extrémité au sommet de l'arc, et portant à l'autre une petite caisse *f*, que l'on chargeait de poids. On voit qu'au moyen de cette disposition, et du rapport connu entre le rayon de l'arc employé et celui du cercle développé, on pouvait, à

l'aide de charges assez faibles placées dans la petite caisse *f*, exercer un grand effort sur le traîneau pour le détacher, et que, pendant la durée du contact de la courbe du petit levier avec le talon, le rapport des efforts restait constant. Le levier *ced* était arrêté dans sa descente par une traverse *i*; et en mesurant avant le départ sa hauteur audessus de cette traverse, on pouvait facilement calculer la portion de la course du traîneau, pendant laquelle le levier avait agi concurremment avec la caisse descendante K.

Plus tard enfin, l'expérience ayant montré que, pour déterminer le départ du traîneau, il n'était pas nécessaire d'exercer un effort supérieur au frottement pendant le mouvement, mais qu'un simple ébranlement suffisait pour l'occasioner, on a cessé, dans une partie des expériences, de faire usage du levier *ced*.

Moyen d'assurer la direction du traîneau pendant sa course.

5. Malgré le soin que l'on apportait à faire en sorte que la corde qui tire le traîneau agît dans le prolongement de son axe, il eût été impossible d'empêcher des déviations latérales assez grandes, pendant le mouvement, sans un appareil destiné à assurer sa direction. En effet, on pouvait bien diriger la corde dans le plan vertical de l'axe de figure du traîneau parallèle au mouvement; mais cela n'eût pas empêché que le centre de gravité ne se trouvât d'un côté ou de l'autre de ce plan : de plus, la manière de répartir la charge variable du traîneau, une légère erreur dans la pose des bandes frottantes, de petites différences dans l'intensité du frottement à divers endroits des semelles, suffisaient pour occasioner des déviations sensibles. Pour éviter cet inconvénient, qui altérait l'étendue

des surfaces en contact, et qui d'ailleurs pouvait amener des accidens, j'ai adopté la disposition suivante.

A l'arrière du traîneau a été fixée une longue latte en sapin, fort légère, pesant 0^{k},596 le mètre courant, à laquelle on avait donné 0^{m},018 d'épaisseur, sur une largeur de 0^{m},06, afin qu'elle offrît une assez grande résistance à la flexion dans le sens horizontal (Pl. 1 et 2, fig. 1). A l'extrémité arrière des gîtes s'élèvent deux montans réunis par un chapeau, sous lequel sont trois rouleaux cylindriques, l'un horizontal, destiné à soutenir la latte, les deux autres verticaux, ayant pour objet de la maintenir latéralement. A 1^{m},50 et à 3 mèt. en arrière se trouvent deux autres systèmes analogues de rouleaux, dans le même but. Le milieu des rouleaux horizontaux est placé très exactement dans le prolongement de l'axe des gîtes et du banc. On conçoit facilement que cette latte, constamment maintenue pendant toute la course entre les rouleaux verticaux, devait contribuer à empêcher toute déviation sensible du traîneau.

Afin d'éviter que la pression latérale qu'elle pouvait exercer n'occasionât un frottement capable d'agir sensiblement en sens contraire du mouvement du traîneau, on a eu soin de donner à ces rouleaux un diamètre de 0^{m},05, et un petit axe en fer de 0^{m},003 de diamètre; l'expérience a montré qu'un très faible effort exercé directement à la main sur la latte, perpendiculairement à sa direction, suffisait pour empêcher le traîneau de dévier. Par conséquent, la pression sur ces rouleaux n'était jamais assez considérable pour qu'il en résultât une résistance capable d'influer d'une manière appréciable sur les résultats. C'est, du reste, ce que démontrent des expériences spéciales faites à ce sujet, et consignées dans la note première.

Outre l'avantage d'assurer la marche du traîneau, l'emploi de cette *queue* a offert celui de rendre sa charge à peu près constante pendant une même expérience. La corde que l'on a employée est une natte méplate tressée à seize brins; cette forme a été adoptée pour qu'elle eût, à force égale, plus de souplesse; elle pèse $0^k,30$ le mètre courant. On conçoit, d'après la disposition de l'appareil, que, dans toutes les expériences, cette corde doit être assez tendue pour qu'on puisse la regarder comme une ligne droite; la moitié du poids de la portion comprise entre la poulie et le traîneau s'ajoute donc à la charge de celui-ci. De même la moitié du poids de la portion de la queue comprise entre l'arrière du traîneau et le premier rouleau horizontal s'ajoute au poids du traîneau; et comme la longueur de corde diminue de la même quantité que la longueur de queue augmente, il se fait une sorte de compensation que j'ai d'abord cherché à rendre exacte, ce qui était facile; mais comme il en est résulté des dimensions trop faibles pour la queue, il a fallu se contenter d'une approximation suffisante. D'après les dimensions adoptées, l'augmentation de poids que le traîneau reçoit de la corde et de la queue est, au départ, de. $0^k,977$
et à l'arrivée, après une course de 3 mètres passés, de . . . . $1^k,383$
d'où résulte une charge moyenne de . . . . . . $1^k,165$
différant en plus et en moins des extrêmes de. $0^k,218$
au plus. Cette différence est assez petite pour que l'on ait pu admettre que le poids du traîneau est, dans toutes les expériences, augmenté par la corde et la queue d'une quantité constante égale à $1^k,165$.

Pour le cas où les semelles et les bandes de frottement auront une très petite largeur, on a disposé en avant du traîneau un système de rouleaux semblables pour guider

une autre queue directrice; mais on n'a pas été dans le cas de s'en servir cette année.

Dispositions pour remonter les caisses et ramener le traîneau.

6. Pour remonter la caisse descendante et ramener le traîneau en arrière quand on le pouvait, sans altérer sensiblement les surfaces frottantes, on a placé en arrière du banc un vindas et une paire de palans équipés à quatre brins (fig. 1, Pl. 1 et 2). Le palan fixe était amarré à la traverse antérieure du vindas, le palan mobile s'accrochait à la corde ou au traîneau, et le garant s'enroulait sur le treuil du vindas. Au moyen de cette disposition, deux hommes pouvaient facilement produire sur le traîneau un effort de 6 à 800 kil., pour le ramener, et remonter en même temps la caisse.

Mesure des tensions.

7. Tel est l'ensemble général de l'appareil employé aux expériences : passons maintenant à la description détaillée des moyens mis en usage pour mesurer l'effort exercé, pendant le mouvement, sur le traîneau par la corde I ou sa tension, et déterminer la relation des espaces parcourus au temps, ou la loi du mouvement. Pour y parvenir, j'ai mis à exécution une idée qui m'a été suggérée par M. Poncelet, et qui consiste à mesurer la tension de la corde avec un dynamomètre, combiné d'une part avec le mouvement propre du traîneau, et de l'autre avec un mouvement uniforme produit par un instrument particulier. Je vais décrire en détail la manière dont j'ai mis en œuvre cette pensée féconde et ingénieuse que M. Poncelet se proposait d'appliquer à la mesure du tirage des voitures, des quantités d'action livrées aux

pièces des machines, et à une foule d'autres recherches intéressantes.

Il ne suffisait pas d'interposer, entre le traîneau et la corde I, un ressort dont les flexions connues indiquassent la tension variable ou constante de cette corde : la difficulté de mesurer ces flexions, pendant le mouvement, exigeait qu'on obtînt une trace permanente de leurs variations. A cet effet j'ai composé le ressort de deux branches *aa* et *bb* (Pl. 3, fig. 1 et 2), dont les dimensions ont été déterminées par le calcul (*). La branche postérieure *bb*, ou la plus rapprochée du traîneau, est fixée à une patte *c* dont l'extrémité, en forme de mâle de charnière, s'engage dans celle d'une fourche *dd*, fixée au plateau DD du traîneau. Un boulon traverse ces deux pièces, et leur permet un mouvement latéral à frottement doux, pour faciliter le redressement des directions, dans le cas où celle de la corde ne serait pas exactement la même que celle de l'axe du traîneau. Les deux branches du ressort sont terminées par des oreilles percées de trous, qui reçoivent de petits boulons au moyen desquels deux brides transversales, l'une en-dessus, l'autre en-dessous, relient ces deux branches en leur conservant l'indépendance des petits mouvemens; ce qui contribue aussi au redressement des directions. Dans un premier essai de construction d'un ressort pareil, on avait cherché à réunir les deux branches à leurs extrémités par une charnière simple; mais les variations de dimensions produites par la trempe en ont fait voir la difficulté, et ont conduit à l'assemblage adopté.

La branche antérieure *aa* porte un anneau fixe, maintenu au milieu de sa longueur par deux vis de pression,

---

(*) Voyez la note 2ᵉ à la suite de ce Mémoire.

et auquel s'accroche la corde I. A cet anneau, et entre les deux branches du ressort, est adapté un tuyau en cuivre, portant un noyau à vis, que l'on peut faire monter à volonté, et auquel se lie inférieurement une petite douille garnie d'un pinceau de 0^m,002 de diamètre, dont la pointe dépasse la douille de 0^m,006 environ.

Ce pinceau, convenablement alimenté d'encre de Chine, trace sur un plateau circulaire *ee* une courbe, dont les rayons vecteurs indiquent les flexions du ressort : voici comment ce plateau est disposé. Il est mobile autour d'un axe placé dans le prolongement de celui du boulon qui lie le ressort au traîneau. Cet axe, en fer, est terminé par deux pivots coniques très petits, qui s'engagent, l'un supérieurement dans le boulon, l'autre inférieurement dans une vis de support *f*, munie d'un contre-écrou *g*, qui l'empêche de se desserrer. Le plateau *ee* est en cuivre, parfaitement dressé au tour, et centré sur son axe; sa surface reçoit, pour chaque expérience, une feuille de papier collée sur les bords, et destinée à conserver la trace du pinceau. Sous le plateau, parallèlement et sur le même axe, est une poulie *h*, dont la gorge reçoit un fil très fin et très flexible *i*, qui, l'enveloppant d'un tour entier, se fixe par une de ses extrémités à l'arrière des gîtes en *i*, et dont l'autre bout *i'*, passant sur une petite poulie placée sur le plateau FF, est tendu par un poids léger, suffisant pour que le fil acquière une tension telle qu'il ne glisse pas dans la gorge. (Pl. 1, 2 et 3.)

D'après cette description et l'examen de la figure, on conçoit facilement que quand le traîneau est mis en mouvement, le plateau *ee* tourne en même temps que lui, et que la vitesse de la circonférence de la gorge est nécessairement la même que celle du traîneau; de sorte qu'il y a entre les espaces parcourus par le

traîneau et les angles décrits par le plateau un rapport constant, facile à trouver. D'une autre part, le pinceau dont le ressort est muni, trace sur le plateau une courbe circulaire ou ondulée dont les rayons vecteurs indiquent les flexions du ressort. Par conséquent, en relevant cette courbe, il est facile de trouver la loi qui lie les espaces parcourus par le traîneau, et les efforts auxquels il est soumis. C'est cette loi que j'ai représentée plus loin (Pl. 6 et 7) par une courbe dont les abscisses sont les espaces parcourus et dont les ordonnées sont les flexions du ressort, et que j'ai désignée sous le nom de *courbe des tensions*.

Pour ne pas introduire dans cette description des détails de calcul qui lui seraient trop étrangers, je renverrai à la note 2[e] pour ce qui est relatif à la détermination des dimensions du ressort, et je me contenterai de dire que, par plusieurs vérifications directes après sa construction, on s'est assuré qu'il prenait des accroissemens de flexion proportionnels aux efforts exercés sur son anneau, et dans le rapport exact de

$$0^m,00052 \text{ pour } 1 \text{ kil.},$$

depuis 0 kil. jusqu'à 100 kil.

Afin d'être sûr qu'il conserverait sans altération son élasticité, et de n'être pas exposé à le forcer, on a adapté, à la patte qui le réunit au traîneau, une griffe à deux branches qui s'oppose à ce qu'il prenne une flexion plus grande que celle qui correspond à 95 kil., et l'on s'est assuré dans toutes les expériences que, malgré les secousses et les variations brusques de tension qu'il éprouvait, il n'a jamais contracté de courbure permanente, et qu'il est toujours revenu à sa flexion primitive. C'est ce que l'on vérifiait au commencement de chaque essai, en traçant

sur le plateau le cercle correspondant à la flexion naturelle du ressort, avant d'accrocher la corde à son anneau. Le rayon de ce cercle s'est constamment trouvé égal à $0^m,10$, sauf de très petites variations que le retrait du papier y apporte après qu'on a enlevé la feuille.

Observation de la loi du mouvement.

8. J'ai annoncé que, pour déterminer la loi du mouvement du traîneau, j'avais employé un moyen imaginé par M. Poncelet, et qui consiste à combiner un mouvement uniforme connu avec le mouvement dont on veut déterminer la loi. Il me reste à indiquer comment je suis arrivé à la réalisation de cette idée. Après plusieurs recherches préliminaires, je me suis déterminé à l'emploi de l'appareil suivant.

Sur l'axe en fer de la poulie H, et en dehors des poupées, est fixé un manchon en bronze offrant extérieurement une *embase* assez large, contre laquelle vient s'appliquer un disque en cuivre *aa* (fig. 1, 2 et 3, Pl. 4 et 5) de $0^m,35$ de diamètre, exactement centré sur l'axe : au moyen d'un écrou de pression *b*, on l'arrête sur cet axe. Les deux faces de ce plateau sont parfaitement dressées au tour, ainsi que celle de l'embase, et leurs plans sont perpendiculaires à l'axe de la poulie. Dans les expériences on applique sur ce disque *aa* une feuille de papier collée sur les bords.

Parallèlement à ce disque *aa* et sur le plateau F, est monté un mouvement d'horlogerie, construit par M. Humbert, horloger à Metz. Cet appareil a pour moteur un ressort, malgré l'avantage qu'aurait présenté l'usage d'un poids, parce qu'on a pensé qu'il pourrait être employé dans différentes circonstances où l'on serait obligé de l'incliner. Je ne parlerai pas du mécanisme intérieur, tout entier de la composition de l'artiste, et me conten-

terai de dire qu'il est analogue à celui du tournebroche à ressort, et porte un volant à ailettes qui lui sert de régulateur; il a d'ailleurs parfaitement rempli mon but. Ce mécanisme, renfermé dans une boîte en cuivre qui le met à l'abri de la poussière, fait mouvoir un cercle de cuivre *cc* de $0^m,07$ de rayon, dont le plan est parallèle à celui du plateau *aa*; un style, formé par un pinceau *e* introduit dans une douille, qui se visse à volonté sur le cercle *cc*, est destiné à laisser sur le plateau une trace qui est un cercle, dans le cas où la poulie est au repos, et devient, dans le cas du mouvement, une courbe qui représente la loi de ce mouvement. Il est facile, en effet, de voir que le style marchant à une vitesse uniforme connue, on en déduira le temps, et que la circonférence de la poulie parcourant nécessairement le même espace que le traîneau, ses angles de déplacement donneront les espaces. J'indiquerai bientôt comment on opère le relèvement de cette courbe: achevons la description de l'appareil (*).

On conçoit qu'il est indispensable que le plan du cercle décrit par la pointe du pinceau soit exactement parallèle à celui du disque *aa*. Celui-ci étant invariable, c'est le premier qu'il faut incliner convenablement; voici comment on y parvient. Le mécanisme entier est monté sur un plateau *f*, mobile entre des coulisses parallèles fixées au grand plateau *F*; deux montans en fer *gg* reçoivent des tourillons mobiles qui s'adaptent à la boîte du mouvement. Ces deux montans, liés entre eux par une bride

---

(*) Je m'étais proposé, dans l'origine, de vérifier l'uniformité du mouvement du pinceau, au moyen d'un axe léger mis en mouvement par un poids, et armé d'ailettes assez larges. La résistance de l'air amenant promptement l'uniformité, j'aurais eu à comparer deux mouvemens uniformes; mais le relèvement des courbes m'ayant montré de suite qu'elles ne présentaient aucune ondulation périodique, j'ai pu me dispenser de cette vérification.

inférieure, reposent par deux pattes *hh'* sur le plateau mobile *f*; chacune de ces pattes est maintenue à frottement sur le plateau par un boulon de pression. La patte *h* (fig. 1, 2 et 3, Pl. 4 et 5) est percée d'un trou circulaire de même diamètre que le boulon qui la traverse; l'autre, *h'*, porte une ouverture allongée qui permet de donner au système des montans et au mouvement d'horlogerie un petit mouvement de rotation autour du centre *h*, et par conséquent d'amener le diamètre horizontal du cercle *bb* à être parallèle au plan du plateau *aa*. Pour qu'il en puisse être de même du diamètre vertical, il faut faire tourner la boîte du mécanisme autour de ses deux tourillons horizontaux. C'est à quoi l'on parvient à l'aide d'une vis *k*, qui traverse le bas de la cage et s'engage dans un troisième petit montant en fer, lié aux deux premiers. Un ressort à boudin, interposé entre le montant et la cage, oblige celle-ci à s'écarter par le bas autant que le permet la vis; de sorte qu'en serrant ou desserrant on parvient à incliner l'appareil de manière à rendre le diamètre vertical du cercle *bb* du style parallèle au plan du disque *aa*. Le plan de ce cercle ayant donc deux de ses diamètres parallèles au plan *aa*, il l'est aussi lui-même.

Ce parallélisme une fois obtenu, la vis *l* sert à imprimer à tout le système du mécanisme d'horlogerie un mouvement de translation commun qui permet d'approcher ou d'éloigner le plan *cc* du plan *aa*, selon qu'il est nécessaire pour produire ou faire cesser le contact du pinceau avec la feuille destinée à recevoir sa trace.

A cette description de l'appareil j'ajouterai quelques mots sur la manière d'opérer. Tout étant préparé pour une expérience, le traîneau et la caisse convenablement chargés, et le pinceau suffisamment garni d'encre de

Chine, on mettait ce style en contact avec le disque *aa* au moyen de la vis *l*, puis on lâchait un déclic qui permet d'arrêter ou de laisser marcher à volonté le mécanisme, et le pinceau traçait un cercle, que j'ai nommé *cercle de départ*. Lorsque après quelque temps on était assuré que sa vitesse était réglée, on observait, à l'aide d'une montre à demi-secondes mortes de Bréguet, le temps employé à faire un certain nombre de révolutions. Cette observation préliminaire une fois faite, on donnait le signal du départ, et le traîneau, se mettant en mouvement, entraînait la poulie et son plateau *aa*, sur lequel le pinceau traçait la courbe, qui donne la relation entre les temps et les espaces parcourus. Dès que la caisse descendante était arrivée au fond de la fosse, l'axe de la poulie ne tournait plus qu'en vertu de son inertie, et s'arrêtait presque de suite; le style recommençait à tracer un cercle que j'ai nommé *cercle d'arrivée*. Cela fait, on arrêtait le mouvement d'horlogerie; on le ramenait en arrière, à l'aide de la vis *l*; on enlevait le plateau *aa*, et l'on remplaçait la feuille de papier qu'il portait par une autre, destinée à une nouvelle expérience. Les courbes ainsi obtenues sont d'une netteté et d'une continuité parfaites, et souvent si déliées, qu'aucun dessinateur n'en pourrait tracer de si régulières.

Cette description et l'inspection des dessins suffiront, sans doute, pour faire sentir de quelle utilité un appareil de ce genre peut être dans une foule de recherches expérimentales; je me bornerai à indiquer qu'il peut s'appliquer avec succès à des expériences sur la résistance de l'air et d'autres milieux. J'ajouterai que, bien qu'il n'ait pas été exécuté avec toute la perfection et la simplicité dont il pouvait être susceptible, et que du reste je n'ai point demandées, l'artiste est parvenu à donner à la machine

une assez grande régularité pour que la vitesse ne variât pas sensiblement pendant 20 à 25 minutes, et que dans un même tour elle fût assez exactement uniforme pour que le relèvement des courbes n'ait indiqué aucune oscillation périodique à chaque révolution.

L'emploi d'un pinceau, de préférence à tout autre genre de style, qui a permis d'obtenir des courbes d'une netteté si remarquable, a beaucoup facilité la régularité du mouvement, par l'égalité et la petitesse de la résistance qu'il offrait au mouvement. Au reste, cette résistance, due à la viscosité du liquide et à l'élasticité du pinceau, est assez sensible pour le moteur, et varie suivant la fluidité de l'encre; ce qui oblige à observer, ainsi qu'on l'a toujours fait, la vitesse du mouvement à chaque expérience. Il est bon d'ajouter, d'ailleurs, que de nombreuses vérifications ont montré que la vitesse du style, dans une même expérience, restait la même, pendant le mouvement du plateau de la poulie, que quand il était immobile et que le pinceau décrivait des cercles. C'est à M. le chef d'escadron d'Artillerie Peupion qu'est due l'idée d'employer un pinceau pour style, et ce que je viens de dire montre combien elle a contribué au succès de l'appareil.

Je me plais aussi à reconnaître les obligations que j'ai à M. Faivre, artiste de l'École d'application, dont l'adresse et l'intelligence m'ont facilité l'exécution de plusieurs détails importans de construction.

Relèvement des courbes.

9. On vient de voir comment on disposait tout pour une expérience, et comment les courbes étaient obtenues: examinons actuellement la manière de les relever et de les développer.

Pl. 6, fig. 1. Prenons pour exemple la seconde expé-

rience sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne sans enduit, et les fibres des deux bois étant parallèles à l'axe du banc. Le cercle 0,1,2,3... 7,8,9, etc., est celui que le style a tracé avant le départ du traîneau, pendant que la poulie et son plateau étaient immobiles; c'est le *cercle de départ*. D'après l'observation préliminaire de la vitesse du style, ce cercle était décrit en 2"; on l'a partagé en 10 parties numérotées 0,1,2,3, etc., à partir du point 0, qui a paru être celui de la séparation des deux courbes. A ce sujet nous remarquons d'abord que le traîneau partant du repos avec une vitesse nulle qui s'accroît par degrés insensibles, la courbe que le pinceau trace pendant le mouvement est nécessairement tangente au cercle de départ. Le point de contact est l'origine du mouvement, mais il est difficile de le déterminer *à priori*. Ce n'est donc que par approximation que l'on prend à vue le point *o* pour cette origine commune des temps; mais cela n'altère en rien la valeur des espaces parcourus, et n'apporte à celle des temps qu'une erreur constante, en plus ou en moins; et l'on verra plus loin le moyen de retrouver la véritable origine des temps.

Cela posé, remarquons que la trace du pinceau, dans toute sa course, doit être sans cesse comprise entre deux cercles concentriques à l'axe du disque ou de la poulie, et tangens au cercle de départ, l'un en dehors, l'autre en dedans. Dans toutes ses circonvolutions, la courbe s'éloigne ou se rapproche progressivement de ces deux cercles, et revient les toucher alternativement. L'axe de la poulie traversant le plateau, et par conséquent la feuille qui reçoit le tracé, le centre de cette feuille et des cercles dont nous venons de parler est enlevé, et, pour relever les courbes, il faut le retrouver : on a pour cela plusieurs moyens. On pourrait d'abord, avant ou après l'expérience,

arrêter le mouvement d'horlogerie, et, faisant tourner le disque à la main, faire tracer au pinceau un cercle concentrique à l'axe, dont il serait ensuite facile de retrouver le centre; mais l'instrument que j'ai employé au relèvement a été fait de manière à donner immédiatement un cercle semblable, comme on le verra tout à l'heure. Nous regarderons donc le centre *c* du disque comme connu. De ce point, traçons une série de cercles concentriques passant par tous les points de division du cercle de départ, et cotons des mêmes numéros les rencontres de la trace du style avec ces cercles, la trace sera la courbe *0, 1, 2, 3, 4... 10, 11... 17, 18*. Vers le point *18* on aperçoit une inflexion brusque, et bientôt la courbe tracée redevient un cercle, ce qui indique que le plateau s'est arrêté.

Considérons un point quelconque de cette trace, le point *2*, par exemple; il est évident que, dans le mouvement du traîneau, pendant que le style aura, sur son cercle, parcouru l'arc 0,2, correspondant, d'après la vitesse observée, à 0'',2, le disque aura tourné d'un angle $2c2$. Or, le rayon extérieur de la poulie étant connu, ainsi que l'épaisseur de la corde qui tire le traîneau, on trouve que le rayon moyen de la poulie est 0m,111; la circonférence sera

$$2\pi \times 0^{m},111 = 0^{m},6974,$$

et chaque degré de cette circonférence est égal à 0m,001937. Ainsi, pour chaque degré décrit par le disque, nous savons que le traîneau a marché de 0m,001937. L'angle $2c2$ étant, dans le cas de la figure, de

$$56^{\circ},3,$$

l'espace parcouru par le traîneau au bout de 0'',2 est égal à

$$56^{\circ},3 \times 0^{m},001937 = 0^{m},109.$$

On peut donc, par le relèvement successif des arcs

$o1, \quad o2, \quad o3, \quad o4 \ldots\ldots$ et des arcs

$1_1, \quad 2_2, \quad 3_3, \quad 4_4 \ldots\ldots$

former une table des temps et des espaces correspondans parcourus par le traîneau, c'est-à-dire connaître les élémens de la loi du mouvement.

Pendant que le traîneau fournit toute sa course, il arrive le plus souvent que le style fait sur lui-même plusieurs révolutions. Ainsi, les cercles *c*0, *c*1, *c*2, etc., rencontreront plusieurs fois la trace, et chaque rencontre fournira le temps qui s'est écoulé depuis l'origine du mouvement, et l'espace parcouru par le traîneau, de la même manière que ci-dessus : seulement il faudra avoir l'attention d'augmenter l'arc relatif aux espaces d'autant de fois 360° que le plateau aura fait de tours depuis l'origine du mouvement, et l'arc des temps d'autant de fois 2″ que le style aura fait de révolutions sur lui-même; ce qui sera toujours facile en suivant la marche de la courbe. Ainsi, dans l'exemple actuel, il est aisé de s'assurer que le point $_{12}$ de la courbe n'a été marqué qu'après que le plateau *aa* a décrit quatre circonférences, plus l'arc $2_{2,12}$, qui est de 202°, ou en tout 1642°, ce qui correspond à une course du traîneau = 3^m,180.

Ce relèvement n'offre, comme on le voit, aucune difficulté; mais il est long, puisqu'il y a des expériences où le mouvement est assez lent pour que le nombre des rencontres avec les dix cercles s'élève jusqu'à 100 et plus. On conçoit d'ailleurs, qu'au contraire, dans les mouvemens rapides, il y a moins de points; et si l'on juge nécessaire d'en obtenir davantage, pour la plus grande exactitude du relèvement, rien n'est plus facile, puisqu'au lieu de diviser le cercle de départ en 10 parties, il suffit de subdiviser chacune d'elles en 2, 3, ou plusieurs autres.

Rapporteur à branches mobiles.

10. Malgré la simplicité de l'opération, il fallait tâcher de l'abréger, à cause du grand nombre des expériences : voici le moyen que j'ai employé. J'ai fait construire, aux ateliers de l'École, une espèce de rapporteur à branches mobiles, composé (fig. 4, Pl. 2) d'un demi-cercle *aa*, divisé seulement en demi-degrés, ce qui suffit pour ces expériences. Une branche *ab*, liée au demi-cercle, est dans le prolongement de son diamètre; une autre *dcd'*, mobile autour du centre, indique sur le limbe, par une de ses extrémités, l'angle décrit par l'autre *cd'*, depuis qu'elle a cessé d'être en contact avec la première. Au milieu de l'instrument est un noyau circulaire *cee*, dont le diamètre est celui du petit cercle décrit du centre *c* du disque, tangentiellement au cercle de départ. Il s'ensuit qu'en posant le rapporteur sur la feuille, lorsque le cercle *cee* sera tangent à la fois au cercle de départ, à celui d'arrivée, et aux différentes circonvolutions que la trace du style vient faire autour du petit cercle ci-dessus, on sera sûr que l'instrument est exactement concentrique au plateau ou à la feuille qui porte la courbe à relever. Il est sans doute inutile d'ajouter qu'on écarte les branches *cb* et *cd'*, de manière que l'une d'elles passant par le point 2, l'autre passe par le point 2, et qu'il suffit de lire sur le limbe l'angle compris entre leurs prolongemens, pour avoir celui qui a été parcouru par le plateau.

Pour abréger la conversion des angles décrits par le disque en espaces parcourus par le traîneau, j'ai calculé une table qui donne les espaces correspondant à tous les angles, depuis 0° jusqu'à 2700°.

Tableau et courbe à coordonnées rectangulaires, représentant la loi du mouvement.

11. Au moyen de la méthode de relèvement que je viens de détailler, on a pu facilement représenter la loi du mouvement dans chaque expérience par un tableau semblable au suivant, qui se rapporte à la deuxième expérience sur le frottement du chêne sur le chêne, sans enduit, fibres parallèles, dont nous venons déjà de nous occuper.

Frottement du chêne en mouvement sur le chêne sans enduit, fibres parallèles. Deuxième expérience.

Vitesse uniforme du style, 1 tour en 2″.

PARTIES de la CIRCONFÉRENCE du style.	TEMPS CORRESPONDANS.	DEGRÉS parcourus dans le même temps par LE PLATEAU.	ESPACES parcourus dans le même temps par LE TRAÎNEAU.
0	0″	0°	0^mèt.
0,1	0″2	9,7	0,018
0,2	0,4	56,3	0,109
0,3	0,6	127,5	0,247
0,4	0,8	228	0,441
0,5	1,0	354	0,686
0,6	1,2	490	0,948
0,7	1,4	648,5	1,255
0,8	1,6	803,2	1,553
0,9	1,8	1004	1,945
1,0	2,0	1197	2,318
1,1	2,2	1412	2,734
1,2	2,4	1642	3,180
1,3	2,6	1864,5	3,608
1,4	2,8	2018	3,905
1,5	3″0	2161,5	4,189

Ce qui précède montre d'ailleurs, comme je l'ai indiqué plus haut, que l'on obtient exactement les espaces parcourus

par le traîneau, et que l'incertitude qui règne sur la détermination du point O, où la trace du style se sépare du cercle de départ, n'influe que sur la valeur des temps écoulés, en les augmentant ou les diminuant tous d'une quantité égale. Les opérations suivantes, que je vais détailler, feront voir comment on peut, *à posteriori*, retrouver l'origine exacte des temps.

Pour représenter graphiquement le tableau ci-dessus des temps et des espaces parcourus, j'ai pris les espaces pour abscisses, à l'échelle de $0^m,10$ pour 1 mètre, et les temps pour ordonnées, à l'échelle de $0^m,1$ pour $1''$; puis, par tous les points ainsi déterminés, j'ai fait passer une courbe que l'on peut appeler la *courbe du mouvement*. On remarquera que, les abscisses ou les espaces ayant leurs valeurs exactes depuis l'origine du mouvement, la perpendiculaire à leur axe menée par l'origine adoptée, est une tangente à la courbe.

Recherche de la nature des courbes du mouvement accéléré.

12. L'idée la plus naturelle, puisqu'on avait pour objet de vérifier les lois de Coulomb, était de rechercher si cette courbe du mouvement est une parabole, ou, ce qui revient au même, si les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps. De là résulterait, en effet, que le traîneau est sollicité par des forces constantes, et que le frottement ne varie pas avec la vitesse. Pour m'assurer que cette courbe était effectivement une parabole dans tous les mouvemens accélérés, j'ai fait usage des théorèmes suivans :

Le premier, dû à Maclaurin, a pour énoncé:

« Si l'un des côtés d'une équerre passe constamment » par le foyer d'une parabole, et que son sommet par-

» coure la tangente à l'origine de cette parabole, l'autre
» côté de l'équerre sera constamment tangent à la
» courbe. »

Le deuxième, dû à M. Poncelet (*Annales de Mathématiques*, T. VIII, juillet 1817), s'énonce ainsi :

« Un triangle étant circonscrit à une parabole, si on
» lui circonscrit à son tour une circonférence de cercle,
» elle passera nécessairement par le foyer de la courbe. »

Les réciproques de ces deux théorèmes étant d'ailleurs vraies, j'ai, selon les cas, employé l'un ou l'autre, mais plus souvent le premier, à cause de la simplicité de la construction, lorsque l'axe des temps ou des ordonnées était connu exactement; ce qui a lieu pour la plupart des expériences. Cette construction n'exigeant pas que l'on connaisse le point auquel les tangentes touchent la courbe, on amène à la règle une suite de tangentes; à leur intersection avec l'axe des temps, on élève sur chacune une perpendiculaire; la rencontre de ces lignes détermine le foyer, si la courbe est une parabole. Or, toutes les expériences que j'ai faites jusqu'ici, et dans lesquelles le mouvement a été accéléré, ont toutes, sans exception, donné des paraboles. La seule portion de ces courbes relevées qui ne soit pas exactement parabolique est celle qui se rapproche très près de l'origine; et cela tient, évidemment, à cette incertitude que j'ai signalée sur la détermination du point pris dans le relèvement pour origine des temps. La différence est, d'ailleurs, tantôt en plus, tantôt en moins; et la parabole construite au moyen du foyer déterminé par le tracé se confond dans tout le reste de son développement avec la courbe relevée, et si exactement, que les différences ne sont au plus que des millièmes de seconde.

De plus, l'incertitude sur l'origine des temps n'est un

peu grande que quand le traîneau part lentement, et que par suite les courbes ne se détachent pas brusquement.

Le foyer de la parabole étant déterminé, on en déduit facilement l'origine réelle du mouvement, et l'on est à même de rectifier les valeurs des temps déduites de l'origine présumée. C'est de ces valeurs corrigées que l'on devra faire usage dans les calculs qui seront exposés plus loin.

Outre le cas où le mouvement est accéléré, il s'en présente deux autres pour lesquels le relèvement de la courbe se fait de la même manière, et qui ne diffèrent que par les résultats.

Cas du mouvement uniforme.

13. Le premier est celui où le mouvement, après une accélération plus ou moins grande, devient uniforme : dans le second, le mouvement, d'abord accéléré, se retarde graduellement, et finit même quelquefois par cesser avant que le traîneau n'ait parcouru toute la longueur du banc.

Le mouvement uniforme se produit, lorsque le traîneau ayant été détaché par l'action simultanée des petites caisses mobiles M, ou du levier coudé *ced*, et de la caisse descendante K, il se trouve ensuite sollicité seulement par celle-ci, après que les petites caisses ou le levier ont cessé d'agir. Il est facile d'expliquer cette circonstance, sans cesser d'admettre que le frottement soit indépendant de la vitesse. En effet, si la charge de la caisse est telle que la tension de la corde soit précisément égale au frottement, le mouvement devra se continuer uniformément, à partir de l'instant où les petites caisses sont arrêtées, et avec la vitesse que le traîneau avait à cet instant. Dans la réalité, la vitesse du mou-

vement uniforme n'est pas tout-à-fait celle qu'il devrait avoir, mais cela vient, d'une part, des inégalités inévitables que présente le frottement des corps sans enduit, par suite de leur constitution, et particulièrement les bois; et de l'autre, de l'emploi du ressort, qui, dans les changemens de tension, oscille autour de son point de flexion moyenne : c'est ce que l'examen détaillé d'une des expériences où le mouvement est uniforme, montrera plus loin. On verra aussi que l'on a obtenu des mouvemens uniformes à des vitesses très différentes, et que la valeur qu'elles fournissent, pour le rapport du frottement à la pression, est la même que celle que l'on déduit des expériences où le mouvement est accéléré.

Cas du mouvement retardé.

14. Quant au mouvement retardé, ou même complètement arrêté, il s'est produit dans tous les cas où le traîneau ayant été détaché par le concours des deux efforts, la charge de la caisse descendante K ne s'est plus trouvée capable de produire une tension supérieure ou égale au frottement. Loin de contredire les résultats des autres expériences, on verra que celles-ci les ont confirmées.

Exposition des formules employées dans les calculs, et des expériences préparatoires.

Formules et expériences pour déterminer le frottement de l'axe de la poulie.

15. On a vu qu'au moyen du dynamomètre, on pouvait obtenir, pour chaque position du traîneau, l'effort exercé par la corde, et qu'à l'aide du mécanisme d'hor-

logerie on obtenait une relation entre les espaces parcourus et les temps. Le concours de ces deux moyens d'observation est plus que suffisant pour déterminer toutes les circonstances du mouvement et de l'expérience, et ils se servent l'un à l'autre de vérification, comme on le verra facilement par l'exposé suivant des formules employées dans les calculs. Mais on doit observer que, d'après ce qui a été dit sur la construction du dynamomètre, on a limité à 95 kil. les efforts qu'on voulait lui faire supporter, afin de ne pas altérer son élasticité. J'avais d'abord eu l'intention de faire faire un autre ressort semblable, dès que j'aurais reconnu le bon emploi que je pouvais faire du premier; ce second dynamomètre aurait été calculé pour supporter des efforts suffisans pour faire glisser le traîneau sous les plus grandes charges que l'appareil permît de produire. Mais les résultats des premières expériences, où les charges et le frottement étaient assez faibles pour qu'on pût se servir du premier dynamomètre, m'ayant montré de suite que le frottement restait constant, j'ai été conduit à m'assurer qu'il en était encore de même sous des charges beaucoup plus considérables; et ce fait une fois vérifié par la forme parabolique des courbes du mouvement, l'emploi du dynamomètre a dès lors cessé d'être indispensable, et j'ai pu m'abstenir d'en faire construire un second. Cette simplification de l'appareil a nécessité des expériences spéciales sur le frottement de l'axe de la poulie, et sur la raideur de la corde tressée que j'employais. En effet, à l'aide de la courbe des tensions, on pouvait obtenir à chaque position du traîneau, et par suite pour chaque instant, l'effort exercé sur lui, sans avoir à s'occuper de ces résistances passives; mais, dans les expériences où l'on ne pouvait s'en servir, il était nécessaire d'avoir une règle sûre, appuyée sur des expé-

riences directes, pour déterminer quelle était la tension de la partie horizontale de cette corde, sous l'action d'une charge connue de la caisse K. D'ailleurs cette recherche *à priori* était une utile vérification de l'exactitude du dynamomètre, et ce sera procéder avec ordre que de rendre d'abord compte des résultats obtenus.

L'axe de la poulie est en fer et repose sur des coussinets en sorbier. Ce bois avait été bien imprégné de saindoux et avait déjà servi à des essais préparatoires, lorsque j'ai commencé les expériences sur le frottement de l'axe. Le but que je me proposais étant principalement de déterminer le frottement de l'axe dans des circonstances qu'il fallait rendre aussi semblables que possible, j'ai remplacé le saindoux par un mélange de 5 parties de saindoux et 1 partie de plombagine; mais, pour éviter toute complication étrangère, due au plus ou moins de fluidité que l'enduit peut acquérir par suite de la continuité du mouvement, on avait soin d'essuyer l'enduit après que l'axe avait tourné quelques fois, de sorte que les surfaces en contact étaient toujours entretenues onctueuses, mais sans interposition d'enduit.

Pour déterminer à part le frottement de l'axe en fer sur ses coussinets en sorbier, j'ai employé le moyen suivant. Un ruban de fil blanc, très mince, de $0^{m},04$ de large, passait sur la gorge de la poulie, large de $0^{m},041$; il pouvait supporter jusqu'à 50 kil. sans se rompre. Deux caisses octogonales en chêne, longues de 1 mètre environ, et dont le cercle inscrit avait $0^{m},065$ de rayon, pesant chacune $3^{k},188$, étaient suspendues de part et d'autre à ce ruban, qui, se prolongeant en-dessous, se fermait comme une corde sans fin, dans le but d'éviter tout accroissement de charge d'un des côtés pendant le mouvement. Ce ruban entier avait $10^{m},20$ de développement

et pesait $0^k,099$; de sorte que la pression constante exercée par les caisses et le ruban, sur l'axe, était

$$2 \times 3^k,188 + 0^k,099 = 6^k,475;$$

la poulie, son axe et son disque en cuivre pèsent $6^k,854$: la pression totale constante, due à l'appareil lui-même sur l'axe, est donc de

$$13^k,329.$$

Au moyen de boulets de 12, exactement pesés, on chargeait chacune des caisses de poids égaux, dont la somme donnait ce que j'ai appelé la charge variable; puis, dans l'une d'elles, on ajoutait le poids moteur.

Cela fait, et le style étant approché du disque, on laissait les caisses partir librement, et la courbe du mouvement obtenue fournissait, pour la recherche des résultats, les données nécessaires. Après cette description, établissons les équations du mouvement de ce système, en tenant compte du frottement de l'axe, et en faisant abstraction de la raideur, évidemment négligeable, du ruban de fil. Soient,

P, le poids de la caisse octogonale descendante.

p, Celui de la caisse montante. D'après ce qui vient d'être dit, P et p ne diffèrent que de la valeur du poids moteur.

r, le rayon extérieur de la poulie $= 0^m,1042$.

ω, la vitesse angulaire à un instant quelconque du mouvement.

dm, un élément de la masse de la poulie, ou des parties qui tournent avec elle.

$g = 9^m8088$.

e, le chemin parcouru, à un instant quelconque, par

les caisses et par la circonférence de la poulie, à partir de l'origine du mouvement.

ρ, le rayon de l'axe de la poulie $= 0^m,0093$.

F, le frottement de cet axe sur ses coussinets.

A un instant quelconque du mouvement, la force vive du système est

$$\omega^2 \left(\mathrm{S}r^2dm + \frac{\mathrm{P}+p}{g}\,r^2\right),$$

en négligeant la masse très petite du ruban.

La quantité d'action ou de travail imprimée au système par la gravité, est

$$(\mathrm{P}-p)\,e^{k.m}.$$

Celle que consomme le frottement, dans l'élément du temps, est

$$\mathrm{F}\,\frac{\rho}{r}\,de^{k.m};$$

et au bout du temps t elle a pour valeur

$$\frac{\rho}{r}\int \mathrm{F}de^{k.m};$$

Quant à la résistance de l'air, il est facile de s'assurer qu'elle ne développe qu'une quantité de travail toujours négligeable dans les expériences, par rapport aux précédentes ; c'est, au reste, ce que l'on peut voir *note* 3, par une application numérique.

D'après cela, l'équation du mouvement du système est

$$\omega^2 \left(\mathrm{S}r^2dm + \frac{\mathrm{P}+p}{g}\,r^2\right) = 2\,(\mathrm{P}-p)\,e - 2\,\frac{\rho}{r}\int \mathrm{F}de;$$

ou en différenciant,

$$\omega d\omega \left(\mathrm{S}r^2dm + \frac{\mathrm{P}+p}{g}\,r^2\right) = (\mathrm{P}-p)\,de - \frac{\rho}{r}\,\mathrm{F}de;$$

et, à cause de

$$r\omega = \frac{de}{dt},$$

elle devient

$$\frac{d\omega}{dt}\left(\mathrm{S}r^2dm + \frac{\mathrm{P}+p}{g}r^2\right) = (\mathrm{P}-p)\,r - \mathrm{F}\rho.$$

Dans cette équation, F est la quantité inconnue à déterminer, $\frac{d\omega}{dt}$ nous est donné par la courbe du mouvement, puisqu'on a

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{d^2e}{dt^2};$$

on pourra donc, à chaque instant, trouver la valeur de F; et si le relèvement des courbes montre que, pour une même expérience, $\frac{rd\omega}{dt}$ est une quantité constante pendant toute la durée du mouvement, il s'ensuivra que F sera indépendant de la vitesse.

Or on trouve que toutes les courbes de mouvement sont des paraboles, et qu'en appelant $2c$ le paramètre déterminé, comme on l'a vu, à l'aide du théorème de Maclaurin, la loi du mouvement est exactement représentée par l'équation

$$t^2 = 2ce;$$

d'où l'on tire

$$\frac{de}{dt} = \frac{t}{c} = r\omega,$$

et par suite,

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{1}{c} \text{ ou } \frac{d\omega}{dt} = \frac{2}{2cr}.$$

L'équation qui donne la valeur de F peut donc prendre la forme

$$\frac{2}{2cr}\left(Sr^2dm + \frac{P+p}{g}r^2\right) = (P-p)\,r - F\rho.$$

La quantité Sr^2dm est la même pour toutes les expériences, et dépend des dimensions de la poulie, de son axe et de son plateau. On a trouvé

$$Sr^2dm = 0{,}00629;$$

$P+p$ est donné dans chaque cas, ainsi que $P-p$,

$$\frac{r^2}{g} = \frac{(0{,}1043)^2}{9{,}8088} = 0{,}001109,\ \rho = 0^m{,}0093.$$

Il est donc facile de substituer, dans la formule, les données de chaque expérience et d'en déduire la valeur de F.

La pression sur l'axe de la poulie est, en appelant q le poids de la poulie, des caisses et du ruban $= 13^k{,}329$,

$$P + p + q - \frac{P-p}{g}\,r\,\frac{d\omega}{dt};$$

mais il est clair, d'après les valeurs que l'on trouvera pour $\frac{d\omega}{dt}$, dans le tableau suivant, que le dernier terme est toujours très petit par rapport aux autres, et qu'on peut se borner, pour la pression, à

$$P + p + q \text{ kil.}$$

Dans chaque cas on a calculé le rapport

$$\frac{F}{P+p+q},$$

et il s'est trouvé à très peu près constant dans toutes les expériences.

On observera que l'on a inséré dans le tableau suivant deux expériences où le mouvement était très lent, par suite de la petitesse du poids moteur, et dans lesquelles la multiplicité des courbes tracées sur le disque, n'a

pas permis de les relever; mais il suit de cette lenteur même du mouvement que, dans ces expériences, la quantité $\frac{rd\omega}{dt}$ ou la force accélératrice étant excessivement petite, le terme

$$\frac{d\omega}{dt}\left(\mathrm{S}r^2dm + \frac{\mathrm{P}+p}{g}r^2\right),$$

dont le second facteur lui-même est toujours assez faible, devient tout-à-fait négligeable par rapport au second membre de l'équation, et que celui-ci se réduit à

$$(\mathrm{P}-p)\,r - \mathrm{F}\rho = 0,$$

qui aurait lieu pour le mouvement uniforme. C'est cette relation que nous avons appliquée à ces expériences; et les résultats obtenus s'accordent assez avec les autres, pour prouver qu'effectivement on peut alors négliger l'effet de l'inertie.

TABLEAU N° I.

Expériences sur le frottement de l'axe en fer de la poulie sur des coussinets en sorbier.

Nota. Les surfaces sont onctueuses. Elles ont été frottées d'un enduit de cinq parties de saindoux et d'une partie de plombagine, que l'on a essuyé.

NUMÉROS des expériences.	Paramètre de la parabole 2c.	VALEUR de $\frac{d\omega}{dt}=\frac{2}{2cr}$	CHARGE DES CAISSES. Variable.	CHARGE DES CAISSES. Poids moteur.	Pression constante sur l'axe.	Pression totale.	Frottement.	Rapport du frottement à la pression.	
1	7m870	2,289	12k	1k	13k329	26k329	4k301	0,163	
2	3,184	5,657	12	2	13,329	27,329	4,806	0,170	
3	»	»	24,10	0,55	13,329	37,979	6,168	0,162	On a mesuré ici le frottement au départ.
4	16,378	1,100	24,10	1	13,329	38,329	6,365	0,166	
5	5,100	3,532	24,10	2	13,329	39,429	6,322	0,160	
6	»	»	48,40	0,9	13,329	62,629	10,092	0,161	Mouvement très lent.
7	11,380	1,583	48,40	2	13,329	63,729	10,688	0,167	
8	»	»	60,68	1,1	13,329	75,109	12,336	0,164	Mouvement très lent.
9	15,296	1,178	60,68	2	13,329	76,009	12,020	0,158	
10	25,535	0,734	72,84	2	13,329	88,169	14,752	0,167	
							Moyenne...	0,164	

Sans chercher à généraliser les résultats de ces expériences, on est au moins autorisé à en conclure que le frottement de l'axe de la poulie sur ses coussinets est,

1°. Indépendant de la vitesse;

2°. Proportionnel à la pression dans le rapport de 0,164 à l'unité.

Ces résultats nous suffisent, quant à présent, et nous pouvons passer à l'examen et au calcul des expériences spéciales sur la raideur de la corde tressée.

Détermination de la raideur de la corde.

16. Le ruban de fil a été remplacé par la tresse elle-même, à laquelle on a suspendu les caisses octogonales, et dont on a réuni les bouts de manière à en former une corde sans fin.

La tresse, longue de 12^m,45, pèse	3^{k}738
Les deux caisses octogonales.	6,376
La poulie, son axe et son disque.	6,854
Charge constante de l'axe.	16^{k}968

Appelons

R la raideur cherchée de la corde, considérée comme une résistance appliquée au rayon moyen de la poulie, et opposée au mouvement.

N la pression sur l'axe, connue dans chaque cas.

F = 0,164, le rapport trouvé ci-dessus du frottement de l'axe à la pression N.

δ le poids du mètre courant de la corde = 0^m,335.

L = 12^m,20 sa longueur.

Dans les applications, il faut augmenter le rayon r de la poulie de la demi-épaisseur de la tresse, ce qui donne

$$r = 0^m,111.$$

On trouvera facilement l'équation du mouvement du

système, en observant qu'ici, la masse de la corde est assez grande pour qu'on doive en tenir compte. Cette équation est, en conservant les notations précédentes (15), et y joignant les nouvelles,

$$\frac{d\omega}{dt}\left(\text{S}r^2dm + \frac{\text{P}+p+\delta\text{L}}{g}\,r^2\right) = (\text{P}-p)\,r - \text{R}r - \text{F}\rho.$$

Les données particulières à chaque cas et le relèvement des courbes donnent, de même que précédemment, tous les termes de cette équation, et l'on en déduit la valeur de R et son rapport à la tension du brin montant de la corde.

Le tableau suivant contient les résultats des expériences et des calculs. Je dois faire observer qu'en cherchant simplement le rapport de la raideur de la corde à sa tension, je néglige ce que Coulomb a appelé *la raideur naturelle*, parce que, d'après sa composition, la tresse était assez flexible pour qu'on pût faire abstraction de cette résistance, vu la grandeur des charges; ce qui réduit alors l'expression de la raideur donnée par ce physicien à un terme proportionnel à la tension.

TABLEAU N° II.

Expériences sur la raideur de la corde tressée employée dans les expériences sur le frottement.

NUMÉROS des expériences.	Paramètre de la parabole 2c.	VALEUR de $\frac{d\omega}{dt}=\frac{2}{2cr}$.	CHARGE DES CAISSES.		Pression constante sur l'axe.	Pression totale sur l'axe.	Raideur de la corde R.	Tension de la corde.	Rapport de la raideur à la tension.
			Variable.	Poids moteur.					
1	11^{m}78	1,529	48^{k}74	3^k	16^{k}968	68^{k}708	0^{k}900	29^{k}427	0,031
2	3,45	5,221	48,74	6	16,968	71,708	0,899	29,427	0,031
3	14,69	1,226	73	4	16,968	93,968	1,432	41,557	0,034
4	4,42	4,076	73	8	16,968	97,968	1,243	41,557	0,030
5	»	»	97,10	3,2	16,968	107,268	1,593	53,56	0,030
6	9,73	1,851	97,10	6	16,968	120,068	1,864	53,56	0,034
								Moyenne...	0,032

* *Nota*. Dans la 5e expérience on a calculé la raideur d'après le poids qui rompt l'équilibre.

Il résulte de ce tableau,

1°. Que la raideur de la corde tressée est indépendante de la vitesse du mouvement;

2°. Qu'elle est proportionnelle à la tension dans le rapport de 0,032 à l'unité.

Usage des résultats précédens pour déterminer la tension de la corde en fonction de la charge de la caisse descendante.

17. Au moyen de ces expériences spéciales sur le frottement de l'axe de la poulie et la raideur de la corde, il devient facile d'établir une relation entre la charge de la caisse K et la tension qu'elle communique à la branche horizontale de la corde dans les expériences ordinaires.

En effet, appelons, en conservant les notations précédentes,

P la charge de la caisse descendante, y compris son poids et celui de la portion de corde qui pend toujours sous la poulie, et en négligeant la quantité dont elle augmente dans la descente, et qui ne va guère qu'à un kilogramme.

T la tension cherchée de la partie horizontale de la corde.

q le poids de la poulie, de son axe et de son disque $= 6^{kil},854$.

On aura, à un instant quelconque du mouvement du traîneau,

$$\mathrm{T}r = \mathrm{P}r - \mathrm{R}r - f\,\mathrm{N}\rho - \frac{d\omega}{dt}\left(\mathrm{S}r^2dm + \frac{\mathrm{P}}{g}\,r^2\right).$$

Dans cette équation on a

$$\mathrm{R} = 0{,}032\mathrm{T},\ \mathrm{N} = \sqrt{\left(\mathrm{P} + q - \frac{\mathrm{P}}{g}\,\frac{rd\omega}{dt}\right)^2 + \mathrm{T}^2};$$

et à cause que l'on a toujours

$$P + q - \frac{P}{g}\frac{rd\omega}{dt} > T,$$

on peut, d'après un théorème connu de M. Poncelet (*), prendre, à $\frac{1}{25}$ près,

$$N = 0{,}96\left(P + q - \frac{P}{g}\frac{rd\omega}{dt}\right) + 0{,}4\ T.$$

En substituant pour R et pour N leurs valeurs dans l'équation précédente, elle devient

$$T\left(1 + 0{,}032 + 0{,}4\,f\,\frac{\rho}{r}\right)$$

$$= P\left(1 - 0{,}96 f\frac{\rho}{r}\right) - 0{,}96 f\frac{\rho}{r} q - \frac{P}{g}\frac{rd\omega}{dt}\left(1 - 0{,}96 f\frac{\rho}{r}\right) - \frac{Sr^2dm}{r^2}\frac{rd\omega}{dt}.$$

Nous savons d'ailleurs qu'ici,

$f = 0{,}164$, $\rho = 0^m{,}0093$, $r = 0^m{,}111$, $Sr^2dm = 0{,}00629$,

d'où

$$\frac{Sr^2dm}{r^2} = 0{,}51.$$

Au moyen de ces données, on trouve, tous calculs faits,

$$T = 0{,}95\left[P - \left(0{,}516 + \frac{P}{g}\right)\frac{2}{2c}\right] - 0^k{,}086.$$

Au moyen de cette relation et des courbes du mouvement qui nous donnent la valeur du paramètre $2c$, on voit que, dans chaque cas, on aura celle de la tension T. Il est inutile,

(*) *Cours de Mécanique appliquée aux Machines,* professé, en 1825 et 1826, à l'École de l'Artillerie et du Génie; Cahier lithographié, note 1re.

sans doute, de rappeler que le calcul précédent est fondé sur le résultat général des expériences, qui nous apprend que

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2c}$$

est une quantité constante.

Dans le cas où le mouvement devient uniforme, et lorsqu'on veut appliquer la formule à la tension qui a lieu avant le départ, il suffit de faire, dans la formule ci-dessus,

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2c} = 0,$$

et elle se réduit à

$$T = 0,95\ P - 0^{kil},086,$$

ou simplement à

$$T = 0,95\ P,$$

à cause de la petitesse du dernier terme par rapport au premier.

Vérification de la formule par observation directe.

18. Or, en relevant directement, d'après les courbes de tension, les valeurs de T relatives à plus de quarante expériences, où les charges P de la caisse ont varié depuis 12 jusqu'à 95 kil.; et prenant les charges pour abscisses à l'échelle de $0^m,05$ pour 1 kil. et les flexions totales du ressort pour ordonnées, de grandeur naturelle, on trouve que les sommets de ces ordonnées sont tous, à très peu près, sur la même ligne droite, inclinée de telle sorte qu'un millimètre d'accroissement dans la flèche ou l'ordonnée correspond à 2 kil. de la charge ou de l'abscisse, tandis qu'on a vu que l'épreuve directe du ressort donnait $0^m,00104$ pour 2 kil. Donc, par l'effet de la raideur de

la corde et du frottement de l'axe, la flexion du ressort ou la tension de la corde n'est que

$$\frac{0,100}{0,104} = 0,96$$

de celle qui correspondrait à la charge de la caisse.

Formules pratiques pour le calcul des expériences.

19. L'accord remarquable que présente ce résultat de l'observation directe, avec celui de la formule, montre la confiance que peuvent mériter les expériences précédentes, et nous autorisent, dans les calculs à venir, à employer cette formule pour tous les cas. Ainsi, quand le mouvement sera accéléré, nous calculerons la tension par la formule

$$T = 0,95\left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g}\right)\frac{2}{2c}\right] - 0^{kil},086;$$

et quand le mouvement du traîneau sera uniforme, elle sera déterminée par

$$T = 0,95\ P^{kil}.$$

Relation entre la tension de la corde et le frottement.

20. Nous pouvons maintenant regarder comme connue, dans chaque cas, la tension de la corde, ou l'effort qu'elle exerce dans le sens du mouvement pour tirer le traîneau; et il ne nous reste plus qu'à établir une relation entre cet effort et le frottement. Appelons

T la tension connue;

F le frottement des bandes en expérience sur les semelles;

e le chemin parcouru à un instant quelconque par le traîneau;

ω la vitesse angulaire de la poulie au même instant;
Q le poids total du traîneau et de sa charge;
$r = 0^m,111$ le rayon extérieur de la poulie, y compris la demi-épaisseur de la corde.

Examinons d'abord le cas le plus simple et le plus général des expériences, celui où la charge constante de la caisse descendante a suffi pour déterminer le départ et entretenir le mouvement.

L'expérience montre, par l'examen direct et le relevé des courbes des efforts, et par l'équation précédente, qui détermine la valeur de T, que cette tension est constante; le travail total de T, ou la quantité d'action que cet effort aura développé depuis l'origine du mouvement, sera donc

$$\mathrm{T}e^{km}.$$

Admettant, malgré ce que nous indique la forme parabolique des courbes du mouvement, que nous ignorions encore si le frottement des substances soumises à l'expérience est constant, représentons provisoirement le travail total du frottement depuis l'origine, par

$$\mathrm{SF}de^{km},$$

à prendre depuis $e = 0$ jusqu'à la valeur de e, correspondante au temps t.

La force vive du traîneau sera

$$\frac{\mathrm{Q}}{g}\omega^2 r^2,$$

et nous aurons, d'après le principe des forces vives,

$$\frac{\mathrm{Q}}{g}\omega^2 r^2 = 2\mathrm{T}e - 2\mathrm{SF}de;$$

ou en différentiant, et observant que

$$r\omega = \frac{de}{dt},$$

$$\frac{Q}{g}\,\frac{rd\omega}{dt} = T - F,$$

d'où

$$F = T - \frac{Q}{g}\,\frac{rd\omega}{dt};$$

ou en substituant à T sa valeur

$$T = 0{,}95\left[P - \left(0{,}516 + \frac{P}{g}\right)\frac{rd\omega}{dt}\right] - 0^{k}{,}086,$$

$$F = 0{,}95\,P - \left[\left(0{,}516 + \frac{Q}{g}\right)0{,}95 + \frac{Q}{g}\right]\frac{rd\omega}{dt} - 0^{k}086,$$

expression dans laquelle tout est constant, puisque les courbes du mouvement accéléré donnent toutes

$$t^2 = 2ce, \quad \text{d'où } \frac{de^2}{dt^2} = \frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2c},$$

et qui fournira par conséquent une valeur constante de F pour chaque expérience.

Cas où le mouvement du traîneau est uniforme.

21. Lorsque le mouvement est uniforme, on a

$$\frac{rd\omega}{dt} = 0,$$

et par suite

$$F = T = 0{,}95\;P;$$

ce qui donne immédiatement la valeur du frottement.

Ce cas du mouvement uniforme, bien plus simple à calculer que celui du mouvement accéléré, est assez difficile à produire, et exige quelques tâtonnemens; aussi n'ai-je pas cherché souvent à l'obtenir.

Lorsque, par suite de la valeur de la charge P de la caisse K, on a

$$T < F,$$

c'est-à-dire lorsque la tension de la corde est moindre que le frottement, le mouvement, que l'action simultanée du levier ou des petites caisses M et de la caisse K avait rendu accéléré, se retarde dès que les petites caisses cessent d'agir, et il peut même, selon les cas, s'éteindre tout-à-fait.

L'équation

$$F = T - \frac{Q}{g}\frac{rd\omega}{dt},$$

s'applique à tous les instans de la course du traîneau, depuis celui où les petites caisses M ou le levier *ced* ont cessé d'agir, et permet de calculer immédiatement F, sans avoir à s'occuper de ce qui se passe dans la portion, ordinairement très courte, du mouvement, où l'action de ces caisses ou celle du levier concourt avec celle du poids P. Aussi, dans le calcul de toutes les expériences, n'en ai-je pas employé d'autre; mais il ne sera pas inutile, pour rendre compte de quelques circonstances en apparence singulières du mouvement uniforme ou retardé, de montrer comment on peut distinguer et calculer à part ce qui se passe dans ces deux portions d'une même course.

Examen et calcul des circonstances du mouvement.

22. Pour cela, appliquons les résultats, auxquels nous sommes déjà parvenus à la première période du mouvement, celle où les petites caisses M et le poids P agissent ensemble. Soient, à un instant quelconque de cette période,

P′ le poids des petites caisses M;

P le poids de la caisse descendante K;

Q la charge du traîneau ;
T′ la tension de la corde ;
ω' la vitesse angulaire de la poulie ;
e' l'espace parcouru par le traîneau au bout d'un temps t' ;
F le frottement ;
$A' = 0{,}516 + \frac{P + P'}{g}$. On remarquera que si l'on appliquait ces calculs aux expériences où l'effort P′ est exercé par le levier, il faudrait remplacer $\frac{P'}{g}$ dans la valeur de A′ par le moment d'inertie du levier et de sa charge divisé par r^2.

Nous aurons donc, d'après ce que nous avons vu (17) et (20),

$$0{,}95\ A' \frac{rd\omega'}{dt'} = 0{,}95\,(P + P') - T' - 0^{kil},086,$$

$$\frac{rd\omega'}{dt'}\frac{Q}{g} = T' - F.$$

En ajoutant ces deux équations, on a

$$\frac{rd\omega'}{dt'}\left(\frac{Q}{g} + 0{,}95\ A'\right) = 0{,}95\ (P + P') - F - 0^{kil},086.$$

L'expérience ayant montré que F est constante, puisqu'elle nous donne toujours pour $\frac{rd\omega'}{dt'}$ une valeur constante, nous tirerons de cette équation

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = \frac{0{,}95\,(P + P') - F - 0^{kil},086}{\frac{Q}{g} + 0{,}95\ A'}\, t',$$

puisqu'on a, à la fois,

$$\omega' = 0 \quad \text{et } t' = 0,$$

ou en posant, pour la simplicité,

$$\frac{0{,}95\,(P + P') - F - 0{,}086}{\frac{Q}{g} + 0{,}95\,A'} = \frac{1}{C'},$$

il vient

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = \frac{t'}{C'},$$

d'où,

$$t'^2 = 2C'e'.$$

On connaît, dans chaque expérience, la hauteur totale e' dont les petites caisses sont descendues simultanément avec la charge P; par conséquent, on pourra déterminer t' au moyen de l'équation ci-dessus, et par suite la valeur de la vitesse $\frac{de'}{dt} = \frac{t'}{C'}$, dont le traîneau était animé quand il n'a plus été sollicité que par le poids P de la caisse K. A cet instant, la courbe du mouvement change, puisque la force qui entraîne la charge Q n'est plus la même; mais il est facile d'en trouver l'équation. Soient, en effet, à un instant quelconque de cette seconde période, et comme par le passé,

Q la charge du traîneau ;
P le poids de la caisse descendante ;
T la tension qu'il produit sur la corde;
ω la vitesse angulaire de la poulie } au bout du temps t;
e l'espace parcouru par le traîneau } au bout du temps t;
F le frottement ;
$A = 0{,}516 + \frac{P}{g}$.

Nous aurons, d'après ce qu'on a vu (20),

$$\frac{rd\omega}{dt}\left(\frac{Q}{g} + 0{,}95\,A\right) = 0{,}95\,P - F - 0{,}086;$$

d'où, en posant

$$\frac{1}{C} = \frac{0{,}93\ P - F - 0{,}086}{\frac{Q}{g} + 0{,}95\ A},$$

$$r\omega = \frac{t}{C} + \text{constante.}$$

Dans ce mouvement, d'après le calcul précédent, on a en même temps

$$r\omega = r\omega' = \frac{t'}{C'} \quad \text{et} \quad t = t';$$

ce qui donne

$$r\omega' = \frac{t'}{C'} = \frac{t'}{C} + \text{constante};$$

et par suite

$$\frac{de}{dt} = r\omega = \frac{t}{C} + t'\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C}\right).$$

Le dernier terme sera toujours positif, attendu qu'on a nécessairement $\frac{1}{C'} > \frac{1}{C}$; ce qui est facile à vérifier.

En intégrant de nouveau, on a

$$e = \frac{t^2}{2C} + t'\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C}\right) t + \text{constante};$$

et puisque nous savons que

$$e = e', \quad \text{quand} \quad t = t',$$

on a

$$e' = \frac{t'^2}{2C} + t'^2\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C}\right) + \text{constante};$$

mais pour la première partie du mouvement, on sait que

$$e' = \frac{t'^2}{2C'},$$

et par suite

$$e = \frac{t^2}{2C} + t'\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C}\right)t - t'^2\left(\frac{1}{2C'} - \frac{1}{2C}\right).$$

Cette équation donnera à chaque instant la relation entre le temps et l'espace parcouru. On voit que, pour $t = 0$, elle donne pour e une valeur négative, et que la relation entre ω et t donne pareillement, pour $\omega = 0$, une valeur négative de t; ce qui montre que l'origine de la seconde partie de la courbe du mouvement est en dessous et à gauche de celle de la première période; ou, en d'autres termes, que, pour que cette courbe du mouvement eût été fournie par l'action seule du poids P, il eût fallu qu'il agît depuis plus long-temps et pendant un plus long espace qu'il ne l'a fait réellement dans l'expérience; ce qui d'ailleurs est évident *à priori*. L'examen des valeurs de $\frac{de}{dt}$ relatives aux deux périodes, montre de plus que pour

$$t = t' \quad \text{et} \quad e = e',$$

ces deux courbes ont la même tangente.

L'équation ci-dessus de la deuxième période du mouvement, manquant du produit et et du carré e^2, il est clair qu'elle appartient encore à une parabole, mais dont l'origine est différente de celle de la courbe relevée du mouvement. Il suit de là que l'axe des temps, dans la courbe relevée, n'est plus une tangente à cette seconde parabole, mais bien une sécante, et que pour déterminer le foyer de cette courbe, on ne peut plus employer le théorème de Maclaurin, et qu'il faut recourir à celui de M. Poncelet, que j'ai cité plus haut.

Quoiqu'en apparence un peu étrangère au compte que j'ai à rendre des expériences, cette recherche m'a été fort

utile par cette dernière conséquence, car je ne l'avais pas aperçue *à priori;* et en appliquant le théorème de Maclaurin, j'avais trouvé quelque incertitude sur la détermination du foyer des paraboles.

Au reste, on verra que j'ai presque entièrement cessé d'employer les petites caisses et même le levier, par suite de l'observation que j'ai été conduit à faire des effets d'une légère vibration sur le départ du traîneau, de sorte qu'il n'y a plus eu lieu de distinguer ces deux périodes du mouvement; ce qui a fait alors rentrer toutes les expériences dans le cas où le mouvement ne se produit que sous l'action seule du poids P.

Cas où le mouvement est uniforme.

23. Les calculs précédens, établis pour déterminer la loi du mouvement lorsque le poids P est supérieur au frottement, peuvent aussi s'appliquer au cas du mouvement uniforme et du mouvement retardé.

Examinons le premier. On a alors

$$T = F,$$

et par suite

$$\frac{rd\omega}{dt} = \frac{d^2e}{dt^2} = 0,$$

d'où

$$\frac{de}{dt} = \text{constante.}$$

Ainsi le mouvement doit se continuer en ligne droite avec la vitesse

$$r\omega' = \frac{de'}{dt} = \frac{t'}{C'} = \frac{0{,}95\,(P + P') - F - 0{,}086}{\frac{Q}{g} + 0{,}95\,A'}\,t',$$

que le traîneau possédait à l'instant où le poids P' a cessé d'agir. Nous verrons plus loin une application de cette formule à un cas de mouvement uniforme.

Cas où le mouvement est retardé.

24. Pour le second cas, celui du mouvement retardé, il suffit d'observer qu'alors $d\omega$ est de signe contraire à dt, et qu'on a dans la deuxième période

$$\frac{rd\omega}{dt} = -\frac{F - 0{,}95\ P + 0{,}086}{\frac{Q}{g} - 0{,}95\ A} = -\frac{1}{C_1},$$

en posant

$$\frac{F - 0{,}95\ P + 0{,}086}{\frac{Q}{g} - 0{,}95\ A} = \frac{1}{C_1};$$

d'où l'on tire

$$rd\omega = -\frac{t}{C_1} + \text{constante.}$$

En se rappelant que pour

$$t = t' \quad \text{on a} \quad r\omega = r\omega' = \frac{t'}{C'},$$

cette équation devient

$$r\omega = \frac{de}{dt} = -\frac{t}{C_1} + t'\left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1}\right);$$

on en déduit en intégrant

$$e = -\frac{t^2}{2C_1} + t'\left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1}\right)t + \text{constante};$$

et pour

$$e = e' = \frac{t'^2}{2C'} \text{ et } t = t',$$

on trouve

$$o = t'^2 \left(\frac{1}{2C'} - \frac{1}{2C_1}\right) + \text{constante},$$

ce qui donne

$$e = -\frac{t^2}{2C_1} + t'\left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1}\right) t - t'^2\left(\frac{1}{2C'} - \frac{1}{2C_1}\right).$$

Au moyen de cette équation, on pourra calculer la courbe du mouvement retardé.

Le traîneau sera arrêté quand on aura

$$r\omega = o,$$

ce qui donne

$$t = t'C_1\left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1}\right),$$

et par suite

$$e = \frac{t'^2 C_1}{2}\left[\left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C_1}\right)^2 + \frac{1}{C'^2}\right].$$

Application numérique des formules.

25. Après cet exposé des diverses formules à appliquer au calcul des expériences, je vais montrer, par un exemple, comment j'y ai procédé. Choisissons l'expérience deuxième du troisième tableau, où le chêne frottait, sans enduit, sur du chêne, les fibres étant parallèles au sens du mouvement.

Le départ du traîneau a été déterminé par l'action simultanée du levier coudé *ced* et de la caisse descendante; mais nous avons vu (20) que pour le calcul du frottement pendant le mouvement, nous n'avons pas à nous occuper de l'effet du premier. Voici les données de ce calcul.

On a

$$P = 92^{kil},22, \quad Q = 133^{kil},86.$$

Le tracé de la courbe et la recherche de son foyer ont donné, pour son paramètre,

$$2C = 2^{m}08, \quad \text{d'où } \frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C} = 0,961;$$

par suite la formule

$$T = 0,95\left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g}\right)\frac{2}{2C}\right] - 0^{kil},086$$

nous donne

$$T = 78^{kil},45.$$

L'autre formule

$$F = T - \frac{Q}{g}\frac{rd\omega}{dt},$$

donne

$$F = 65^{kil},34.$$

Le rapport du frottement à la pression, dans cette expérience, est donc

$$\frac{F}{Q} = \frac{65,34}{133,86} = 0,488.$$

Pour les expériences où le mouvement est uniforme, on a, comme nous l'avons vu (21),

$$T = F = 0,95\ P.$$

Ainsi, par exemple, pour la seizième du troisième tableau, encore relative au frottement du chêne sur le chêne, sans enduit, et fibres parallèles, on a

$$Q = 199^{kil},52, \quad P = 95^{kil},84,$$
$$F = 91^{kil},04;$$

et par suite

$$\frac{F}{Q} = \frac{91,04}{199,52} = 0,456.$$

C'est par l'emploi convenable de l'une ou de l'autre de ces formules, que j'ai calculé les résultats des expériences, et formé les tableaux que je vais donner successivement, avec les observations particulières relatives au frottement des différens corps sur le chêne.

RÉSULTAT DES EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT.

Frottement du chêne sur le chêne sans enduit. Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

26. Le bois de chêne employé dans les expériences, dont le tableau III offre les résultats, est du chêne de Lorraine, de montagne, n'ayant que peu de nœuds et point de gerçures, un peu tendre et gras, de plusieurs années de coupe, débité en madriers depuis plus de quatre ans. Le mètre cube pèse 712 kilogrammes.

TABL

Expériences sur le frottement du c

Les fibres du bois sont

NUMÉROS des EXPÉRIENCES.	ÉTENDUE de la surface de CONTACT.	PRESSION Q.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$.	FROTTE F
	Mètres carrés.	Kil.	Kil.	Kil.	Mètres.		Ki
1	0,26	133,86	67,37	64	»	»	64
2	*id.*	133,86	92,22	78,45	2,08	0,961	65,
3	*id.*	151,21	77,55	73,67	»	»	73,
4	*id.*	440,01	228,66	217,23	»	»	217,
5	*id.*	440,01	276,59	243,32	2,79	0,710	211,
6	*id.*	679,73	421,78	371,43	2,83	0,706	321,
7	*id.*	1039,03	577,51	528,19	5,54	0,361	489,
8	*id.*	1039,03	505,51	480,23	»	»	480,
						Moyenne parti	
9	0,088	46,29	29,45	24,56	6,28	0,318	23,
10	*id.*	49,21	25,66	24,38	»	»	24,
11	*id.*	54,66	28,52	27,09	»	»	27,
12	*id.*	54,66	44,61	34,66	1,26	1,587	25,
13	*id.*	102,84	84,71	69,18	1,55	1,290	50,
14	*id.*	103,21	60,14	53,40	3,46	0,578	47,3
15	*id.*	150,88	73,78	70,09	»	»	70,
16	*id.*	199,52	95,84	91,04	»	»	91,
17	*id.*	199,61	95,42	90,65	»	»	90,6
						Moyenne partie	
18	0,0031	97,79	49,25	46,79	»	»	46,7
19	*id.*	145,76	79,57	70,16	3,06	0,653	60,4
20	*id.*	273,89	212,56	176,58	1,66	1,200	133,0
						Moyenne partiel	
						Moyenne générale...	

I.

mouvement sur du chêne sans enduit.

au sens du mouvement.

PPORT du TTEMENT pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE DU MOUVEMENT Uniforme.	Accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	Mètres.	Mètres.	
0,477	0,69	»	Mouvement uniforme.
0,488	»	2,37	
0,487	»	»	Mouvement uniforme.
0,493	0,41	»	Mouvement uniforme.
0,480	»	2,05	
0,472	»	2,04	
0,471	»	1,92	
0,460	1,07	»	Mouvement uniforme. Les semelles sont noircies en certains endroits, avec odeur de bois brûlé.
0,478	»	»	
0,498	»	1,37	
0,496	1,28	»	Mouvement uniforme.
0,495	1,50	»	Mouvement uniforme.
0,472	»	3,07	
0,486	»	2,72	
0,460	»	1,86	
0,464	1,25	»	Mouvement uniforme.
0,456	0,61	»	Mouvement uniforme.
0,454	0,85	»	Mouvement uniforme.
0,476	»	»	
0,477	1,06	»	Mouvement uniforme.
0,483	»	1,81	
0,484	»	2,70	
0,481			
0,478			

Remarques sur les résultats contenus dans le tableau III.

27. On a déjà vu que la forme parabolique des courbes du mouvement, dans tous les cas où le mouvement est accéléré, est un résultat général et sans exception de l'expérience et du relèvement : il s'ensuit donc que le système n'est soumis qu'à des forces constantes. Le tableau précédent donne la valeur du paramètre de chaque parabole, et celle de la force accélératrice ; de plus, le rapport du frottement à la pression est sensiblement constant, bien qu'on ait fait varier les pressions depuis 40 et quelques kilogrammes jusqu'à plus de 1000 kilogrammes ; les surfaces de contact depuis 0^{mc},0031 jusqu'à 0^{mc},26, c'est-à-dire dans le rapport de 1 à 84, et les vitesses depuis les plus faibles jusqu'à 3 mètres par seconde, ce qui dépasse de beaucoup les plus grandes vitesses des pièces frottantes dans les machines. On peut donc conclure de ces expériences :

1°. Que le frottement du chêne en mouvement sur du chêne sans enduit, fibres parallèles au sens du mouvement, est constant et proportionnel à la pression ;
2°. Qu'il est indépendant de la vitesse ;
3°. Qu'il est indépendant de l'étendue de la surface de contact.

Ainsi se trouvent vérifiées, pour ce cas, les lois que Coulomb n'avait annoncées que comme des approximations. Quant à la valeur moyenne que ces expériences donnent pour le rapport du frottement à la pression, on voit qu'elle est égale à

$$0{,}478 \quad \text{ou} \quad 0{,}48\,;$$

et l'on remarquera que cette valeur moyenne ne diffère

au plus que de $\frac{1}{24}$ des quatre résultats qui s'en écartent le plus, ce qui est bien peu de chose pour des pressions et des surfaces si diverses : de plus, ce rapport est le même dans les mouvemens uniformes et dans les mouvemens accélérés.

Si nous parcourons, au contraire, les résultats obtenus par Coulomb (*), nous voyons que la surface de contact restant la même et égale à 3 pieds carrés, ou environ $0^{mc},30$, ce qui correspond à peu près à la plus grande surface que j'aie soumise à l'expérience, et la pression variant de 74 livres, ou environ 37 kilogrammes, jusqu'à 2474 livres, ou 1200 kilogrammes, ce qui répond aussi aux pressions extrêmes employées dans les nouvelles expériences; nous voyons, dis-je, que les valeurs qu'il a trouvées pour le rapport du frottement à la pression varient de

0,102 à 0,179,

c'est-à-dire à peu près du simple au double, et que de plus elles sont beaucoup au-dessous de celle que nous avons obtenue.

Si ensuite nous comparons entre eux les résultats de Coulomb, relatifs à des surfaces différentes, depuis les plus petites jusqu'à celles de 3 pieds carrés, ou $0^{mc},30$ environ, on voit que la valeur qu'il trouve pour le même rapport varie de

0,069 à 0,179,

c'est-à-dire à peu près du simple au triple.

Il est donc impossible, malgré le respect et la confiance

(*) *Mémoires de Mathématiques et de Physique, présentés à l'Académie des Sciences*, etc., tome X, page 197 et suivantes.

que doit inspirer la mémoire de ce célèbre physicien, de ne pas admettre qu'il lui soit échappé quelque erreur : aussi les conclusions qu'il tire de ses expériences ne sont-elles présentées par lui que comme des approximations. Examinons-les, et comparons-les à nos résultats.

Comparaison des résultats obtenus par Coulomb, avec ceux des nouvelles expériences.

28. Dans le résumé qu'il présente de ses expériences (page 208 du T. X des *Mémoires de l'Académie*), les plus grandes vitesses qu'il rapporte sont de 4 pieds en 4″, ou 0^{m},32 en 1″, tandis que dans les nouvelles, la vitesse va jusqu'à 3 mètres et plus en 1″, et toujours elles ont indiqué que le frottement est indépendant de la vitesse et de l'étendue de la surface, résultat d'accord avec ses conclusions : mais il dit ensuite que, dans la pratique, on pourra prendre pour le rapport du frottement à la pression, 0,105 ; et, d'après lui, on a généralement adopté 0,11, tandis que les expériences dont je rends compte donnent, pour valeur constante de ce rapport,

$$0{,}48.$$

Si l'accord des résultats ne suffisait pas pour en attester l'exactitude, j'ajouterais que l'examen des expériences où le mouvement, produit d'abord par le concours simultané des petites caisses M et de la caisse descendante K (Pl. 1 et 2), s'est ensuite retardé sous l'action seule de la caisse K, a constamment montré que ce retard avait lieu toutes les fois que l'effort exercé sur le traîneau ou la tension de la corde était moindre que 0,48 de la pression. On verra d'ailleurs, plus loin, que ces expériences fournissent à très peu près la même valeur pour ce rapport. Je relaterai tout à l'heure quelques circonstances

qui, comparées à ce que dit Coulomb dans son Mémoire, montrent qu'il a nécessairement été trompé sur l'état des surfaces qu'il a employées, et qui peuvent même laisser soupçonner la cause probable de son erreur.

Dans sa troisième remarque, page 204, il dit que quand la pression n'est que de 25 livres pour 1 pied carré, ce qui revient à peu près à 136 kil. par mètre carré, le frottement croît avec la vitesse, ce qu'il attribue à la présence d'*un duvet qui se pénètre avec facilité*, à la manière des crins de deux brosses, et qu'il faut ployer pendant le mouvement des surfaces. Or, on voit, par les premières expériences, que sous des pressions de 133 kil. sur $0^{mc},26$, ou environ 511 kil. par mètre carré, la valeur du frottement reste indépendante de la vitesse, quoique celle-ci ait été jusqu'à $2^{m},37$ par seconde.

Enfin il termine, page 205, en observant que, pour les petites surfaces, le rapport du frottement à la pression paraît diminuer à mesure que les pressions et les vitesses augmentent. Le tableau III prouve, au contraire, que ce rapport reste le même sous des pressions qui ont varié du simple au triple, depuis 3 kil. jusqu'à 9 kil. environ par centimètre carré, et jusqu'à des vitesses de $2^{m},70$ par seconde. Si je croyais, au contraire, avoir lieu de signaler une légère différence dans le cas des très petites surfaces, je serais porté à dire que, passé certaine limite, et à peu près vers celle de 8 à 9 kil. de pression par centimètre carré, le frottement augmente au lieu de diminuer, ce qui tiendrait à une altération que j'ai observée dans l'état de la surface, qui dans quelques endroits paraissait déchirée, et montrait de petites fibres de bois rompues et rebroussées; ce qui en altérait nécessairement le poli. Mais ces pressions étant de beaucoup supérieures à toutes celles que l'on peut être dans le cas d'employer dans la pra-

tique, puisqu'elles reviennent à 80 ou 90000 kil. par mètre carré, on voit que, dans toutes les limites de la pratique, il n'y a lieu d'admettre aucune altération dans la valeur du rapport.

Examen de quelques circonstances particulières du frottement du chêne sur le chêne. Altération du poli des surfaces glissant à sec les unes sur les autres.

29. Après cette discussion des conclusions présentées par Coulomb, examinons quelques circonstances des expériences. On a vu qu'elles se faisaient dans la halle des fontes de l'ancienne fonderie, vaste local, bien aéré, à l'abri des excès d'humidité et de sécheresse, où la température variait peu. C'est dans les mois de mai et juin que j'ai opéré sur le chêne; les semelles avaient été mises parfaitement de niveau sur les deux sens; les surfaces, bien dressées, se joignaient aussi exactement que possible; elles étaient polies à la prêle avec le plus grand soin; avant chaque expérience on les brossait, pour enlever le peu de poussière qui pouvait s'y être déposée; on les essuyait ensuite avec un linge doux et bien sec. Malgré toutes ces précautions, avec les grandes comme avec les petites surfaces, sous les fortes comme sous les faibles charges, à des vitesses lentes ou rapides, il n'a jamais été possible, non-seulement d'augmenter le poli du bois, comme Coulomb dit y être parvenu (page 197), mais même de conserver celui qui lui avait été donné par l'ouvrier.

En examinant, après chaque course, l'état des semelles et des bandes de frottement, on les trouvait chargées de petits grains bruns, formant saillie, et rassemblés en plus grande proportion sur les dernières. Ces grains, durs et adhérens au bois, s'y incrustaient, et traçaient sur

les semelles des sillons qui pouvaient avoir quelquefois jusqu'à $0^m,001$ à $0^m,002$ de profondeur. Lorsqu'on les enlevait et qu'on les réduisait en poudre, ils offraient, à l'œil et au toucher, identiquement la même apparence que de la sciure ou poussière de bois très fine. Sur les semelles, ces aspérités étaient à peu près indifféremment répandues sur toute la longueur; mais sur les bandes de frottement elles se rassemblaient principalement à l'avant et à l'arrière. D'ailleurs, leur nombre et leur grosseur, quoique un peu plus grands sous les fortes pressions que sous les petites, ne paraissaient pas être en proportion avec l'intensité absolue du frottement. Une seule course du traîneau suffisait pour la formation de ces grains et pour altérer complètement le poli des surfaces. Toutes les fois qu'on a voulu ramener le traîneau en arrière, en le faisant glisser avec sa charge, leur nombre et leur grosseur se sont tellement augmentés qu'il n'aurait plus été possible d'obtenir des résultats comparables, si on ne les eût enlevés.

Cette altération de la surface des corps frottant à sec, les uns sur les autres, est un fait bien connu des ouvriers, dont les outils en offrent sans cesse des exemples, par les traces dont ils sont sillonnés; et je l'ai observée sur tous les bois soumis cette année à l'expérience, sur le chanvre, sur le cuir non corroyé, et même sur les métaux, quoiqu'à un degré beaucoup moindre. Dans aucun des cas où les surfaces frottantes étaient complètement sèches et sans enduit, il n'y a eu moyen de l'éviter. Il semble donc impossible de se refuser à admettre que Coulomb a été induit en erreur; mais comment comprendre qu'une altération si remarquable ait échappé à un si exact et si scrupuleux observateur? Pour l'expliquer, je crois devoir anticiper sur le compte que j'aurai à rendre des expériences

sur le frottement du fer sur le chêne, et rapporter une circonstance qui a failli m'induire en une erreur pareille et me conduire à des résultats bien différens de ceux que j'ai obtenus depuis.

Parmi les corps que j'ai soumis cette année à l'expérience, se trouve le cuir noir corroyé, employé pour les courroies de transmission de mouvement. J'ai fait sur le frottement de ce corps, sur le chêne, quelques essais dans lesquels j'ai employé de vieux cuirs encore imprégnés de graisse, et des cuirs neufs qui n'avaient que celle qu'on leur donne au corroyage. On trouvera plus loin les résultats de ces expériences. Dans les essais, je n'ai remarqué aucune altération du poli du cuir, et le chêne des semelles a paru au contraire se polir. Le passage du cuir y était marqué par une trace unie, luisante et d'une couleur un peu plus foncée que les parties latérales. Je ne pensais pas d'abord que la graisse du cuir fût pour quelque chose dans ce changement de la surface; et trouvant, après ces expériences, que les semelles avaient un poli que je n'avais pas encore pu obtenir, je me gardai de l'altérer par l'usage de la prêle, et procédai de suite à l'étude du frottement du fer sur le bois de chêne. J'obtins alors des mouvemens très réguliers, et une si grande égalité dans les tensions indiquées par le dynamomètre, que les courbes de tension étaient exactement circulaires dans les mouvemens lents. Le frottement paraissait si constant pendant toute la course, que le traîneau marchait sans hésitation et avec une continuité parfaite, à une vitesse à peu près uniforme de 1^{m} en $960''$. Je me hâtai de relever ces expériences, pour les comparer à celles de Coulomb, et voir si elles indiqueraient encore autant de différence dans la valeur du frottement; mais je trouvai, comme lui, que le frot-

tement du fer sur le chêne était 0,08 environ de la pression. Quelques jours après je repris la même recherche, en y employant des surfaces plus petites; mais, dans l'intervalle, il avait fallu nettoyer les semelles, les gratter et les polir; la couche onctueuse qu'y avait laissée le cuir gras, avait disparu, et le frottement se trouva de suite égal à 0,60 environ de la première. Je recommençai les premières expériences, avec les mêmes surfaces et dans les mêmes circonstances, et j'obtins toujours le même rapport 0,60 à très peu près. En même temps je remarquai, comme il sera dit plus loin au sujet de ces expériences, que le poli du fer s'altérait, que la surface se rayait, et qu'elle était parsemée de petits grains noirâtres, d'apparence métallique, provenant de l'usé des corps en contact; ce qui était tout-à-fait conforme à ce que l'on avait observé pour le chêne. On voit, par cet exposé, combien la plus légère couche d'enduit ou le simple frottement d'un corps gras, peut altérer les résultats; et dès lors, pour expliquer la différence des miens à ceux de Coulomb, il suffit d'admettre que les ouvriers qu'il employait à ses expériences, auront obtenu le poli apparent des surfaces en les frottant ou en les nettoyant avec quelque corps légèrement gras.

Cette explication pourra d'ailleurs être vérifiée, par la suite, lorsque j'aurai l'occasion de faire des expériences sur l'effet des enduits; pour le moment elle paraît assez plausible. D'ailleurs, c'est plutôt pour la satisfaction de l'esprit, que pour confirmer les résultats que j'ai obtenus, que je la présente; car leur accord et la généralité de cette altération, inaperçue par Coulomb, ne me permettent pas d'élever des doutes sur leur exactitude. J'ajouterai que, pour ne pas compliquer les expériences des variations que l'accumulation de ces grains pouvait apporter

dans les résultats, j'ai eu soin, après chaque course, de faire décharger et retourner le traîneau, pour l'examiner et enlever ces grains, afin que l'expérience suivante fût faite sous le même état des surfaces.

Je terminerai cet examen des expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, par deux applications des formules que j'ai établies précédemment pour le calcul de la loi du mouvement du traîneau.

Applications des formules du n° 22.

30. Pour la première, relative à un cas du mouvement accéléré, nous prendrons les données de la deuxième expérience déjà citée, en admettant les lois établies et la valeur 0,48 du rapport du frottement à la pression; nous allons déduire des formules la valeur de la force accélératrice et l'équation de la courbe du mouvement. On a

$$Q = 133^{k},86, \quad P = 92^{k},22, \quad g = 9^{m},8088,$$

$$\frac{Q}{g} = 13,64, \quad F = 0,48 \times 133^{k},86 = 64^{k},25,$$

$$A = 0,516 + \frac{P}{g} = 9,91;$$

on déduit donc de l'équation,

$$\frac{rd\omega}{dt}\left(\frac{Q}{g} + 0,95\ A\right) = 0,95\ P - F - 0^{k},086,$$

$$\frac{rd\omega}{dt} = 1, \quad \text{et par suite} \quad r\omega = t,$$

la constante étant nulle, si nous supposons que ω et t sont pris à partir de l'origine vraie de la courbe.

On déduit de là

$$e = \frac{t^2}{2} \quad \text{ou} \quad t^2 = 2e;$$

c'est-à-dire que le paramètre de la parabole est $2c = 2$ et la force accélératrice $\frac{rd\omega}{dt} = 1$. Or le tracé direct, déduit du relèvement de l'expérience, nous a donné

$$2c = 2{,}08 \quad \text{et} \quad \frac{rd\omega}{dt} = 0{,}96;$$

mais aussi la valeur qu'elle fournissait pour le rapport du frottement à la pression est

0,488. au lieu de la valeur moyenne 0,48.

La seconde application que je donnerai est relative à un cas de mouvement uniforme, offert par la seizième expérience du tableau III. Nous allons examiner comment le traîneau passe du mouvement uniformément accéléré, qui lui avait été communiqué par l'action simultanée des petites caisses M et de la caisse K, au mouvement uniforme.

Pour la première période de ce mouvement, nous avons l'équation

$$\frac{rd\omega'}{dt'}\left(\frac{Q}{g} + 0{,}95\ A'\right) = 0{,}95\ (P + P') - F - 0^k{,}086;$$

les données de l'expérience sont

$$Q = 199^k{,}52,\ P = 95^k{,}84,\ P' = 58^k{,}45,\ \frac{Q}{g} = 20^k{,}33,$$

$$F = 0{,}48\ Q = 95^k{,}77,$$

$$A' = 0{,}516 + \frac{P + P'}{g} = 0{,}516 + 15{,}72 = 16{,}23;$$

on en déduit,

$$\frac{rd\omega'}{dt'} = \frac{0{,}95\ (P + P') - F - 0^k{,}086}{\frac{Q}{g} + 0{,}95\ A'} = 1{,}41;$$

et par suite,

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = 1{,}41\ t',$$

et

$$e' = \frac{1{,}41}{2}\ t'^2.$$

Les caisses M cessant d'agir, après être descendues de

$$e' = 0^m{,}035,$$

on trouve que cet espace a été parcouru dans un temps

$$t' = 0'',2227,$$

et que la vitesse à cet instant est

$$r\omega' = \frac{de'}{dt'} = 1{,}41\ t' = 0^m{,}314.$$

Comparaison des résultats de l'expérience avec ceux du calcul, par un cas où le mouvement devient uniforme.

31. J'ai relevé la courbe du mouvement, dans cette expérience (Pl. 8, fig. 1), en prenant les chemins parcourus par des abscisses de grandeur naturelle, et les temps ou les ordonnées à l'échelle de $0^m{,}1$ pour $1''$; mais, malgré la grandeur de cette échelle, la portion parabolique de cette courbe est trop courte pour qu'on puisse, avec une exactitude suffisante, trouver son paramètre par le tracé. Voici comment on peut y suppléer par le calcul.

On sait que, dans ce relèvement, la valeur absolue

des temps peut être affectée d'une erreur constante, en plus ou en moins, par suite de l'incertitude du point de départ. Le tracé rectifie cette erreur, quand on peut le faire, mais on peut aussi la corriger par le moyen suivant :

Admettons, par exemple, comme l'examen de la fig. 1, Pl. 8, paraît ici l'indiquer, que les valeurs de t seraient toutes trop grandes d'une quantité x; on aura, en appelant t_1, t_2... etc., les vraies valeurs des temps correspondantes aux valeurs adoptées t', t'', etc.,

$$t_1 = t' - x, \quad t_2 = t'' - x \text{ etc.};$$

$2c$ étant le paramètre de la parabole du mouvement, et les espaces parcourus étant donnés exactement par le relèvement, on aura

$$(t' - x)^2 = 2ce',$$
$$(t'' - x)^2 = 2ce'';$$

d'où

$$\frac{t'' - x}{t' - x} = \sqrt{\frac{e''}{e'}} \quad \text{et par suite} \quad x = \frac{t'\sqrt{\frac{e''}{e'}} - t''}{\sqrt{\frac{e''}{e'}} - 1};$$

expression dans laquelle la substitution de différentes valeurs simultanées de e et de t donnera la valeur de x. En y introduisant celles qui sont fournies par le tableau suivant du relèvement de la courbe, on trouve

$$x = 0'',0436,$$

pour valeur moyenne de l'erreur; puis en diminuant toutes les valeurs de t de cette quantité constante, on a

$$2c = 1^m,315;$$

et par suite, pour la vitesse après une course,

$$e' = 0^m,035, \qquad r\omega' = \frac{de'}{dt'} = 0^m,32,$$

au lieu de $0^m,314$ trouvé plus haut directement par la formule.

L'accord du résultat, déduit du tracé et de celui du calcul, nous montre encore ici la confiance que méritent les moyens d'observation employés et les conséquences qu'on en a tirées; et si le petit excès de la vitesse donnée par la formule sur l'autre, n'est pas mis au nombre des incertitudes inévitables dans de pareilles expériences, il peut être attribué à la quantité d'action consommée au moment même du départ pour détacher le traîneau. Sachant, d'ailleurs, que l'excès d'effort à exercer pour produire cette séparation est assez grand, nous voyons, par la petitesse même de la quantité d'action qu'il exige, que la portion de course pendant laquelle il agit est extrêmement courte, ou plutôt que cette résistance, étrangère au frottement proprement dit, n'existe qu'au point même du départ, et cesse aussitôt que le mouvement est commencé. C'est, au reste, ce que des observations spéciales, d'un genre tout différent, confirmeront plus tard.

Examen détaillé de la courbe du mouvement de la seizième expérience du tableau III. (Fig. 1).

32. Cette expérience, où le mouvement est uniforme, offre cependant une circonstance qui mérite un examen particulier. Le relèvement général fait voir qu'au lieu d'être uniforme, à partir de $e = 0^m,035$, avec la vitesse $r\omega = 0^m,32$, le mouvement continue à s'accélérer jusque vers $e = 0^m,50$, où il devient uniforme avec la vitesse de $0^m,61$ en $1''$. Recherchons ce qui peut occasioner cette accélération; et, pour cela, comparons la loi de la courbe des tensions à celle du mouvement.

A cet effet, j'ai relevé, avec beaucoup plus de détail, la courbe tracée sur le plateau; et au lieu de partager le cercle de départ en 10 parties, je l'ai divisé en 100; puis, j'ai mesuré les angles correspondant à chacune de ces fractions du temps d'une révolution, et j'ai formé le tableau suivant:

Relèvement détaillé de la courbe du mouvement dans la seizième expérience du tableau III.

Vitesse uniforme du style, 1 tour en 4″.

PARTIES de la circonférence DU STYLE	TEMPS corres-pondant.	DEGRÉS parcourus dans le même temps par le plateau.	ESPACES parcourus dans le même temps par le traîneau.	PARTIES de la circonférence DU STYLE.	TEMPS corres-pondant.	DEGRÉS parcourus dans le même temps par le plateau.	ESPACES parcourus dans le même temps par le traîneau.
0	0″	0°	0m	0,29	1″ 16	174° 3	0m336
0,01	0,04	»	»	0,30	1,20	183,2	0,354
0,02	0,08	0,9	0,0017	0,31	1,24	189,4	0,366
0,03	0,12	2,1	0,0041	0,32	1,28	197,5	0,383
0,04	0,16	5,5	0,0101	0,33	1,32	205,5	0,398
0,05	0,20	9,6	0,0186	0,34	1,36	214,9	0,416
0,06	0,24	1,5	0,0290	0,35	1,40	223	0,431
0,07	0,28	20,5	0,0396	0,36	1,44	231,5	0,448
0,08	0,32	24,5	0,0473	0,37	1,48	239,2	0,463
0,09	0,36	28,5	0,0551	0,38	1,52	248,4	0,480
0,10	0,40	32,4	0,0627	0,39	1,56	257,6	0,498
0,11	0,44	3,7	0,0716	0,40	1,60	265,8	0,513
0,12	0,48	40,8	0,0729	0,41	1,64	274,6	0,531
0,13	0,52	»	»	0,42	1,68	263	0,546
0,14	0,56	»	»	0,43	1,72	289,7	0,560
0,15	0,60	»	»	0,44	1,76	299,8	0,581
0,16	0,64	75,9	0,1452	0,45	1,80	308,2	0,596
0,17	0,68	83,1	0,1608	0,46	1,84	317,2	0,614
0,18	0,72	88,5	0,1712	0,47	1,88	326,8	0,632
0,19	0,76	95,5	0,1849	0,48	1,92	335,8	0,647
0,20	0,80	102,5	0,1985	0,49	1,96	345,5	0,669
0,21	0,84	109,2	0,2115	0,50	2,00	355	0,688
0,22	0,88	116,6	0,225	0,51	2,04	366,2	0,709
0,23	0,92	123,5	0,239	0,52	2,08	377	0,730
0,24	0,96	132,5	0,256	0,53	2,12	388	0,751
0,25	1,00	140,5	0,271	0,54	2,16	399,5	0,773
0,26	1,04	149,7	0,290	0,55	2,20	412,5	0,797
0,27	1,08	158,2	0,306	0,56	2,24	424	0,820
0,28	1,12	166,3	0,322				

Pour pouvoir suivre en détail la loi du mouvement, j'ai construit (Pl. 8, fig. 1), la courbe dont ce tableau fournit les abscisses et les ordonnées, en prenant les espaces de grandeur naturelle et les temps à l'échelle de $1^m,1$ pour $1''$.

Au-dessus de cette courbe du mouvement, j'ai tracé de même (fig. 2) la courbe des tensions, en prenant les tensions ou flexions du ressort de grandeur naturelle, mais en retranchant de celles-ci le rayon constant du cercle de repos du ressort (6).

Jetons un coup d'œil sur la planche 8, qui représente ces deux courbes. Nous voyons d'abord qu'à $0^m,035$ de l'origine, la tangente à la courbe est inclinée sur l'axe des ordonnées à 0,315, ce qui est la vitesse déduite du relèvement. Mais, en même temps, le ressort cessant d'être soumis à l'action simultanée de P et de P', et n'étant plus tendu que par P, revient assez brusquement en arrière, en vertu de son élasticité, et ne conserve même plus la tension correspondante à P; aussi le mouvement se ralentit de suite. Bientôt le ressort, qui s'était trop débandé, dépasse, en sens contraire, son point de tension moyenne, le mouvement s'accélère un peu et tend à redevenir uniforme à une vitesse de $0^m,346$ en $1''$. Il continue ainsi jusqu'à $0^m,155$ environ, où l'on voit que le mouvement éprouve une petite accélération assez brusque, qui porte sa vitesse à $0^m,416$, et qui correspond aussi à une nouvelle oscillation dans laquelle le ressort dépasse son point de tension moyenne. A $0^m,353$ de course, la tension diminue un peu, et le mouvement se ralentit; mais bientôt il reprend une nouvelle vitesse uniforme encore égale à $0^m,416$ en $1''$. Après un nouveau retard vers $0^m,55$, le mouvement redevient uniforme à une vitesse un peu plus grande. Les oscillations du ressort

devenant de moins en moins sensibles, les variations dans la vitesse du traîneau diminuent; mais il continue cependant à se mouvoir par une suite de mouvemens uniformes dont les vitesses se rapprochent sans cesse de la vitesse générale, trouvée par le premier tracé de la courbe.

On voit, par cet examen, que chaque retard ou accélération du traîneau correspond à une oscillation du ressort, et il est facile de concevoir que, pour peu qu'il se trouve sur les semelles des parties susceptibles de se polir plus que les autres, telles que des nœuds et les fibres qui les avoisinent, comme il en existe en effet plusieurs près du point de départ, il devra se faire à chacun de ces endroits une petite accélération. Ces petits changemens de vitesse se faisant par une succession bien marquée de mouvemens uniformes, il me semble qu'ils n'infirment en rien les conséquences générales que nous avons posées.

Examen des expériences dans lesquelles le mouvement du traîneau est retardé.

33. J'ai dit que dans certaines expériences, où l'effort constant exercé par la caisse descendante était au-dessous de 0,48 de la pression, le mouvement du traîneau, produit par l'action simultanée des poids P et P′, était retardé et même arrêté. Je n'ai pas rapporté les données de ces expériences dans le tableau précédent, parce qu'elles ne pouvaient donner qu'une limite inférieure au-dessus de laquelle devait se trouver le frottement; mais je vais les réunir ici, pour faire voir que si elles ne sont pas d'un usage commode pour la détermination du frottement, elles peuvent cependant servir de vérification *à posteriori* aux résultats déduits des autres expériences.

En admettant, en effet, les lois déduites des autres

expériences, c'est-à-dire en supposant que le frottement soit constant et indépendant de la vitesse, on voit facilement que si l'on appelle

T la tension de la corde produite par le poids P;

T′ celle qui est due au poids P′ (*);

e le chemin total parcouru par le traîneau et par le poids P;

e′ le chemin parcouru par le traîneau pendant que P′ agit, ou la hauteur dont les petites caisses sont descendues;

F le frottement regardé comme constant.

Le travail de l'inertie depuis le départ jusqu'au moment où le traîneau s'est arrêté, étant nul, on a

$$Te = 0{,}95\ Pe \quad \text{et} \quad T'e' = 0{,}95\ P'e';$$

et par suite,

$$Fe = T'e' + Te^{k \cdot m}.$$

Sans se livrer à l'étude de ces mouvemens retardés, il est facile de relever sur le plateau le chemin *e* parcouru dans la course. Par une mesure directe, j'obtenais *e′*; on connaît dans chaque cas P et P′, on pourra donc facilement calculer F.

Le tableau suivant offre les données et les résultats de ce calcul.

(*) Je considère ici la tension totale de la corde comme étant égale à la somme des deux tensions T et T′, que les poids P et P′ produiraient séparément, et je prends pour T et T′ leurs valeurs moyennes.

TABLEAU IV.

Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne sans enduit, et dans lesquelles le mouvement a été retardé ou même arrêté.

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface frottante.	Pression Q.	POIDS MOTEUR		TENSION de la corde		CHEMIN parcouru par		Frottement F.	Rapport du frottement à la pression
			Au départ P'.	Pendant le mouvement P.	Due à P' ou T'.	Due à P ou T.	Les petites caisses e'.	Le traîneau e.		
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	mèt.	mèt.	kil.	
1	0,088	49,11	34,18	20,47	32,47	19,44	0,183	1,68	22,97	0,47
2	*id.*	49,11	34,18	21,47	32,47	20,39	0,175	2	22,55	0,46
3	*id.*	101,88	33,98	43,89	32,28	41,69	0,107	0,848	45,76	0,45
4	*id.*	101,88	33,98	44,89	32,28	42,64	0,100	2,238	44,04	0,43
5	*id.*	101,88	46,20	42,87	43,89	40,73	0,075	1,112	43,76	0,43
									Moyenne.......	0,45

La valeur moyenne du rapport du frottement à la pression, déduite de ces expériences, est un peu plus faible que celle que l'on tire des précédentes; mais je dois faire observer que la mesure de *e'* était prise directement, en mesurant la hauteur du dessous des caisses M au-dessus des traverses destinées à les arrêter, et que, n'ayant pas attaché beaucoup d'importance à la détermination de cette hauteur, qui est tout-à-fait inutile pour le calcul de la plupart des expériences, je n'avais pas préparé de moyens précis d'observation. Il peut en résulter qu'il s'y soit glissé quelques petites erreurs, suffisantes pour produire cette différence.

On voit donc, que dans les trois cas possibles du mouvement accéléré, uniforme ou retardé, le frottement du chêne sur le chêne sans enduit, et fibres parallèles, suit exactement les lois que j'ai énoncées précédemment.

Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne sans enduit, fibres parallèles, après un contact prolongé.

34. Je n'ai encore fait aucune mention de quelques expériences dont le but était de déterminer l'effort nécessaire pour détacher deux surfaces de chêne en contact l'une avec l'autre, sans enduit, et fibres parallèles, depuis un temps plus ou moins long. D'après ce que j'ai rapporté au sujet de l'altération du poli des surfaces, et la description de l'appareil, on voit qu'il n'était pas disposé de manière qu'on pût mettre le traîneau en mouvement immédiatement après sa mise en place, ou même après quelques secondes, puisqu'il fallait, à chaque expérience, le décharger, le nettoyer, le reporter en arrière et le recharger; ce qui exigeait nécessairement un temps assez long, surtout pour les fortes pressions. J'ai donc dû me borner à observer l'effort nécessaire pour déterminer le départ après 15′ au moins, et les résultats de ces expériences sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU V.

Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit, fibres parallèles.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface en contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	Effet total qui produit le départ ou frottement au départ.	Rapport du frottement au départ à la pression.	Observations.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,26	133,86	»	»	74,34	74,34	0,55	Dans toutes ces expériences, la durée du contact a dépassé 15′.
2	0,26	205,67	92,22	87,61	74,34	161,95	0,79	
3	0,26	440,01	121,25	115,18	218,29	333,47	0,76	
4	0,26	1039,03	421,78	400,69	290,97	691,66	0,66	
5	0,088	46,29	29,45	27,98	»	27,98	0,60	
6	0,088	151,21	107,58	102,20	»	102,20	0,67	
7	0,0031	97,79	»	»	53,64	53,64	0,55	
8	0,0031	145,76	»	»	79,76	79,76	0,55	
9	0,0031	194,24	»	»	127,48	127,48	0,65	
10	0,0031	273,89	»	»	150,23	150,23	0,55	

L'examen des résultats consignés dans ce tableau, nous montre que l'effort nécessaire pour détacher les surfaces en contact est bien loin d'être dans un rapport constant avec la pression, et que ses variations ne paraissent pas dépendre de l'étendue de la surface, puisque, pour une même surface, il varie énormément sous la même pression, tandis que pour des surfaces excessivement différentes, on lui trouve par fois la même valeur. D'ailleurs, si, d'après ces résultats si différens, il était permis de lui assigner une valeur moyenne, elle serait d'environ 0,60 à 0,65 de la pression; c'est-à-dire bien plus grande que celle indiquée par Coulomb, qui l'a prise égale à 0,44, valeur que je n'ai jamais trouvée.

Il semble donc naturel de croire que la résistance que l'on éprouve à faire glisser deux surfaces de chêne l'une sur l'autre, lorsqu'elles ont été en contact pendant quelque temps, tient à une cause particulière, dépendante non-seulement de la structure des corps, mais encore de la manière accidentelle dont les surfaces sont placées l'une sur l'autre. Tel serait, par exemple, un engrènement réciproque des fibres dures dans les fibres tendres des bois. On conçoit en effet facilement, dans cette hypothèse, qu'il faut un certain temps pour rendre cet engrènement complet, et que si les surfaces sont, par hasard, posées l'une sur l'autre, de manière qu'un assez grand nombre de fibres dures reposent sur d'autres fibres dures, l'engrènement sera beaucoup moins parfait et la résistance moins grande que dans le premier cas. On sent aussi que cet engrènement sera, toutes choses égales d'ailleurs, bien plus sensible, et sujet à bien plus d'irrégularités, lorsque les fibres des bois seront parallèles, que quand elles seront perpendiculaires entre elles. J'aurai, plus tard, occasion

de rapporter quelques faits intéressans au sujet du frottement au départ de l'orme sur le chêne. Ils font voir que la moindre vibration détruit cet engrènement, et que le départ se produit alors sous des tensions qui ne dépassent pas la valeur du frottement pendant le mouvement, d'où résultent plusieurs conséquences importantes pour la stabilité des constructions.

Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur le chêne sans enduit, les fibres des pièces frottantes étant perpendiculaires entre elles.

35. Je n'insisterai pas davantage, pour le moment, sur ces considérations, parce que j'aurai bientôt l'occasion d'y revenir; et je vais rendre compte des expériences relatives au frottement du chêne sur le chêne, lorsque les fibres du bois sont perpendiculaires entre elles.

Le relèvement et le calcul de ces expériences ont été faits d'une manière tout-à-fait analogue à ce que j'ai expliqué précédemment, et je ne crois pas nécessaire d'en donner un nouvel exemple. Les données consignées au tableau suivant suffisent pour les vérifier au besoin.

TABLEAU VI.

Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne, sans enduit.

Les fibres des bandes frottantes sont perpendiculaires au sens du mouvement et aux fibres des semelles.

TABLE

Expériences sur le frottement du ch

Les fibres des bandes frottantes sont perpendicu

NUMÉROS des EXPÉRIENCES	ÉTENDUE de LA SURFACE de contact.	PRESSION Q.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE ACCÉLÉRATRICE $\frac{rdv}{dt} = \frac{2}{2C}$.	FROTTE
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	mèt.		kil.
1	0,088	54,66	49,25	33,14	0,774	2,58	33,1
2	*id.*	128,09	49,25	44,96	5,48	0,364	40,2
3	*id.*	175,83	73,44	66,42	4,84	0,413	59,(
4	*id.*	224,44	85,31	78,73	7,84	0,255	72,9
5	*id.*	224,44	97,32	86,42	3,32	0,600	72,6
6	*id.*	424,98	133,45	126,77	»	»	126,7
7	*id.*	424,98	199,33	173,72	2,52	0,793	139,3
8	*id.*	904,67	354,73	315,64	3,26	0,613	259,1
9	*id.*	904,67	402,61	356,01	2,93	0,682	293,1
							Moyen
10	0,0040	182,72	73,26	69,60	»	»	69,6
11	*id.*	416,26	204,54	185,15	4,47	0,447	166,1
12	*id.*	662,48	407,98	347,66	2,68	0,746	297,2
13	*id.*	176,54	97,27	91,81	»	»	91,8
14	*id.*	176,54	145,05	122,74	1,94	1,03	104,2

Observations et conclusions relatives à ces expériences.

36. Le relèvement de toutes les courbes des expériences où le mouvement a été accéléré, a donné des paraboles ; ce qui prouve que dans ce cas le frottement est encore entièrement indépendant de la vitesse. On voit, par le tableau VI, qu'il est proportionnel à la pression dans le rapport constant de 0,324 à l'unité, au lieu de 0,10 que Coulomb a déduit de ses expériences. L'accord de tous les résultats relatifs à la surface de contact de $0^{m},088$, et la présence de grains noirâtres semblables

I.

mouvement sur du chêne, sans enduit.

sens du mouvement et aux fibres des semelles.

APPORT du OTTEMENT à PRESSION	VITESSE DU MOUVEMENT		OBSERVATIONS.
	UNIFORME.	ACCÉLÉRÉ à 3m de course.	
	mèt.	mèt.	
0,34	»	3,93	
0,31	»	1,48	
0,33	»	1,57	
0,32	»	1,23	
0,32	»	1,90	
0,30	»	»	Mouvement uniforme.
0,30	»	1,56	
0,29	»	1,91	
0,32	»	1,51	
0,324			
0,38	1,33	»	Mouvement uniforme.
0,39	»	1,64	
0,44	»	2,11	
0,52	1	»	Mouvement uniforme.
0,59			

à ceux que l'on a observés lorsque les fibres du bois étaient parallèles entre elles, quoiqu'en moindre quantité, nous montre encore qu'il s'est nécessairement glissé dans les observations de cet ingénieur, quelque erreur analogue à celle que j'ai déjà signalée au n° 29.

Quant à l'influence des surfaces, elle n'altère pas la loi de l'indépendance des vitesses, mais l'inégalité des valeurs trouvées pour le rapport du frottement à la pression exige quelque explication. Dans l'emploi de la surface frottante, réduite à 0m.q.0040, j'ai remarqué, dans toutes les expériences, qu'outre la formation de petits grains noirâ-

tres, la surface du bois présentait des fibres déchirées, et, en quelques endroits, des traces charbonnées de 0^m,2 à 0^m,3 de longueur. Aussitôt que le traîneau avait passé sur ces endroits, on sentait, même à quelques pas de distance, une odeur de bois brûlé, et la partie des semelles ainsi altérée était encore sensiblement chaude après le passage. Il résulte de là que, dans toutes ces expériences de 0^m,0040, il y a eu altération du tissu du bois, et par suite une augmentation de frottement qui tient à ce que la pression était trop forte pour l'étendue de cette surface. Il semble donc que l'on ne doit rien en conclure contre la loi de l'indépendance des surfaces. Au reste, je me propose de reprendre cette série d'expériences, afin de ne laisser aucun doute à ce sujet.

Pour déterminer la loi du frottement au moment de la séparation des surfaces qui ont été quelque temps en contact, j'ai fait aussi quelques expériences dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU VII.

37. *Expériences sur le frottement du chêne sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.*

Les fibres des bandes sont perpendiculaires à celles des semelles.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante P.	TENSION de la corde T.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT TOTAL qui produit le départ ou frottement au départ.	RAPPORT du frottement au départ à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,088	54,66	»	»	30,45	30,45	0,55	Dans toutes ces expériences, la durée du contact a dépassé 15'.
2	id.	128,09	»	»	68,12	68,12	0,53	
3	id.	224,44	»	»	114,42	114,42	0,51	
4	id.	904,67	354,73	336,99	194,01	531	0,58	
5	id.	1145,63	402,61	382,48	201,15	583,63	0,51	
6	0,0040	176,54	97,27	92,41	»	92,41	0,52	
7	id.	182,72	»	»	96,33	96,33	0,53	
8	id.	662,48	407,98	387,58	»	387,58	0,52	
					Moyenne. . .		0,54	

On trouve ici beaucoup plus d'accord entre les résultats que dans les expériences analogues, pour le cas où les fibres étaient parallèles; ce qui paraît assez naturel, parce que dans le cas actuel les fibres du bois étant perpendiculaires les unes aux autres, s'il se fait un engrènement dû à leur contact prolongé, les causes de variation, que nous avons admises dans le précédent, n'existent pas. La valeur du rapport du frottement à la pression est moyennement égale à

$$0,54,$$

et par conséquent double de celle que Coulomb a trouvée. On voit d'ailleurs que l'étendue des surfaces ne paraît pas avoir d'influence sur cette valeur, quoique les surfaces diffèrent dans le rapport de 1 à 22, et que les pressions aient varié de 50 kil. à près de 1200 kil. On peut donc encore admettre que dans ce cas le frottement est proportionnel à la pression et indépendant des surfaces.

Frottement de l'orme sur le chêne, sans enduit.

38. Le bois d'orme employé dans ces expériences est de l'orme de Lorraine, pesant 686 kil. le mètre cube, d'un grain doux et uni. Les pièces, ou semelles de chêne, sur lesquelles il glissait, sont les mêmes qui ont servi précédemment. Les bois étaient parfaitement secs, et leur surface nettoyée et essuyée avec soin avant chaque expérience, pour enlever tout corps étranger, s'il y en avait.

Le relèvement des courbes du mouvement a donné, dans tous les cas où le mouvement a été accéléré, des courbes paraboliques dont le foyer et le paramètre ont été exactement déterminés par le tracé.

TABLE

Expériences sur le frottement de l'o

Les fibres des bois sont

NUMÉROS des EXPÉRIENCES.	ÉTENDUE de LA SURFACE de contact.	PRESSION Q.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE ACCÉLÉRATRICE $\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C}$.	FROTTE F.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	millim.		kil.
1	0,1243	117,91	73,14	63,11	2,40	0,83	53,
2	*id.*	117,91	84,98	69,40	1,54	1,29	53,
3	*id.*	417,77	229,74	204,22	3,23	0,619	177,
4	*id.*	417,77	217,75	199,71	6,10	0,328	185,
5	*id.*	417,77	205,91	188,97	6,24	0,321	175,
6	*id.*	417,77	301,26	238,37	1,24	1,61	169,
7	*id.*	897,81	505,03	442,96	2,63	0,761	372,
8	*id.*	897,81	456,94	420,36	6,54	0,305	392,
9	*id.*	897,81	505,03	413,25	3,96	0,505	357,
10	*id.*	897,81	588,85	500,96	1,97	1,015	408,
11	0,0059	111	61,40	55,48	4,64	0,431	49,
12	*id.*	176,64	141,10	109,12	1,14	1,754	77,
13	*id.*	416,14	217,53	199,42	5,69	0,332	185,
							Moyenne

Le relèvement des courbes donnant encore des paraboles, et le tableau ci-dessus montrant que le frottement est indépendant des surfaces et proportionnel à la pression, dans le rapport moyen de

$$0{,}432$$

à l'unité, les lois observées pour le chêne sont encore vérifiées pour le cas actuel.

Après chaque expérience, l'examen des surfaces a fait voir qu'il se formait encore des grains noirâtres, comme dans le frottement du chêne sur le chêne; et cependant les bandes d'orme paraissaient avoir acquis tout le poli

III.

n mouvement sur le chêne, sans enduit.

les au sens du mouvement.

‹APPORT du ROTTEMENT à ‹ PRESSION.	VITESSE DU MOUVEMENT UNIFORME.	ACCÉLÉRÉ à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt.	mèt.	
0,45	»	2,30	
0,45	»	2,88	
0,42	»	1,97	Les semelles se charbonnent en quelques endroits.
0,44	»	1,41	
0,42	»	1,37	
0,41	»	3,08	Les semelles se charbonnent en quelques endroits, à partir de 1 mèt. de distance du départ, avec dégagement de chaleur très sensible.
0,43	»	2,26	
0,41	»	1,23	
0,41	»	1,73	
0,45	»	2,47	
0,45	»	1,60	
0,44	»	3,20	
0,44	»	1,45	
0,432			

dont elles étaient susceptibles; ce qui ne les empêchait pas de s'user sur le chêne.

Pour nouvel exemple des opérations du relèvement et du calcul, je rapporte ici ce qui concerne la deuxième expérience du tableau VIII.

La figure 1, Pl. 9, représente la courbe du mouvement tracée par le style pendant l'expérience.

La figure 2, Pl. 9, représente la parabole qui résulte du relèvement de cette courbe.

La figure 3, Pl. 7, représente la courbe des tensions tracée par le pinceau adapté au ressort.



La figure 4, Pl. 7, représente le développement de cette courbe, ou la loi des tensions et des espaces parcourus.

Pour le calcul des résultats de cette expérience, on a

$$Q = 117^{k},91, \quad P = 84^{k},98, \quad 2C = 1^{m},54, \quad \frac{r d\omega}{dt} = \frac{2}{2C} = 1,29.$$

La formule (n° 27)

$$T = 0,95 \left[P - \left(0,516 + \frac{P}{g} \right) \frac{2}{2C} \right] - 0^{k},086,$$

donne

$$T = 69^{k},40,$$

et la formule (n° 20)

$$F = T - \frac{Q}{g} \frac{r d\omega}{dt},$$

donne

$$F = 53^{k},90;$$

et par suite,

$$\frac{F}{Q} = 0,45.$$

39. J'ai fait aussi quelques expériences sur l'effort nécessaire pour produire le mouvement lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact. Les résultats en sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU IX.

Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.

Les fibres des bandes sont parallèles à celles des semelles.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante P.	TENSION de la corde T.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total qui produit le départ ou frottement au départ.	RAPPORT du frottement au départ à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,1243	117,91	»	»	85,92	85,92	0,73	Dans toutes ces expériences, les surfaces ont été en contact pendant plus de 15′.
2	id.	417,77	229,74	218,25	106,57	324,82	0,76	
3	id.	897,81	456,84	434,09	106,57	540,66	0,60	
4	id.	897,81	588,85	559,40	»	559,40	0,62	
5	0,0059	176,64	141,10	134,33	»	134,33	0,76	

Influence d'un léger ébranlement sur la séparation des corps en contact depuis quelque temps.

40. On voit que dans le frottement de l'orme sur le chêne, sans enduit, et fibres parallèles, après une certaine durée du contact, il règne la même irrégularité que dans celui du chêne sur le chêne, où les circonstances sont les mêmes, et que les différences observées ne paraissent pas provenir de l'étendue des surfaces. J'ai attribué ces variations à l'engrènement des surfaces, qui, d'après la manière accidentelle dont les fibres parallèles se trouvaient posées les unes sur les autres, pouvait être plus ou moins parfait, plus ou moins profond, et par conséquent opposer à leur séparation une résistance plus ou moins grande. Nous avons vu de plus, par une application des formules n° 31, que l'excès de la résistance qu'on éprouve pour

produire le mouvement sur celle qui a lieu quand le traîneau est une fois en marche, n'agit qu'au point même du départ, et que la quantité d'action consommée par cet excès de résistance est nulle; ce qui paraît confirmer l'hypothèse qu'elle n'est due qu'à l'engrènement des surfaces. Mais cette supposition acquiert une apparence de vérité bien plus grande par les faits que je vais rapporter.

J'avais observé à plusieurs reprises, dans les expériences précédentes, que lorsque la charge de la caisse K, réunie à l'effort du levier *ced* ou à celui des petites caisses M, produisait un effort sensiblement supérieur à la valeur moyenne du frottement pendant le mouvement, je parvenais à faire partir le traîneau en frappant à la main un coup léger sur les extrémités des gîtes en chêne AA, perpendiculairement à leur longueur. Cet effet, plusieurs fois répété, appela mon attention; et dans la quatrième expérience du tableau VIII, la charge de $217^{k},45$ de la caisse ne produisant pas le départ, je fis frapper, par un des ouvriers que j'employais, un coup de maillet sur le bord des gîtes, perpendiculairement à leur direction et verticalement. Le traîneau se mit de suite en mouvement et continua sa course jusqu'au bout. Cependant, dans la deuxième expérience du tableau IX, la charge et les autres circonstances étant les mêmes, il avait fallu exercer sur le traîneau un effort total de

$$324^{k},82$$

pour le détacher. Ainsi, le frottement, pendant le mouvement, étant, comme l'indique le tableau VIII, quatrième expérience, égal à

$$185^{k},75,$$

la différence des deux résistances était de

$139^k,07$,

et un seul coup de maillet, frappé à la main, suffisait pour produire le même effet que ce surcroît de tension et occasionait le départ.

Pour obtenir, autant que possible, une mesure de cet effet des vibrations, qu'un choc occasione dans la séparation des surfaces, je fis tomber successivement un poids de différentes hauteurs sur le bout des gîtes, immédiatement en arrière de l'extrémité des semelles *c*, et je trouvai, par plusieurs essais, qu'il suffisait de faire tomber 3^k de $0^m,5$ de hauteur pour produire une vibration capable de détacher les surfaces engrenées et faire partir le traîneau. Or, en plaçant un verre d'eau au milieu de la portion des gîtes qui supportait la charge, il n'est résulté dans le niveau de l'eau, par suite de ce choc, que des oscillations très faibles, qui ont cessé de suite.

Il suit de là que dès que le traîneau est sollicité par un effort capable de vaincre le frottement pendant le mouvement, la moindre vibration suffit pour le faire partir. J'ai observé des effets analogues sur tous les bois que j'ai soumis cette année à l'expérience; et quoique je ne sois pas encore en mesure de rechercher les lois de cette résistance au départ, on peut cependant conclure de ce qui précède, que dans les constructions et dans les calculs relatifs à leur stabilité, on ne doit prendre pour le frottement que la valeur de cette résistance pendant le mouvement; car il n'existe pas d'édifice qui soit à l'abri d'une vibration causée par le passage d'un corps pesant dans son voisinage, ou le choc de quelque corps étranger.

Quoique l'étude de cette partie des effets du frottement demandât des expériences spéciales que je n'ai pas encore

pu faire, j'ai réuni dans le tableau suivant les résultats relatifs au frottement de l'orme sur le chêne, sans enduit, fibres parallèles.

TABLEAU X.

Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit, fibres parallèles.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	Pression.	Effort total nécessaire pour le départ.	Frottement pendant le mouvement.	Excès de l'effort au départ sur le frottem. pendant le mouv.	PRODUIT DU POIDS dont la chute CAUSE LE DÉPART par la hauteur dont il est tombé.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.			
1	0,1243	117,91	85,92	53,13	32,79	»	
2	*id.*	117,91	»	»	»	»	Non observé
3	*id.*	417,77	324,82	177,86	146,96	»	
4	*id.*	417,77	»	185,75	»	»	Le départ a été produit par la vibration causée par un coup de maillet.
5	*id.*	417,77	»	175,30	»	k. m. k.m. 3×0,5=1,5	
6	*id.*	417,77	»	169,82	»	»	Non observé.
7	*id.*	897,81	»	372,60	»	k. m. k.m. 5×0,6=3	
8	*id.*	897,81	540,66	392,45	148,21	»	
9	*id.*	897,81	559,40	367,03	192,37	»	
10	*id.*	897,81	»	408,07	»	»	
11	0,0059	111	»	49,39	»	»	Le départ a été produit par un léger ébranlement à la main.
12	*id.*	176,64	134,33	77,73	56,60	»	
13	*id.*	416,14	»	185,31	»	k. m. k.m. 3×0,4=1,20	

Ce tableau, où les expériences sont les mêmes que celles du tableau VIII, et qui est déduit de celui-ci et du tableau IX, ne permet, comme on voit, d'asseoir aucune règle. La seule induction que l'on puisse en tirer, c'est qu'à surfaces égales et peut-être même à surfaces différentes, la quantité d'action à imprimer au corps choquant est à peu près proportionnelle à la pression.

Je me garderai d'insister sur cette induction, que je

ne présente que comme un aperçu, qui devra être éclairci par une étude particulière de cet ordre d'effets dû au contact prolongé des corps.

Frottement de l'orme en mouvement sur le chêne, sans enduit. Les fibres des bandes d'orme sont perpendiculaires au sens du mouvement et aux semelles en chêne.

41. De même que dans toutes les autres expériences où le mouvement est accéléré, les courbes du mouvement sont des paraboles dont les foyers et paramètres ont été déterminés par le tracé.

TABLEAU XI.

Expériences sur le frottement de l'orme en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres de l'orme sont perpendiculaires à celles du chêne et au sens du mouvement

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface en contact.	Pression.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	Tension de la corde pendant le mouvement.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$.	Frottement.	Rapport du frottement à la pression.	Vitesse à 3m de course.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	mèt.		kil.		mèt.
1	0,0084	111	67,43	58,30	2,47	0,809	49,15	0,44	2,39
2	*id.*	182,82	109,52	95,75	2,70	0,740	81,96	0,45	1,90
3	*id.*	182,82	103,52	93,65	4,47	0,447	85,23	0,46	1,38
							Moyenne...	0,45	

Dans ces expériences, on a observé, comme précédemment, la formation de grains noirâtres provenant de l'user des surfaces. Du reste, les lois énoncées sont encore vérifiées, et le rapport constant du frottement à la pression est égal à

0,45.

Je joins à ces expériences deux observations sur le frottement au départ, après un contact prolongé.

TABLEAU XII.

42. *Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.*

Les fibres de l'orme sont perpendiculaires à celles du chêne.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	CHARGE de la caisse descendante.	TENSION de la corde.	Frottement pendant le mouvement.	EXCÈS du frottement au départ sur le frottement pendant le mouvement.	RAPPORT du frottement au départ à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0084	111	67,43	64,06	49,15	14,91	0,57	La durée du contact a dépassé 15′.
2	*id.*	182,82	109,52	104,04	81,96	22,08	0,57	

D'après ces deux expériences, le rapport du frottement à la pression, dans le cas actuel, serait donc égal à

0,57.

Observation relative aux tableaux suivans.

43. Toutes les conséquences que l'on a déduites des expériences précédentes se trouvant confirmées par celles dont il me reste à rendre compte, je ne les répéterai pas pour chaque corps, et me contenterai des tableaux suivans, dans lesquels les résultats en sont consignés, et qui mettent ces conséquences en évidence. On y trouve, en effet, tous les élémens nécessaires pour s'assurer que les lois énoncées subsistent pour tous les corps soumis jusqu'ici à l'expérience. De plus, les observations relatives à l'user et à l'effet d'une vibration légère s'appliquent aussi à tous

ces corps à des degrés plus ou moins grands, selon la nature de leurs fibres.

TABLEAU XIII.

44. *Frottement du frêne en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE ACCÉLÉRATRICE.	POIDS de la caisse descendante.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0823	123,06	3,68	0,543	61,47	54,81	49,00	0,40	1,67	
2	*id.*	123,06	2,08	0,966	71,50	61,53	49,42	0,40	2,40	
3	*id.*	549,10	7,60	0,263	265,48	245,25	230,53	0,42	1,26	
4	*id.*	549,10	1,96	1,020	337,37	286,59	229,50	0,42	2,47	
5	*id.*	1102,02	4,98	0,400	541,03	492,74	447,82	0,41	1,55	
6	0,0220	123,62	»	»	49,25	46,79	46,79	0,39	»	Mouvement uniforme, avec la vitesse de 0m,896 en 1".
7	*id.*	547,16	3,08	0,649	265,43	198,88	235,07	0,36	1,97	
						Moyenne...		0,40		

TABLEAU XIV.

45. *Frottement du frêne sur le chêne lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des deux bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier *ced.*	EFFORT total ou frottement	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0823	123,06	58,39	»	58,39	0,47	Il a fallu un très léger ébranlement pour détacher les surfaces.
2	*id.*	123,06	68,87	»	68,87	0,56	
3	*id.*	549,10	252,21	»	252,21	0,46	*id.* *id.*
4	*id.*	549,10	320,59	»	320,59	0,58	
5	*id.*	1102,02	541,03	»	541,03	0,46	*id.* *id.*
6	0,0220	547,16	252,16	»	252,16	0,46	*id.* *id.*
				Moyenne.. .		0,57	

Dans les 1res, 3e, 5e et 6e expériences de ce tableau, le rapport du frottement au départ à la pression est plus faible que dans les 2e et 4e ; mais on doit observer que le départ ou la séparation des surfaces a été occasioné par un léger ébranlement, produit par un choc de la main sur le gîte. C'est pour ce motif qu'on a pris pour valeur moyenne celle qui répond à la 2e et à la 4e expérience.

TABLEAU XV.

46. *Frottement du sapin en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE ACCÉLÉRATRICE.	POIDS DE LA CAISSE descendante pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottem. à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,1045	107,58	1,92	1,04	61,33	51,49	40,09	0,37	2,50	
2	*id.*	107,58	5,12	0,39	49,25	44,65	40,37	0,37	1,53	
3	*id.*	299,42	2,28	0,88	145,62	125,94	99,18	0,33	2,29	
4	*id.*	299,42	3,12	0,61	133,76	118,81	100,22	0,34	1,90	
5	*id.*	538,96	2,68	0,75	265,60	232,68	191,70	0,36	2,11	
6	*id.*	538,96	1,68	1,19	325,70	271,21	205,84	0,38	2,67	
7	*id.*	1019,20	3,42	0,58	457,71	408,58	347,91	0,34	2,10	
							Moyenne......	0,355		

TABLEAU XVI.

47. *Frottement du sapin sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface en contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier *ced.*	EFFORT total ou frottement	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,1045	107,58	58,26	»	58,26	0,54	On trouve dans le rapport des inégalités analogues à celles observées sur le frottement au départ du chêne sur le chêne, fibres parallèles.
2	*id.*	107,58	46,79	»	46,79	0,44	
3	*id.*	299,42	138,34	»	138,34	0,46	
4	*id.*	539,96	309,41	»	309,41	0,57	
5	*id.*	1019,20	434,82	152,57	587,39	0,57	
					Moyenne......	0,52	

TABLEAU XVII.

48. *Frottement du hêtre en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface en contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0902	114,79	2,10	0,95	67,43	57,31	46,20	0,40	2,39	
2	*id.*	114,79	1,98	1,01	61,55	51,87	40,05	0,35	2,46	
3	*id.*	804,42	2,16	0,926	409,25	351,56	275,56	0,34	2,35	
4	*id.*	804,42	1,30	1,538	505,25	403,80	277,51	0,35	3,03	
							Moyenne....	0,36		

TABLEAU XVIII.

49. *Frottement du hêtre sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	Rapport du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0902	114,79	61,33	»	61,33	0,53	Il a fallu un léger ébranlement pour faire partir le traineau.
2	*id.*	804,42	388,79	»	388,79	0,48	
3	*id.*	804,42	479,98	»	479,98	0,59	Le traineau est parti très brusquement.
					Moyenne....	0,53	

TABLEAU XIX.

50. *Frottement du poirier sauvage en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0858	107,02	3,46	0,578	49,25	43,67	37,37	0,35	1,86	
2	*id.*	107,02	1,24	1,612	73,49	60,49	42,91	0,40	3,10	
3	*id.*	418,84	3,30	0,606	193,25	171,86	145,99	0,35	1,90	
4	*id.*	418,84	3,12	0,641	217,25	192,54	165,12	0,39	1,96	
							Moyenne....	0,37		

TABLEAU XX.

51. *Frottement du poirier sauvage sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	Rapport du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mètre carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0858	107,02	46,78	»	46,78	0,44	
2	*id.*	418,84	183,79	»	183,79	0,44	
					Moyenne.....	0,44	

TABLEAU XXI.

52. *Frottement du sorbier en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,1210	118,67	6,00	0,333	49,25	44,95	40,96	0,36	1,49	
2	id.	118,67	2,00	1,00	73,25	61,92	49,83	0,42	2,45	
3	id.	430,46	3,32	0,602	205,25	182,65	155,01	0,36	1,90	
4	id.	430,46	2,64	0,757	247,25	227,70	192,95	0,45	2,42	
5	id.	1006,46	4,28	0,467	529,25	478,54	430,63	0,42	1,55	
						Moyenne.....		0,40		

TABLEAU XXII.

53. *Frottement du sorbier sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	Rapport du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,1210	118,67	69,59	»	69,59	0,59	On a pris la moyenne entre la 1re et la 2e expérience, parce que dans la 3e il a fallu un léger ébranlement pour produire le départ.
2	id.	430,46	234,89	»	234,89	0,55	
3	id.	1006,46	502,79	»	502,79	0,49	
				Moyenne.......		0,57	

13..

Frottement du fer en mouvement sur le chêne, sans enduit. Les fibres du fer et celles du bois sont parallèles au sens du mouvement.

54. Les bandes de fer employées dans ces expériences ont été dressées très exactement à la mécanique, dans les ateliers de MM. Pihet frères, de Paris, et polies à la lime douce et à l'huile. Avant de tenir compte des résultats, on les a fait glisser nombre de fois sur les semelles, et l'on a remarqué que leur poli a d'abord paru s'augmenter. Plus tard, dans le cours des expériences, ce poli s'est altéré, la surface des bandes s'est chargée de petits grains noirâtres d'apparence métallique, et s'est légèrement rayée dans le sens du mouvement, par le glissement de ces grains sur sa longueur. La surface du bois, par ces frottemens répétés, recevait une teinte noirâtre métallique, présentant l'apparence d'un assez beau poli. On pouvait, dans ces expériences, ramener le traîneau en arrière avec sa charge, à l'aide du vindas et du palan, sans que les grains s'augmentassent sensiblement, et sans altérer le poli du bois; mais on avait soin, de temps à autre, de nettoyer les surfaces, afin que l'accumulation de ces petits grains métalliques n'augmentât pas le frottement.

Les résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU XXIII.

Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres du fer et du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

TABL

Expériences sur le frottement d

Les fibres du fer et du chê

NUMÉROS des EXPÉRIENCES.	ÉTENDUE de la surface de CONTACT.	PRESSION.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt} = \frac{2}{2C}$.	FROTTE
	Mètres carrés.	Kil.	Kil.	Kil.	Mètres.		Ki
1	0,0502	283,41	193,25	183,59	»	»	183,
2	*id.*	283,41	241,25	207,04	2,16	0,925	180,
3	*id.*	283,41	277,25	225,58	1,45	1,38	185,
4	*id.*	701,24	433,25	411,60	»	»	411,
5	*id.*	701,24	481,25	430,83	3,58	0,558	390,
6	*id.*	701,24	529,25	473,21	3,51	0,570	432,
7	*id.*	701,24	565,25	482,80	2,04	0,98	412,
8	*id.*	703,41	529,25	476,06	3,88	0,515	439,
9	*id.*	703,41	457,25	434,39	»	»	434,
10	*id.*	703,41	457,25	434,39	»	»	434,
11	0,0115	283,41	169,25	160,79	»	»	160,
12	*id.*	283,41	241,25	201,44	1,72	1,161	167,
							Moyenne.

Toutes les courbes des mouvemens accélérés, dans ces expériences, sont des paraboles dont le foyer et le paramètre ont été déterminés par le tracé, et le rapport du frottement à la pression est moyennement égal à

$$0,62,$$

quelles que soient la surface et la vitesse. On voit donc que les lois trouvées précédemment sont encore celles que suit le frottement dans le cas actuel; tandis que

XXIII.

n mouvement sur le chêne, sans enduit.

rallèles au sens du mouvement.

RAPPORT du FROTTEMENT à la pression.	VITESSE à 3 mètres DE COURSE.	OBSERVATIONS.
	Mètres.	
0,647	»	Mouvement trop lent pour pouvoir être relevé.
0,636	2,35	
0,654	2,89	
0,590	»	Mouvement trop lent pour pouvoir être relevé.
0,564	1,83	
0,610	1,85	
0,588	2,42	
0,620	1,76	
0,620	»	Mouvement trop lent pour pouvoir être relevé.
0,620	»	*id.*
0,590	»	*id.*
0,590	2,59	
0,619		

Coulomb dit (n° 57 et suiv.) que les vitesses croissent en progression géométrique quand les tractions croissent en progression arithmétique; d'où résulterait que le frottement diminue à mesure que les vitesses augmentent. L'accord des résultats consignés dans le tableau précédent ne permet pas de douter que l'incertitude des moyens d'observation employés par ce célèbre physicien, ne l'ait encore ici conduit à une conclusion qui n'est pas conforme aux lois de la nature.

Dans toutes ces expériences, j'ai trouvé que dès que la charge de la caisse descendante était suffisante pour vaincre le frottement du traîneau pendant le mouvement, il partait librement sans qu'il fût nécessaire d'employer l'action du levier coudé *ced*, ou même un léger ébranlement: ce qui montre que le frottement est le même pendant le mouvement et après un contact prolongé. Cela résulte, sans doute, de ce que, par suite de la différence de tissu du fer et du bois, ces corps ne s'engrènent pas, comme cela a lieu pour les bois posés les uns sur les autres.

Remarquons aussi, en passant, que le frottement du fer sur le bois de chêne est plus grand que celui du chêne sur le chêne; et comme nous aurons par la suite occasion de montrer que plusieurs autres corps offrent des résultats analogues, on voit qu'il n'est pas exact de dire, comme on le fait souvent d'une manière absolue, que le frottement est moindre entre des corps de substances différentes qu'entre des corps de même espèce.

Frottement du cuivre jaune en mouvement sur le chêne, sans enduit. Les fibres des semelles de chêne sont parallèles au sens du mouvement.

55. Dans le glissement du cuivre sur le chêne, on a observé, comme pour le fer et les bois, que le poli des surfaces s'altère. Le métal se charge de grains noirâtres en petit nombre et qui raient un peu sa surface; le bois se couvre d'une teinte cuivreuse d'un assez beau poli apparent.

Les courbes du mouvement accéléré sont toutes des paraboles dont le foyer et le paramètre ont été déterminés par le tracé. Les données et résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant.

TABLEAU XXIV.

Expériences sur le frottement du cuivre jaune en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	POIDS MOTEUR pendant le mouvement P.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement T.	PARAMÈTRE 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	FROTTEMENT F.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	mèt.		kil.		mèt.	
1	0,0403	116,59	73,21	69,55	»	»	69,55	0,60	»	Mouv. trop lent pour être relevé.
2	id.	116,59	73,28	69,62	»	»	69,62	0,60	»	id.
3	id.	698,22	445,25	422,99	»	»	422,99	0,60	»	id.
4	id.	698,22	505,25	484,72	5,08	0,393	456,95	0,65	»	
5	id.	698,22	577,25	499,76	2,32	0,861	438,48	0,62	2,28	
6	id.	902,22	625,25	585,36	14,26	0,140	572,49	0,63	0,93	
7	0,0131	112,59	73,33	69,66	»	»	69,66	0,61	»	Mouvem. incertain.
8	id.	112,67	85,41	76,90	4,21	0,475	71,45	0,63	1,59	
9	id.	346,40	241,25	220,91	6,42	0,311	209,93	0,61	1,50	
10	id.	694,30	445,25	422,99	»	»	422,99	0,61	»	Mouvem. incertain.
11	id.	694,30	577,25	500,54	2,36	0,847	440,60	0,63	2,29	
						Moyenne....		0,617		

On voit, par ces résultats, que le frottement du cuivre jaune sur le chêne est aussi indépendant des surfaces et des vitesses, et qu'il est proportionnel à la pression dans le rapport de

0,617

à l'unité; c'est-à-dire qu'il est le même que celui du fer sur le chêne.

La différence des matières n'empêche pas ce frottement d'être plus grand que celui du chêne sur le chêne; ce qui

confirme la réflexion qui termine l'article précédent relatif au frottement du fer sur le chêne.

Quant au frottement, après un contact prolongé, il paraît être le même que celui qui a lieu pendant le mouvement, puisque le traîneau s'est toujours détaché librement sur une tension égale à cette dernière résistance.

La valeur que l'on trouve pour le rapport du frottement à la pression, est beaucoup plus grande que celle indiquée par Coulomb, 0,18; ce qui tient sans doute aux causes énoncées précédemment pour les cas analogues.

TABLEAU XXV.

Frottement du cuir noir corroyé, en mouvement sur le chêne, sans enduit.

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	Sur l'épiderme.									
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0518	151,19	3,74	0,534	61,34	54,76	39,34	0,26	1,79	
2	*id.*	186,73	13,56	0,147	61,34	57,25	54,45	0,29	0,94	
3	*id.*	234,99	»	»	61,34	58,27	58,27	0,25	»	Mouvement très lent.
4	*id.*	420,55	6,24	0,320	140,30	128,69	114,97	0,27	1,37	
5	0,0145	230,69	»	»	61,40	58,33	58,33	0,25	»	*id.*
6	*id.*	420,17	7,52	0,265	139,79	129,00	117,65	0,28	1,26	
	Sur le côté de la chair.									
7	0,0518	234,24	»	»	61,40	58,33	58,33	0,25	»	*id.*
8	*id.*	234,24	»	»	67,35	63,98	63,98	0,27	»	*id.*
							Moyenne....	0,265		

TABLEAU XXVI.

57. ***Frottement du cuir noir corroyé, sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.***

Les fibres du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
		kil.	kil.	kil.	kil.		
1	»	114,92	86,61	»	86,61	0,75	
2	»	234,99	156,31	»	156,31	0,67	
3	»	111,25	46,78	39,83	86,61	0,77	
4	»	230,69	58,33	121,22	179,55	0,77	
					Moyenne....	0,74	

TABLEAU XXVII.

58. *Frottement du cuir de bœuf, pour semelles et garnitures de pistons, sans enduit, en mouvement sur le chêne.*

Les fibres du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3e de course.	OBSERVATIONS.
				Le cuir posé à plat sur le chêne.						
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0588	114	6,80	0,294	67,27	62,53	59,11	0,52	1,32	
2	*id.*	114	2,02	0,99	87,35	74,04	62,54	0,54	2,44	
3	*id.*	347,63	»	»	193,25	183,59	183,59	0,52	»	Mouvement uniforme.
4	*id.*	347,63	1,64	1,22	253,25	209,98	166,75	0,48	2,70	
							Moyenne ..	0,52		
				Le cuir posé de champ sur le chêne.						
1	0,0077	115,16	1,81	1,10	61,28	51,07	38,17	0,33	2,59	
2	*id.*	186,97	2,12	0,943	97,40	83,12	65,21	0,35	2,38	
3	*id.*	180,78	0,84	2,38	145,40	103,37	59,49	0,32	3,78	
4	*id.*	396,78	2,64	0,757	193,25	168,96	138,35	0,34	2,13	
							Moyenne....	0,335		

Nota. Le cuir, posé à plat, était brut, rude, inégal, tel qu'il sort de chez le

tanneur ; ce qui n'a pas empêché la loi de l'indépendance de la vitesse de se manifester. Mais c'est sans doute la cause de l'excès du frottement dans ce cas sur les expériences suivantes, où le cuir, posé de champ, était uni et dressé au rabot.

TABLEAU XXVIII.

59. *Frottement du cuir de bœuf pour semelles et garnitures de pistons, sans enduit, sur le chêne, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT TOTAL ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	Le cuir posé à plat sur le chêne.						
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0588	114	63,90	»	63,90	0,56	Il a fallu un léger ébranlement pour faire partir le traîneau ; c'est pourquoi on a pris la moyenne des 2e et 3e expériences.
2	*id.*	114	66,98	»	66,98	0,59	
3	*id.*	347,63	217,78	»	217,78	0,62	
					Moyenne....	0,605	
	Le cuir posé de champ sur le chêne.						
1	0,0077	115,16	46,78	»	46,78	0,41	
2	*id.*	186,97	81,10	»	81,10	0,43	
3	*id.*	396,78	183,59	»	183,59	0,46	
					Moyenne....	0,43	

TABLEAU XXIX.

60. *Frottement du cuir de bœuf pour semelles et garnitures de pistons, complètement mouillé d'eau, posé de champ, en mouvement sur du chêne mouillé.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE ACCÉLÉRATRICE.	POIDS DE LA CAISSE descendante pendant le mouvement.	TENSION DE LA CORDE pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottem. à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0077	115,16	2,28	0,877	49,25	42,09	31,78	0,28	2,29	
2	*id.*	216,78	2,84	0,704	109,25	96,92	71,37	0,32	2,05	
3	*id.*	408,78	2,04	0,980	193,25	165,62	124,79	0,30	2,40	
4	*id.*	408,78	2,78	0,720	157,25	137,98	107,98	0,26	2,07	
						Moyenne......		0,29		

Nota. Dans ces expériences, immédiatement après le passage du traîneau, la couche d'eau de 0^m,002 à 0,003 qui recouvrait les semelles de chêne, était séparée à droite et à gauche par la trace de passage du cuir; sur toute la longueur de cette trace le bois paraissait presque sec, la pression avait exprimé l'eau, et il a fallu quelques minutes pour que le liquide s'y répandît de nouveau. On voit qu'avec cet enduit la loi de l'indépendance de la vitesse a encore lieu.

TABLEAU XXX.

61. *Frottement du cuir de bœuf pour semelles et garnitures de pistons, complètement mouillé d'eau, posé de champ sur le chêne mouillé, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres du chêne sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0077	115,16	96,73	»	96,73	0,84	
2	*id.*	408,78	183,58	130,92	314,50	0,76	
3	*id.*	408,78	158,39	161,26	319,67	0,78	
					Moyenne....	0,79	

TABLEAU XXXI.

62. *Frottement du chêne complètement mouillé, en mouvement sur le chêne mouillé d'eau.*

Les fibres des bois sont perpendiculaires entre elles.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE accélératrice.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvement.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0880	118,45	1,92	1,041	49,25	41,24	28,69	0,24	2,50	
2	*id.*	190,26	3,58	0,558	61,25	54,52	43,70	0,23	1,83	
3	*id.*	400,07	3,78	0,528	133,25	119,53	98,48	0,25	1,78	
4	*id.*	796,07	7,32	0,273	265,25	244,76	222,82	0,27	1,28	
						Moyenne....		0,25		

Nota. On a observé ici, comme pour le cuir mouillé, que la couche d'eau qui recouvrait le chêne des semelles était exprimée, et que le bois paraissait presque sec à l'endroit du passage du traîneau. La loi de l'indépendance de la vitesse se vérifie encore malgré la présence de l'eau comme enduit.

TABLEAU XXXII.

63. *Frottement du chêne complètement mouillé, sur le chêne mouillé, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres des bois sont perpendiculaires au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	ÉTENDUE de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0808	190,26	58,19	75,25	133,44	0,70	
2	*id.*	400,07	126,59	151,15	277,74	0,69	
3	*id.*	796,07	251,99	338,37	590,36	0,74	
				Moyenne....		0,71	

Nota. On remarquera qu'ici, comme pour le cuir, la présence de l'eau augmente le frottement au départ, tandis qu'elle diminue le frottement pendant le mouvement.

TABLEAU XXXIII.

64. *Frottement du chanvre en mouvement sur le chêne, sans enduit.*

Les fibres du chêne et les sangles ou cordes sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	PRESSION.	PARAMÈTRE.	FORCE ACCÉLÉRATRICE.	POIDS de la caisse descendante pendant le mouvem.	TENSION de la corde pendant le mouvement.	FROTTEMENT.	RAPPORT du frottement à la pression.	VITESSE à 3m de course.	OBSERVATIONS.
	Sangle de chanvre sur chêne.									
	mèt. carré.	kil.	mèt.		kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0776	114,81	»	»	61,30	58,23	58,23	0,51	»	Mouvement uniforme.
2	*id.*	114,81	2,44	0,819	81,04	69,59	60,07	0,52	3,54	
3	*id.*	419,96	2,60	0,769	289,85	253,32	220,40	0,52	2,14	
							Moyenne...	0,52		
	Natte de petites cordes sur chêne.									
4	0,0172	108,52	2,96	0,678	49,25	42,51	42,41	0,32	2,00	
5	*id.*	300,88	2,80	0,715	144,94	127,22	105,29	0,31	2,07	
6	*id.*	601,30	2,80	0,715	277,02	243,55	199,73	0,33	2,07	
7	*id.*	1201,30	3,04	0,658	505,02	447,17	356,63	0,31	0,99	
							Moyenne....	0,32		
	Vieille corde de 0m,04 de diamètre.									
8	0,0025	112,60	»	»	61,20	58,14	58,14	0,52	»	Mouvement très lent.
9	*id.*	112,80	5,91	0,338	72,05	66,66	62,77	0,55	1,42	
10	*id.*	406,45	5,13	0,389	241,20	219,78	203,66	0,50	1,53	
							Moyenne....	0,52		

TABLEAU XXXIV.

64. *Frottement du chanvre sur le chêne, sans enduit, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

Les fibres du bois et les sangles ou cordes sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	PRESSION.	TENSION de la corde.	EFFORT exercé par le levier.	EFFORT total ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	OBSERVATIONS.
				Sangle de chanvre sur chêne.			
	mèt. carré.	kil.	kil.	kil.	kil.		
1	0,0776	114,81	69,52	»	69,52	0,61	Il a fallu un léger ébranlement pour faire partir le traîneau. Le traîneau est parti très vite.
2	*id.*	114,81	80,79	»	80,79	0,70	
3	*id.*	419,96	275,36	»	275,36	0,66	
4	*id.*	660,44	320,74	75,96	396,70	0,60	
				Moyenne. ..		0,64	
				Natte de petites cordes sur chêne.			
5	0,0172	108,52	46,79	»	46,79	0,43	Il a fallu un léger ébranlement à la 5e et à la 6e expérience pour faire partir le traîneau; c'est pourquoi on a pris la moyenne égale à 0m,50
6	*id.*	300,88	155,76	»	155,76	0,51	
7	*id.*	601,30	263,17	»	263,17	0,44	
				Moyenne....		0,50	
				Vieille corde de 0m,04 de diamètre.			
8	0,0025	112,80	68,14	34,77	92,91	0,82	
9	*id.*	406,45	206,22	106,03	312,25	0,77	
				Moyenne....		0,79	

Toutes ces expériences confirment les lois déduites de celles que j'ai déjà présentées; elles offrent, ainsi que les précédentes, pour tous les corps, excepté pour le cuir noir corroyé, l'altération du poli des surfaces. Enfin celles qui sont relatives au frottement du bois et du cuir mouillés, montrent que la présence de cet enduit n'apporte aucun changement aux lois énoncées.

J'ai récapitulé dans les deux tableaux suivans tous les résultats moyens des expériences contenues dans ce Mémoire.

TABLEAU XXXV.

66. *Frottement des surfaces planes, lorsqu'elles ont été quelque temps en contact.*

INDICATION DES SURFACES EN CONTACT.	DISPOSITION DES FIBRES ENTRE ELLES.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Chêne sur chêne, à sec.	parallèles.	0,60 à 0,65	
Id. *id.* *id.*	perpendiculaires	0,54	
Id. *id.* mouillé.	*id.*	0,71	
Orme sur chêne, à sec.	parallèles.	0,69	
Id. *id.* *id.*	perpendiculaires	0,57	
Frêne sur chêne, à sec.	parallèles.	0,50	
Sapin sur chêne, *id.*	*id.*	0,52	
Hêtre sur chêne, *id.*	*id.*	0,53	
Poirier sauvage sur chêne, *id.*	*id.*	0,44	
Sorbier sur chêne, *id.*	*id.*	0,57	
Fer forgé, sur chêne, *id.*	*id.*	0,62	
Cuivre jaune sur chêne, *id.*	*id.*	0,62	
Cuir noir corroyé sur chêne, *id.*	*id.*	0,74	
Cuir de bœuf pour semelles et à plat, *id.*	*id.*	0,61	
Id. *id.* *id.* de champ, sur chêne, *id.*	*id.*	0,43	
Id. *id.* *id.* de champ, sur chêne, mouillé.	*id.*	0,79	
Sangle de chanvre sur chêne, à sec.	*id.*	0,64	
Natte de petites cordes de chanvre sur chêne, *id.*	*id.*	0,50	
Corde de chanvre de 0^{m}04 de diamètre, sur chêne, *id.*	*id.*	0,80	

TABLEAU XXXVI.

67. *Frottement des surfaces planes en mouvement les unes sur les autres.*

INDICATION DES SURFACES EN CONTACT.		DISPOSITION DES FIBRES ENTRE ELLES.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Chêne sur chêne,	à sec.	parallèles.	0,48	
Id. *id.*	*id.*	perpendiculaires	0,32	
Id. *id.*	mouillé.	*id.*	0,25	
Orme sur chêne,	à sec.	parallèles.	0,43	
Id. *id.*	*id.*	perpendiculaires	0,45	
Frêne sur chêne,	*id.*	parallèles.	0,40	
Sapin sur chêne,	*id.*	*id.*	0,36	
Hêtre sur chêne,	*id.*	*id.*	0,36	
Poirier sauvage sur chêne,	*id.*	*id.*	0,40	
Fer forgé, sur chêne,	*id.*	*id.*	0,62	
Cuivre jaune sur chêne,	*id.*	*id.*	0,62	
Cuir noir corroyé sur chêne,	*id.*	*id.*	0,27	
Cuir de bœuf pour semelles et sur chêne à plat,	*id.*	*id.*	0,52	
Id. *id.* *id.* de champ,	*id.*	*id.*	0,34	
Id. *id.* *id.* de champ,	mouillé.	*id.*	0,29	
Sangle de chanvre sur chêne,	à sec.	parallèles.	0,52	
Natte de petites cordes de chanvre sur chêne,	*id.*	*id.*	0,32	
Corde de chanvre de 0m,04 de diamètre, sur chêne,	*id.*	*id.*	0,52	

FIN.

NOTES.

NOTE PREMIÈRE.

Sur l'influence que la latte directrice du traîneau peut exercer sur sa marche.

Afin de ne laisser aucun doute sur le peu d'influence de cet appareil sur la marche du traîneau, je l'ai soumis à quelques expériences où je me suis proposé de mesurer le plus grand effet qui pouvait en résulter. Pour cela, au lieu de laisser les axes des rouleaux verticaux (Pl. 2, fig. 3) dans des logemens fixes, je les ai fait monter dans de petites chappes mobiles dans le sens horizontal et perpendiculairement à la direction de la latte, de manière qu'elles pussent céder un peu à sa pression; et pour mesurer cette pression, j'ai interposé entre les chappes et les montans fixes de ce petit appareil, des ressorts à boudin, en acier fondu, tarés d'avance. Les chappes portaient de petits tenons qui, s'engageant dans des coulisses, leur servaient de guides; et au moyen d'une matière molle dont ces coulisses étaient remplies, on pouvait, après chaque expérience, observer la plus grande compression de chaque ressort, et par conséquent obtenir la valeur de la pression maximum exercée par la latte sur les rouleaux.

L'appareil étant ainsi modifié, on a fait plusieurs expériences, et on a remarqué que souvent les rouleaux ne s'étaient pas déplacés du tout; ce qui indiquait que la latte n'avait pas agi contre eux. Mais pour obtenir de suite un maximum qu'aucune expérience même ne pût atteindre sans être rejetée, on a, exprès, dans une course, obligé le traîneau à dévier de sa direction de toute la largeur des bandes frottantes, et à quitter tout-à-fait les semelles; ce qui n'est arrivé dans aucune expérience, et ce qui en aurait d'ailleurs déterminé le rejet. Dans cet essai, la déviation latérale perpendiculairement au sens du mouvement, a été de plus de $0^m,15$; ce qui n'eût pas été possible sans un effort étranger exercé à cet effet sur le traîneau. On était donc sûr d'avoir produit un déplacement 3 à 4 fois plus grand que tous ceux qui s'étaient présentés dans les expériences, d'avoir fait prendre à la latte une flexion bien au-delà du maximum qu'elle pût atteindre, et enfin d'avoir exercé sur les rouleaux de direction une pression qui dépassait de beaucoup les plus grandes possibles.

Cela posé, on a observé les compressions qui en étaient résultées pour les ressorts, et on a trouvé que la pression sur le ressort du rouleau de droite, placé à l'extrémité des gîtes, en regardant dans le sens du mouvement du traîneau, avait été de........................ $13^k,40$

La pression sur le ressort du rouleau de gauche du deuxième système de direction, avait été de........................ $6^k,75$

En admettant, avec Coulomb, que le frottement du fer sur le fer, avec enduit d'huile, soit 0,13 de la pression, le frottement à la circonférence des deux axes, était,

Pour le premier...... $13^k,40 \times 0,13 = 1^k,74$;
Pour le deuxième..... $6^k,75 \times 0,13 = 0,88$;

Le diamètre des rouleaux est de $0^m,05$, celui de leur axe est de $0^m,003$, par conséquent l'effort nécessaire pour faire tourner les rouleaux, ou la résistance qui tendait à retarder la marche du traîneau au moment du maximum, et en admettant qu'elle fût simultanée sur les deux rouleaux, avait été,

Pour le premier rouleau.... $1^k,74 \times \frac{0,003}{0,050} = 0^k,10$;

Pour le deuxième rouleau... $0^k,88 \times \frac{0,003}{0,050} = 0^k,05$;

Résistance totale maximum.... $= 0^k,15$.

Ainsi, dans cette expérience même, la résistance de l'appareil de direction n'a exercé qu'une influence évidemment négligeable. Or, cet appareil ayant pour but et pour effet de ne pas permettre l'altération de l'étendue des surfaces en contact, les déviations latérales, dans les expériences, n'excédaient jamais $0^m,02$ à $0^m,03$, au lieu de $0^m,15$ qu'on a produits exprès. On voit donc qu'on peut, en toute sécurité, faire abstraction de la résistance des rouleaux.

NOTE II.

Détermination des dimensions du ressort, et vérification de ses flexions.

On a pu voir dans la description, n° 7, que je m'étais arrêté à l'emploi d'un ressort à deux branches, liées par leurs extrémités et tendu par son milieu.

Dans un premier essai de construction et de calcul, je me proposai, pour condition, qu'il prît au milieu un accroissement de flexion toujours proportionnel à la tension et de $0^m,10$ pour une tension de 100 kilogrammes. En considérant chaque branche *aa* ou *bb* (Pl. 3, fig. 1) comme encastrée en son milieu, cela revenait à faire prendre à chaque demi-branche une flexion de $0^m,05$ sous une tension de 50 kilogrammes. De plus, afin d'obtenir à résistance égale à la rupture, la plus grande flexion possible, je lui donnai le profil parabolique d'un solide d'égale résistance, avec une largeur constante égale à $0^m,02$ sur une longueur totale de $0^m,40$ ou de $0^m,20$ pour chaque demi-branche.

Au moyen de ces données, il ne restait plus à déterminer que l'épaisseur b à l'encastrement, et la courbe du profil; pour cela, j'ai employé la formule connue

$$b^3 = \frac{P.8c^3}{Aaf},$$

dans laquelle
P est l'effort exercé sur le ressort exprimé en kilogrammes;
c la longueur en mètres, à partir de l'encastrement $= 0^m,20$;
A le coefficient d'élasticité de l'acier fondu;
$a = 0^m,02$ la largeur constante des lames;
$f = 0^m,05$ la flexion que prend l'extrémité d'une des branches, sous l'effort P $=$ 50 kilogrammes;
b l'épaisseur à l'encastrement.

Puis, pour déterminer la courbure de la parabole d'égale résistance, en supposant chaque branche plane d'un côté et parabolique de l'autre, j'ai pris la formule connue

$$v^2 = \frac{b^2}{c}\,x,$$

dans laquelle
b et c représentent les mêmes quantités que ci-dessus;
v l'ordonnée de la parabole;
x l'abscisse, à partir du sommet et de l'extrémité de la branche.

La valeur du coefficient A, relatif à l'acier fondu, n'est pas encore bien connue; mais quelques expériences feraient croire qu'elle est un peu inférieure à celle qu'on trouve pour le fer. J'ai pris

$$A = 15000000000 \text{ kil.};$$

et au moyen de cette donnée et des précédentes, j'ai trouvé

$$b = 0^m,005479 \quad \text{ou} \quad 0^m,005 \text{ environ.}$$

La courbe parabolique a pour coordonnées :

Valeurs de x.	Valeurs de v.
$0^{m}01$	$0^{m}00123$
0,03	0,00213
0,05	0,0027
0,10	0,0038
0,15	0,0047
0,20	0,0055

D'après ces dimensions, le tracé du modèle fut exécuté et donné en construction à un forgeron de ressorts appelé *Leutheuser*, renommé à Metz. Cet ouvrier forgea et trempa le ressort avec soin, en assembla les deux branches, et on les soumit à l'épreuve.

Le ressort au repos et sans charge avait une flèche naturelle, ou écartement extérieur, au milieu, de 0^{m},029; en le chargeant de différens poids, et déduisant cette flèche constante des écartemens observés, on a eu les accroissemens de flèche dus aux poids.

POIDS suspendus AU RESSORT.	ACCROISSEMENS DE FLÈCHE.
Kil.	Mèt.
0	0
2	0,002
10	0,010
12	0,012
25	0,025
27	0,027
35	0,035
50	0,0485
60	0,058
75	0,071
100	0, »

Sous la dernière charge on a essayé de faire osciller le ressort, et il s'est rompu.

L'examen des résultats ci-dessus montre que, jusque vers 50 kil., le ressort a pris des accroissemens de flexion proportionnels à ceux de la charge, à raison de $0^m,001$ par kil.; et que quand l'élasticité a commencé à s'altérer, le ressort était près de son point de rupture. Profitant de cet essai pour déterminer les momens d'élasticité et de rupture de l'acier fondu Huntzman qu'on avait employé, j'ai substitué dans les formules

$$A = \frac{P}{f}\frac{8c^3}{ab^3} \quad \text{et} \quad B = P\,\frac{3c}{ab^2}$$

les données suivantes, pour la première,

$$P = 25 \text{ kil.}, \quad f = 0^m,05 \text{ relatives à une branche},$$

$$c = 0^m,20, \quad b = 0^m,0045, \quad a = 0^m,021,$$

résultant des dimensions données au ressort par le forgeron, et j'en ai tiré

$$A = 16970000000^k;$$

pour la deuxième, j'ai pris les données suivantes relatives à la rupture,

$$P = 50 \text{ kil.}, \quad c = 0^m,124, \quad b = 0^m,003, \quad a = 0^m,02;$$

et j'ai trouvé

$$B = 103333333^k.$$

Introduisant ensuite ces résultats comme données d'expérience dans la formule

$$b^3 = \frac{P.8c^3}{Afa};$$

et me donnant pour le nouveau ressort, que je me suis décidé à faire plus raide, afin de ne pas avoir d'aussi grandes flexions,

$$c = 0^m,25, \quad a = 0^m,02, \quad P = 50 \text{ kil.}, \quad f = 0^m,05,$$

j'ai trouvé

$$b = 0^m,007167;$$

puis, par la relation,

$$v^2 = \frac{b^2}{c}x.$$

Les coordonnées de la parabole d'égale résistance ont eu pour valeurs

x	v
0^m01	0^m0014
0,02	0,0020
0,05	0,0031
0,10	0,0045
0,15	0,0055
0,20	0,0064
0,25	0,0072

En introduisant ces données dans la formule

$$P = \frac{Bab^2}{3c},$$

on trouve que le poids qui ferait rompre ce ressort serait

$$P = 141^k,535.$$

Les dimensions arrêtées ont été remises à l'ouvrier, qui a forgé un nouveau ressort, en s'y conformant à très peu près, sauf un léger accroissement de largeur de $0^m,004$ qu'il lui a donné vers la partie encastrée, et qu'il a réduit à rien vers l'extrémité, où le ressort a exactement la largeur indiquée ci-dessus. Il devait résulter de ce renflement, que le ressort prendrait des flexions moindres que celles sur lesquelles j'avais compté, et qui, d'après le calcul, devaient être de $0^m,001$ pour 2 kil. de charge.

Le ressort étant construit, et ramené, autant que le permettait le léger gauchissement que la trempe occasione presque toujours, à la forme déterminée, on l'a soumis à des expériences directes, pour s'assurer s'il prenait effectivement des accroissemens de flexion proportionnels aux charges. On l'a suspendu par le milieu d'une de ses branches, et l'on a accroché au milieu de l'autre un plateau de balance taré d'avance, et qu'on a successivement chargé de poids, depuis 0 kil. jusqu'à 120 kil., en augmentant de 5 en 5 kil. On a eu soin de répéter l'expérience et de mesurer les flexions, soit en ajoutant successivement les poids, soit en les enlevant, pour s'assurer si dans l'éloignement de sa courbure initiale et dans le retour il suivait la même marche proportionnelle aux poids. L'expérience, répétée à plusieurs reprises, a montré que depuis 0 kil. jusqu'à 95 et 100 kil., les flexions croissaient proportionnellement aux charges, à raison de $0^m,00104$ pour 2 kil.; mais, qu'au-delà les flexions étaient moindres, de même qu'on l'avait observé dans le premier ressort, passé la charge de

35 kil. Les différences de flexion observées ne correspondent pas à des différences de charge égales à $0^k,05$, et peuvent être attribuées autant aux erreurs d'observation qu'au ressort.

On voit, d'après cela, que ce dynamomètre peut être employé, comme je l'ai fait, en toute sûreté, pour mesurer des efforts variables depuis zéro jusqu'à 95 kil., et que chaque kil. d'augmentation dans sa charge est indiqué par une augmentation de $0^m,00052$ dans sa flexion, au lieu de $0^m,0005$ que l'on s'était proposé d'obtenir en calculant ses dimensions. J'ajouterai, qu'après un emploi continu ce ressort a conservé toute son élasticité.

Ce résultat peut montrer la confiance que méritent les formules de la théorie de la résistance des matériaux.

NOTE III.

Influence de la résistance de l'air dans les expériences.

On sait, d'après les expériences connues, que la résistance de l'air a pour expression (*Mécan. industrielle* de M. Poncelet, p. 139).

$$0,06253\ KaV\ \text{kil.},$$

K étant un coefficient constant, qui a pour chaque corps une valeur particulière;

a la surface du corps exposée à la résistance;

V la vitesse, par seconde, avec laquelle le corps se meut.

Dans les caisses octogonales employées pour les expériences sur l'axe, la longueur étant comprise entre 9 et 36 fois $\sqrt{A}$, on a

$$K = 1,10,$$

et, par suite, la résistance de l'air devient égale à

$$0,068783\ aV^2\ \text{kil.}$$

de étant le chemin parcouru dans l'élément du temps, on a, pour la quantité d'action développée par cette résistance pendant une course entière,

$$0,068783\ a\int V^2 de\ ^{k.m};$$

mais on sait que

$$V = r\omega = \frac{t}{c},\ de = r\omega dt,\ \frac{rd\omega}{dt} = \frac{1}{c};$$

et, par suite,

$$dt = crd\omega;$$

d'où l'on déduit

$$de = cr^2\omega d\omega;$$

en substituant dans la valeur du travail de la résistance de l'air, pour V et de, ces valeurs, elle devient

$$0,068783\ acr^4\int\omega^3 d\omega = 0,068783\ ac\frac{r^4\omega^4}{4}{}^{k.m},$$

que l'on doit prendre depuis $\omega = 0$ jusqu'à $\omega = \omega'$, correspondant à la course totale.

En choisissant pour application la deuxième expérience sur le frottement de l'axe de la poulie, où le mouvement a été plus rapide que dans toutes les autres, on a

$$\frac{rd\omega}{dt} = 0,628,\ t^2 = \frac{2}{0,628}e;$$

et pour la course totale,

$$e = 4^m,\quad t = 3'',568,\quad r\omega = 2^m,241,\quad a = 0^{m.q},03248;$$

on en déduit, pour le travail total de la résistance de l'air sur l'une des caisses, dans cette expérience,

$$0,068783\ ac\frac{r^4\omega^4}{4} = 0^{k.m}01465;$$

quantité évidemment négligeable, par rapport aux quantités d'action développées par les autres forces.

En faisant une application au mouvement de la caisse descendante et du traîneau, et supposant le mouvement aussi rapide que dans l'exemple précédent, on a, pour les deux caisses,

$$a = 1^{m.q},130;$$

et l'on trouve que le travail de la résistance de l'air, dans une course de 4^m, serait

$$0^{k.m},50;$$

quantité qu'il est encore bien permis de négliger dans le calcul des expériences.

NOTE IV.

Sur l'influence que le plateau du ressort peut exercer sur la marche du traîneau.

J'ai donné, dans le cours du Mémoire, n° 7, la description de l'appareil au moyen duquel le plateau destiné à recevoir la trace des tensions du ressort, prend un mouvement qui est dans un rapport constant avec celui du traîneau. Il est facile de concevoir quel genre de résistance le mouvement de ce système oppose à celui du traîneau. En effet, le fil enroulé autour de la gorge de la poulie (Pl. 3, fig. 1) étant légèrement tendu par le poids suspendu à son extrémité, le frottement s'oppose à ce qu'il glisse; dès lors, quand le traîneau avance, le brin fixé aux gîtes prend une tension qui s'accroît jusqu'à ce qu'elle suffise pour faire tourner le plateau, et c'est cette tension qui agit sur le traîneau, pour retarder sa marche. Voyons qu'elle peut être sa valeur dans les circonstances les plus défavorables. Pour cela soient, à un instant quelconque de la course du traîneau;

ω' la vitesse angulaire du plateau du ressort;
r' le rayon de la gorge de sa poulie $= 0^m,23$;
p la tension cherchée;
e le chemin parcouru par le traîneau, à l'instant que l'on considère;
ρ le rayon moyen des pivots $= 0^m,0023$;
q le poids du plateau et de sa garniture $= 4^k,63$;
f le rapport trouvé par Coulomb, pour le frottement du fer sur le fer, avec enduit d'huile $= 0,15$.

On peut d'abord observer, que le poids de l'appareil est si faible, qu'il n'en résultera qu'un frottement de

$$4^k,63 \times 0,13 = 0^k,6,$$

qui, par suite de la grandeur du rayon de la poulie $= 0^m,23$, par rapport à celui des pivots $= 0^m,0023$, sera tout-à-fait négligeable; ce qui permet de simplifier les calculs sans erreur sensible. D'après cela, l'équation du mouvement de ce système est simplement

$$\omega'^2 \mathrm{S}r^2 dm = 2pe - 2fp\,\frac{\mathrm{Q}}{r}\,e\,;$$

d'où

$$p = \frac{\omega'^2 \mathrm{S}r^2 dm}{2e\left(1 - f\,\frac{\mathrm{Q}}{r}\right)}.$$

Prenons pour application un des mouvemens les plus rapides que nous ayons obtenus dans les expériences; tel, par exemple, qu'après une course de $e = 3^m$, on ait une vitesse du traîneau $r\omega = 4^m$; ω et r étant, comme dans le texte, la vitesse angulaire et le rayon extérieur de la poulie. On a évidemment, d'après la disposition de l'appareil,

$$\omega' r' = \omega r;$$

d'où

$$\omega' = \frac{\omega r}{r'} = \frac{4}{0,83} = 17^m,39.$$

D'après les dimensions des pièces, j'ai trouvé, par un calcul fait avec soin,

$$Sr^2 dm = 0,0075;$$

au moyen de ces valeurs, on déduit de l'équation ci-dessus,

$$p = 0^k,378.$$

Ainsi, dans un mouvement très rapide, l'inertie et le frottement de l'axe n'exigent pas une tension du fil de plus de $0^k,378$. On voit donc que l'on peut, sans crainte, faire abstraction de la résistance que l'appareil du plateau du ressort oppose au mouvement du traîneau, eu égard à la grandeur du frottement dans toutes les expériences.

LÉGENDE EXPLICATIVE

DES PLANCHES.

PLANCHE I, Fig. 1, 2 et 3,

et PLANCHE II.

A, gîtes en chêne, de $0^m,30$ d'équarrissage, formant le banc horizontal de glissement.

B, quatre montans en sapin, assemblés par embreuvement, et boulonnés avec les gîtes. Ils descendent jusqu'au fond de la fosse et s'engagent par le pied dans un châssis en chêne.

C, semelles sur lesquelles on fait glisser les corps mis en expérience; on les remplace par d'autres à chaque nouvelle série d'expériences.

D, traîneau mobile formé d'un plateau de hêtre. Il reçoit une grande caisse en chêne, dans laquelle on met le nombre de boulets convenable pour composer la charge. Le dessus du traîneau est divisé, par des liteaux, en compartimens destinés à maintenir les boulets.

E, pièces frottantes en expérience; on les fixe au-dessous du traîneau à l'aide de vis à bois.

F, plateau fixe, en chêne, servant à soutenir la poulie et le mécanisme d'horlogerie. Il repose sur quatre taquets fixés aux montans.

G, supports en fonte, pour l'axe de la poulie.

H, poulie en bois, avec axe en fer.

I, corde tressée, fixée d'un bout au traîneau, et soutenant, par l'autre, le poids moteur.

K, caisse descendante, en chêne; on y place des boulets pour former le poids moteur.

L, ressorts en frêne, destinés à éteindre graduellement la vitesse du traîneau.

M, petites caisses posées sur la caisse K; elles peuvent recevoir une charge additionnelle destinée à produire la séparation des surfaces qui ont été quelque temps en contact, et dépassent les bords de la caisse K.

N, traverses en chêne, fixées sur les montans B; elles servent à arrêter les petites caisses M à une hauteur donnée, lorsque le traîneau D est en mouvement.

Q, étrier en fer, auquel s'attache la corde tressée I, et dont la base est traversée par un boulon à vis qui soutient la caisse K. La longueur de la partie filetée de ce boulon permet d'élever à volonté les petites caisses M au-dessus des traverses N, de manière à imprimer au traîneau une vitesse assez grande, par leur concours et celui de la caisse K.

a, taquet fixé au-dessous du traîneau et destiné à recevoir le talon en fer *b*. (Pl. 3, fig. 2.)

ced, levier coudé, dont la branche verticale *ce*, terminée par un arc de développante, presse le talon *b* et pousse le traîneau en avant. La branche horizontale *cd* porte deux arcs de cercle concentriques à l'axe *c*; sur l'un ou l'autre de ces arcs s'enroule un bout de sangle, soutenant une petite caisse *f*, dans laquelle on met une charge convenable pour déterminer le départ du traîneau, concurremment avec l'effort de traction de la corde I.

En arrière du traîneau (Pl. 1 et Pl. 2) on voit la latte directrice et le système des palans, et du cabestan employé pour ramener le traîneau et la caisse K après chaque expérience.

PLANCHE III.

abab, dynamomètre en acier fondu, servant à la mesure de la tension de la corde I; cette corde s'accroche à la partie antérieure *aa*. La branche postérieure *bb* est liée au traîneau au moyen d'un boulon *d*, autour duquel elle conserve la liberté de tourner.

ee, plateau en cuivre, parfaitement dressé au tour, et monté sur un axe qui s'engage, par des pivots coniques, dans le boulon supérieur et dans un boulon inférieur à contre-écrou.

h, poulie à gorge, fixée sur le même axe, de manière qu'elle entraîne dans son mouvement le plateau *ee*.

ii, ficelle très flexible qui enveloppe d'un tour la gorge de

la poulie *h*. Elle se fixe, d'un bout, aux gîtes en arrière du traîneau, et l'autre bout, qui passe sur une petite poulie montée sur le plateau K, supporte un poids léger suffisant pour tendre la corde. La ficelle *ii* ne pouvant glisser dans la gorge de la poulie, il s'ensuit que celle-ci tourne dès que le traîneau marche.

PLANCHES IV ET V.

Appareil employé à l'observation de la loi du mouvement.

aa, plateau en cuivre, dressé au tour. Il s'applique contre la face plane du manchon que porte l'axe de la poulie H, et s'y fixe au moyen d'un écrou de pression *bb*. Sur l'une et l'autre face de ce plateau, on tend des feuilles de papier collées par les bords.

cc, anneau en cuivre, mis en mouvement par un mécanisme d'horlogerie. La vitesse du mouvement uniforme de ce cercle s'observe à chaque expérience, au moyen d'un compteur et d'une montre à demi-secondes mortes.

e, pinceau contenu dans une petite douille qui se visse sur le cercle *cc*. On a eu soin de mettre l'anneau *cc* en équilibre dans toutes ses positions autour de l'axe.

f, petit plateau mobile, à coulisses; il porte le mouvement d'horlogerie, et peut s'avancer ou reculer à volonté, parallèlement à lui-même, au moyen de la vis *b*.

ghg'h', supports du mécanisme d'horlogerie; ils peuvent tourner autour du boulon *h*, de manière à établir le parallélisme du diamètre horizontal du cercle décrit par le pinceau avec le plan du plateau *aa*.

k, ressort à boudin, interposé entre la boîte du mécanisme d'horlogerie et le support; au moyen de ce ressort et de la vis qui l'accompagne, on peut rendre le diamètre vertical du cercle décrit par le pinceau parallèle au plan *aa*.

PLANCHE VI.

Fig. 1. Courbe du mouvement, tracée par le style, dans la 2e expérience du 3e tableau, à l'échelle moitié de la grandeur naturelle.

0, 1, 2, 3, 4... 9, 10, cercle de départ.

0, *1*, *2*, *3*, *4*... *16*, *17*, *18*, courbe du mouvement.

Fig. 2. Courbe de tension du dynamomètre, tracée par son style dans la même expérience.

PLANCHE VII.

Fig. 1. Courbe relevée du mouvement du traîneau dans la 2e expérience du 3e tableau.

Fig. 2. Courbe relevée des tensions du dynamomètre dans la même expérience.

Fig. 3. Courbe relevée du mouvement du traîneau dans la 2e expérience du 8e tableau.

Fig. 4. Courbe relevée des tensions du dynamomètre dans la même expérience.

PLANCHE VIII.

Fig. 1. Courbe relevée du mouvement du traîneau dans la 16e expérience du 3e tableau.

Fig. 2. Courbe relevée des tensions du dynamomètre dans la même expérience.

PLANCHE IX.

Fig. 1. Courbe du mouvement, tracée par le style, dans la 2e expérience du 8e tableau.

0, 1, 2, 3, 4... 9, 10, cercle de départ.

0, *1*, *2*, *3*, *4*... *15*, *16*, courbe du mouvement.

Fig. 2. Courbe des tensions du dynamomètre, tracée par son style, dans la même expérience.

areil employé aux expéri

A

A

D

I

0.m04 pour un mètre.

1

2 Mètres

orin delin.

Coupe transversale

Suivant A.B.

Fig. 2.

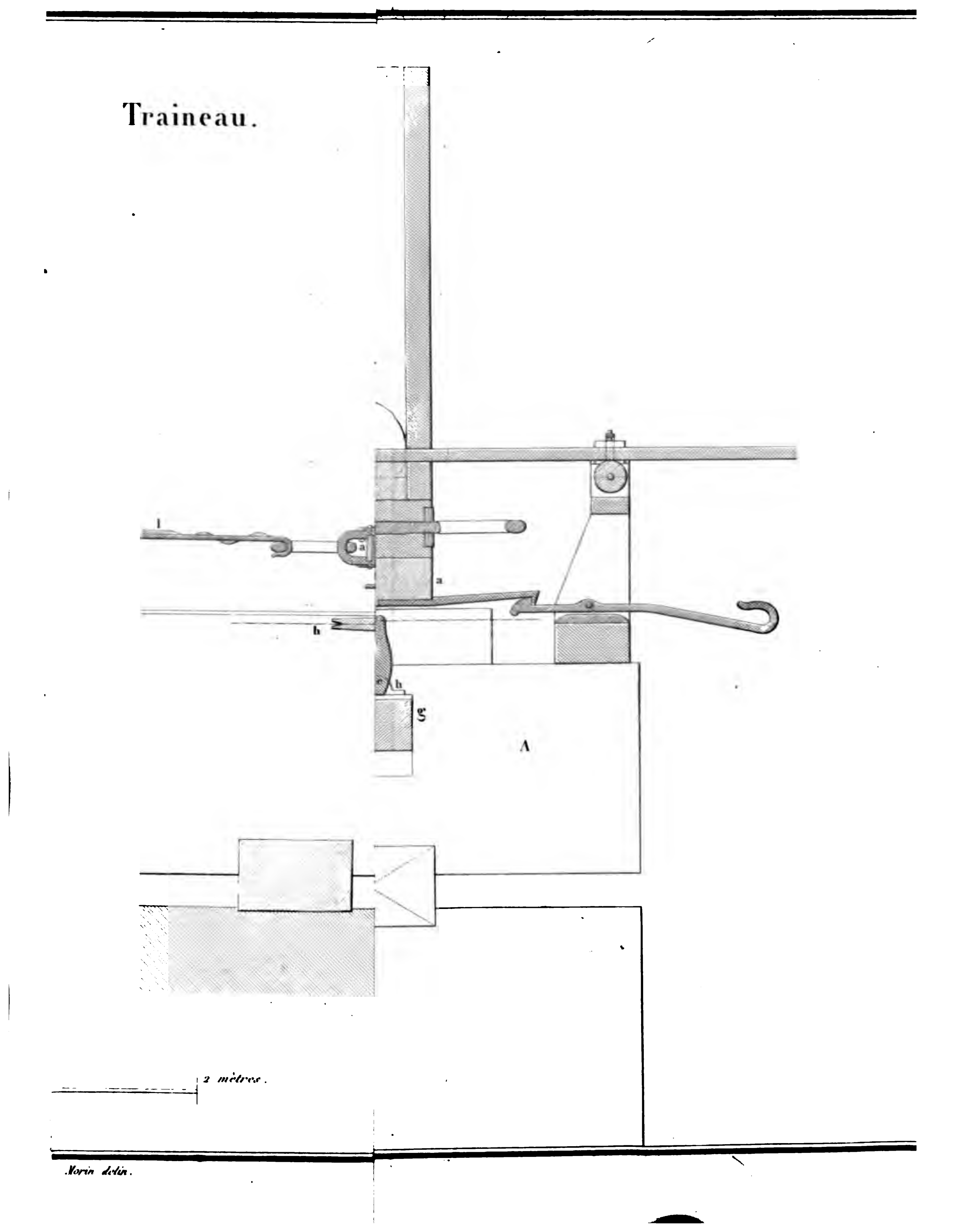
du Banc.

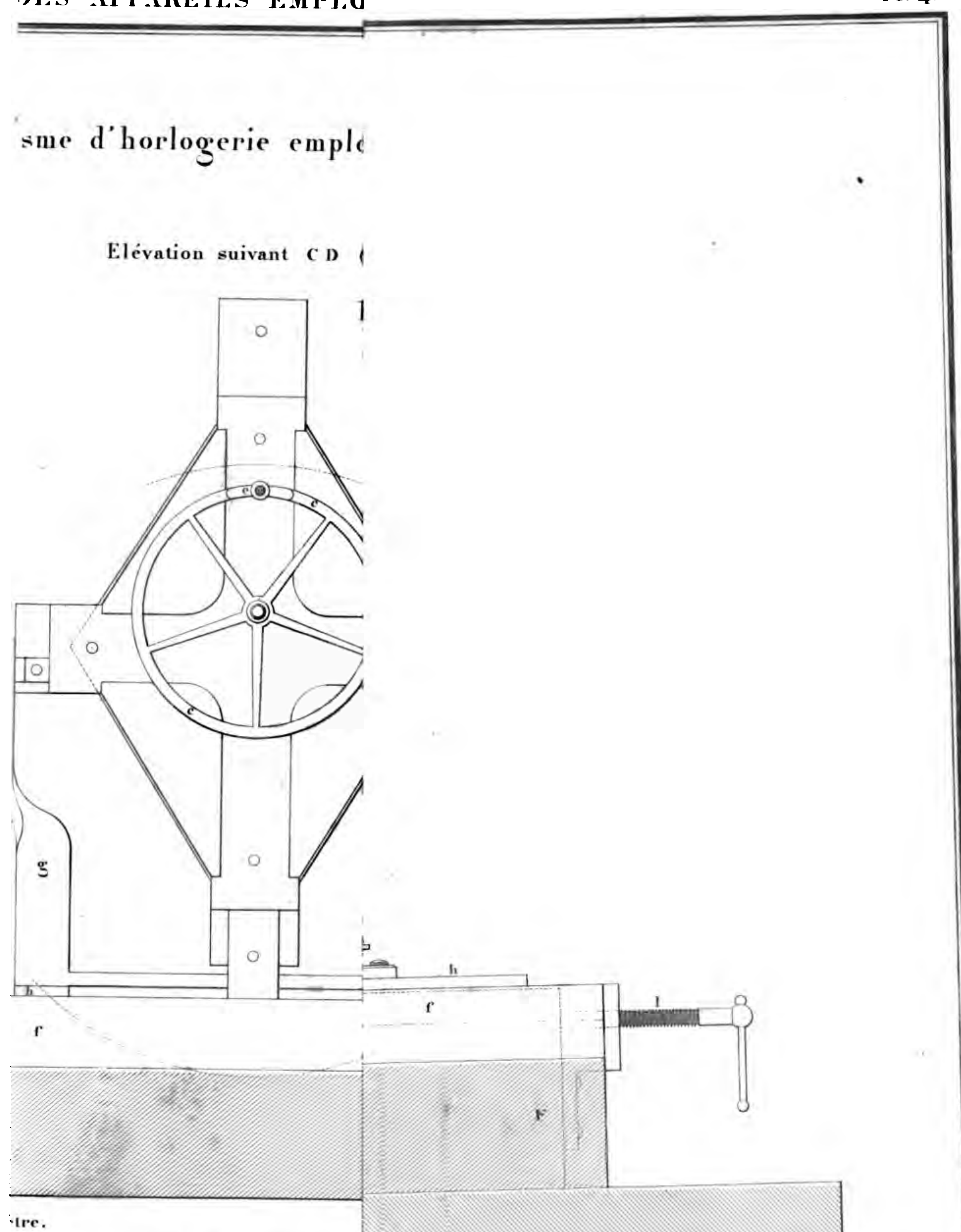
ur Mètre.

2 Metres.

Morin Delin

George


Traineau.
a
a
h
h
g
A
2 mètres.
Morin delin.


sme d'horlogerie emplo
Elévation suivant C D (
e
e
e
g
h
h
f
f
l
F
ètre.

SUITE

DES NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1832.

IMPRIMERIE DE BACHELIER,
rue du Jardinet, n° 12.

NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1832;

PAR ARTHUR MORIN,

Capitaine d'Artillerie.

(FAISANT SUITE AUX EXPÉRIENCES DU MÊME AUTEUR, FAITES EN 1831.)



PARIS,

BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

1834

INSTITUT DE FRANCE.

ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

RAPPORT

Sur un Mémoire concernant de nouvelles Expériences sur le Frottement, faites à Metz, en 1832, *par M.* MORIN, *Capitaine d'artillerie, présenté à l'Académie des Sciences le* 4 *mars* 1833.

Commissaires, MM. GIRARD, SAVART, ET NAVIER *rapporteur.*

LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE

Certifie que ce qui suit est extrait du procès-verbal de la séance du lundi 25 *mars* 1833.

L'Académie a entendu, dans sa séance du 26 mars 1832, un premier rapport sur les expériences entreprises par M. MORIN, pour rechercher les lois du frottement des corps solides glissant les uns sur les autres, et pour apprécier la valeur de cette résistance dans les cas où il est utile de la connaître pour l'établissement des machines, et en général pour les diverses opérations des arts mécaniques. Ces expériences ont paru très remarquables, et ont été jugées dignes de l'approbation de l'Académie, soit à raison des procédés nouveaux et ingénieux qui avaient été employés par

l'auteur, soit par les résultats importans qui en avaient été déduits. Nous les rappellerons ici d'une manière succincte.

Les procédés particuliers appliqués à ces expériences avaient pour objet principal, d'une part, d'observer directement toutes les variations qui pouvaient survenir dans la valeur de l'effort exercé pendant la durée de chaque expérience sur le traîneau, effort qui surmontait la résistance provenant du frottement; d'autre part, d'observer également d'une manière directe la nature du mouvement imprimé au traîneau par l'action constante du poids moteur, et par l'action opposée de la résistance provenant du frottement. On conçoit que les résultats de ces deux genres d'observations devaient se vérifier réciproquement, puisque le mouvement du traîneau dépendait nécessairement de la loi de la résistance qui était surmontée. Toutes les expériences faites de cette manière par M. Morin, et dans lesquelles on avait fait glisser des bois secs ou mouillés avec de l'eau les uns sur les autres, ou bien du fer, du cuivre, du cuir et des cordages également secs ou mouillés avec de l'eau, sur du bois de chêne, avaient conduit à admettre que la résistance provenant du frottement était rigoureusement indépendante de la vitesse du mouvement, aussi bien que de l'étendue des surfaces en contact, et exactement proportionnelle à la pression. On remarquait de plus que les expériences dont il s'agit indiquaient pour les bois glissant à sec les uns sur les autres, ou pour du fer glissant à sec sur du bois, une résistance beaucoup plus grande que ne la donnaient les expériences de Coulomb. M. Morin attribuait cette discordance à ce que les expériences dont Coulomb présentait les résultats comme s'appliquant à des bois secs, avaient été faites sur des bois dont on avait enduit la surface pour des expériences précédentes; en sorte que cette surface était demeurée onctueuse, parce qu'on s'était contenté de l'essuyer, tandis qu'il aurait fallu la renouveler entièrement.

Dans les expériences qui ont été faites pendant le cours de l'année 1832, l'auteur a soumis à l'observation la plupart des substances employées dans la construction des machines, soit en les faisant glisser à sec, ou mouillées avec de l'eau, soit en appliquant sur leurs surfaces les divers enduits dont les artistes se servent pour adoucir les frottemens. Les résultats ont entièrement confirmé ceux qui avaient déjà été obtenus, et que nous venons d'é-

noncer. On a reconnu que le frottement était indépendant de la vitesse et de l'étendue des surfaces en contact, et exactement proportionnel à la pression, non-seulement lorsque les corps étaient secs ou mouillés avec de l'eau, mais encore lorsque les surfaces étaient enduites de corps gras; en sorte qu'il n'y a point lieu à attribuer une partie de la résistance, comme COULOMB l'indique dans quelques cas, à une sorte d'adhérence dont la valeur serait proportionnelle à l'aire des surfaces en contact. Toutefois l'auteur n'affirme point que ce résultat soit entièrement général : il le donne comme convenant aux cas d'une pression considérable, telle qu'on l'observe dans les grandes machines, et il pense que les effets qui ont lieu dans les cas où les pressions sont très petites, dans les appareils d'horlogerie par exemple, exigent une étude spéciale. M. MORIN a observé d'ailleurs qu'une très petite quantité de substance grasse appliquée à la surface du bois suffisait pour changer beaucoup la nature du frottement. Cette surface ne s'use point, comme elle le fait dans le cas du frottement à sec; elle se polit, la résistance du frottement est considérablement diminuée, et l'on retrouve alors, comme l'auteur l'avait présumé dans son premier Mémoire, des résultats semblables à ceux qui avaient été donnés par COULOMB pour des bois glissant à sec les uns sur les autres.

Les nombreuses expériences dont les résultats sont présentés dans le nouveau Mémoire de M. MORIN, conduisent à ce résultat remarquable, qu'avec les enduits de saindoux et d'huile d'olives la résistance du frottement due au glissement des bois ou des métaux est toujours à peu près la même, et que sa valeur se trouve comprise entre les $\frac{7}{100}$ et les $\frac{8}{100}$ de la pression. Ce résultat convient encore à un enduit de suif lorsqu'il s'agit des bois glissant sur des bois, ou d'un métal glissant sur du bois; mais dans le cas d'un métal glissant sur un métal avec un enduit de suif, la résistance devient les $\frac{10}{100}$ environ de la pression. On ne doit point oublier d'ailleurs que ces nombres conviennent au cas d'un mouvement établi. L'auteur a également étudié, quoique avec moins de détail, le cas où l'on détache deux corps qui ont été quelque temps en contact. La résistance est toujours alors proportionnelle à la pression; mais elle prend des valeurs différentes, et sur lesquelles la nature des substances paraît avoir une influence plus marquée.

M. Morin a également fait quelques recherches dans la vue de reconnaître si le frottement imprimait des mouvemens de vibration appréciables aux pièces de son appareil. Les moyens qu'il a employés ne lui ont fait apercevoir aucune vibration qui puisse être regardée comme l'effet du glissement du traîneau, tandis que ces mêmes moyens rendaient très sensibles des vibrations produites par un choc assez faible.

En résumé, nous pensons que les nouvelles observations qui ont été communiquées à l'Académie, présentent des résultats précieux pour la physique et pour les arts; qu'elles méritent ses encouragemens et son approbation, et que l'on doit se féliciter de la protection et des facilités que le Gouvernement veut bien accorder à l'auteur. Nous proposons d'ailleurs que ce nouveau Mémoire soit imprimé, comme le précédent, dans le recueil des *Savans étrangers*.

Signé à la minute, Girard, Savart, et Navier *rapporteur*.

L'Académie adopte les conclusions de ce Rapport.

Certifié conforme :

Le Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques,

F. ARAGO.

NOUVELLES EXPÉRIENCES

SUR

LE FROTTEMENT,

FAITES A METZ EN 1832;

PAR ARTHUR MORIN,

Capitaine d'Artillerie.

SECOND MÉMOIRE.

Encouragé par l'approbation que l'Académie des Sciences a bien voulu accorder au premier Mémoire que j'ai eu l'honneur de lui présenter, le 12 décembre 1831, et à l'aide des moyens que M. le Ministre de la Guerre a mis à ma disposition, sur la demande du Comité d'Artillerie, j'ai continué activement, en 1832, mes recherches sur le frottement. J'offre dans ce second Mémoire les résultats de cent cinquante-deux séries d'expériences faites sur le glissement des différens corps les uns sur les autres, avec ou sans enduit. Quelque soin que j'aie pris de me borner aux cas utiles à la pratique, leur variété est si grande, soit par le nombre même des corps employés, soit par l'usage que l'on peut faire des différens enduits, qu'il ne m'a pas été possible de terminer en 1832 ce qui est relatif aux sur-

faces planes; j'espère reprendre et épuiser cette matière en 1833, et y joindre des expériences sur le frottement des axes de rotation.

Les moyens d'observation, les procédés de relèvement et de calcul des expériences sont absolument les mêmes que ceux employés en 1831, et décrits en détail dans le premier Mémoire; et l'appareil n'a subi qu'un léger changement relatif au moyen d'assurer la direction du traîneau pendant sa marche; c'est ce qui m'a engagé à continuer dans le présent Mémoire la série des numéros adoptée dans le premier.

Modifications apportées à l'appareil adopté et employé en 1831.

68. Le seul changement important qui ait été fait à l'appareil employé en 1831, est relatif au moyen d'assurer la direction du traîneau pendant sa marche. La latte ou queue directrice dont la disposition et l'usage sont décrits au n° 5 du premier Mémoire, avait complètement rempli le but qu'on s'était proposé, tant qu'on n'avait fait glisser les uns sur les autres que des corps dont le frottement considérable était déjà lui-même un obstacle à des déviations notables dans leur direction; mais dès qu'on a employé des enduits gras, qui réduisent beaucoup la résistance, il a fallu recourir à un moyen plus certain, dans la crainte que le traîneau venant à glisser hors des semelles, il n'en résultât quelque accident grave pour la sûreté des appareils; voici celui que j'ai adopté avec succès.

Deux couples de galets en fonte, *aa* (fig. 1 (1), Pl. 10),

---

(1) Je conserve dans ce Mémoire l'ordre de numérotage des planches, ainsi que celui du texte.

sont placés, l'un à l'avant, l'autre à l'arrière du traîneau; sur chacun des gîtes AA et en dedans des semelles de glissement mises en expériences (fig. 2 et fig. 3), on a fixé, parallèlement à l'axe longitudinal du banc, une bande de fer de $0^m,04$ de largeur; elles sont distantes de $0^m,271$ de l'axe, de part et d'autre, et écartées entre elles de $0^m,542$. Les galets *aa* d'un même couple ne sont écartés hors œuvre que de $0^m,537$; il y a donc un jeu de $0^m,005$ entre les galets et les bandes. J'ai pensé qu'il suffisait pour assurer toute liberté au traîneau, et qu'il convenait, de le restreindre à cette limite, afin de ne pas avoir d'écarts trop grands pendant la course. Au moyen de cette disposition, j'étais sûr que le traîneau ne pouvait jamais s'éloigner à droite ou à gauche de l'axe du banc, de plus de $0^m,0025$; ce qui assurait convenablement sa direction.

Il faut actuellement montrer que l'emploi de cet appareil ne peut pas exercer d'influence notable pour retarder la marche du traîneau, et sur les résultats du calcul. Je rappellerai d'abord que dans toutes les expériences les semelles en bois ou en métal *c*, *c* (fig. 2 et 3, étaient rendues horizontales avec le plus grand soin, à l'aide du niveau à bulle d'air, soit dans le sens de leur longueur, soit dans celui de leur largeur; de plus, ces semelles *c*, *c* étaient disposées parallèlement à l'axe longitudinal du banc, et à égale distance de cette ligne; les déviations latérales dans la course du traîneau ne pouvaient donc provenir que d'un léger défaut de parallélisme de la corde et de l'axe de la course, ou d'une petite différence dans l'état d'onctuosité des pièces. Il suit de là que la pression des galets sur les guides en fer devait toujours être assez faible. Pour m'en assurer, et obtenir une valeur *maximum*, j'ai essayé à différentes reprises et dans un grand nombre de séries d'expériences, de faire dévier le traîneau perpendiculairement à sa direction, pen-

dant qu'il était en mouvement, et chaque fois je mesurais l'effort *maximum* que j'avais exercé, à l'aide d'un peson à ressort bien taré, et sur lequel un curseur léger en papier m'indiquait cet effort. J'ai toujours trouvé que, même sous des pressions de 2,000 à 2,800 kilogrammes, dans les mouvemens lents, comme dans ceux qui étaient rapides, le plus grand effort à exercer pour faire appuyer les galets sur l'un ou l'autre de leurs guides n'excédait pas 20 à 25 kilogrammes.

D'après cette donnée, déduite d'un grand nombre d'essais, et au moyen des dimensions des galets, il est facile de calculer la résistance *maximum* que leur mouvement peut, dans les circonstances les plus défavorables, opposer au mouvement du traîneau. On trouve (1) qu'elle s'élève au plus à 0,006 de la valeur du frottement, et que l'erreur que l'on peut commettre en la négligeant, est beaucoup plus faible que celles qui sont dues à la variabilité de l'état d'onctuosité des surfaces, puisque nos résultats les plus concordans diffèrent quelquefois entre eux de $\frac{1}{10}$ de la valeur moyenne.

Outre cette appréciation exacte de l'influence *maximum* que l'on peut attribuer aux galets de direction, j'ai vérifié directement qu'elle était insensible dans les limites d'approximation que les autres moyens d'observation pouvaient me permettre, en répétant avec ce nouvel appareil de direction une partie des expériences faites avec l'emploi de la latte directrice, sur le frottement du fer sur l'orme, avec enduit de suif ou quand les surfaces étaient simplement onctueuses. Dans les deux cas, j'ai obtenu pour le

---

(1) *Voyez* la note 1re, sur l'influence que l'appareil de direction peut exercer sur la marche du traîneau.

rapport du frottement à la pression des valeurs aussi approchées les unes des autres qu'elles l'étaient dans chaque série faite avec le même appareil.

Au moyen de ces vérifications, j'ai donc pu en toute sûreté adopter le nouveau mode de direction, qui m'offrait bien plus de régularité et de sûreté, et dès lors j'ai totalement supprimé l'ancien.

Des moyens employés pour reconnaître l'existence des vibrations pendant le glissement des corps les uns sur les autres.

69. Il était curieux d'examiner si la résistance que les corps éprouvent à glisser les uns sur les autres peut être attribuée aux vibrations successivement produites par le débandement des ressorts moléculaires des surfaces en contact, à mesure que par l'avancement du corps mobile, ils échappent à la pression et à la flexion qu'elle avait occasionées.

Coulomb, en comparant la résistance due au frottement, à celle qu'éprouveraient deux brosses dont les crins s'engreneraient réciproquement, avait été conduit à déduire de cette hypothèse que le frottement des métaux sur les bois devait croître avec la vitesse; et il croyait avoir observé la même loi dans ses expériences, tandis que toutes les nôtres montrent, au contraire, que dans tous les cas observés jusqu'ici, cette résistance est indépendante de la vitesse, bien que nous ayons imprimé à notre traîneau des vitesses qui vont parfois à $3^m,50$ et plus par seconde. Il faut donc abandonner la théorie de Coulomb. D'une autre part, si la résistance appelée frottement est due au débandement successif des ressorts moléculaires, puisque nous avons trouvé qu'elle était proportionnelle à la pression, il faudrait

que ces ressorts se fléchissent aussi proportionnellement à cette pression; et par suite, quand ils viendraient à se détendre, l'amplitude de leurs oscillations et de celles qu'ils pourraient communiquer au banc et au sol, devrait croître avec cette pression; en outre, le nombre de ces ressorts dégagés et détendus dans un même temps, croissant avec la vitesse, on devrait observer une différence entre les mouvemens vibratoires dus aux faibles vitesses et ceux dus aux grandes vitesses.

Pour observer s'il existait dans le banc et surtout dans les gîtes des mouvemens vibratoires sensibles, j'ai employé deux moyens différens : l'un consistait à poser sur le bout des gîtes A, en arrière du traîneau, un plat rempli d'eau. La position des fenêtres de l'atelier où j'opérais me permettait de me placer de manière que la surface de l'eau réfléchissait à mon œil la lumière solaire et devenait ainsi un miroir brillant dont je pouvais apercevoir les moindres oscillations. Établi dans cette position favorable, je donnai les signal du départ, et j'observais s'il se formait à la surface des rides annulaires indiquant des mouvemens vibratoires sensibles, croissant avec la pression ou avec la vitesse. J'ai fait ces observations pendant les séries d'expériences relatives au glissement de la fonte, du fer et du bronze sur la fonte, et je n'ai jamais aperçu la formation de rides régulières. Parfois cependant, lorsqu'un des boulets qui composaient la charge du traîneau, se déplaçait et venait en choquer un autre, quelque léger que fût ce choc, on apercevait de suite des rides annulaires bien caractérisées se former à la surface de l'eau; ou bien encore lorsque le traîneau venait rencontrer les ressorts en frêne L (Pl. 2 du premier Mémoire) destinés à éteindre graduellement sa vitesse, on découvrait des vibrations très sensibles; mais, hors ces deux cas, les légers ébranlemens de la surface

de l'eau n'étaient presque jamais visibles. Il y a plus : à mesure que les pressions augmentaient, les boulets de la charge se calant réciproquement, ne pouvaient plus prendre de mouvemens relatifs, et les vibrations disparaissaient tout-à-fait. En un mot, elles m'ont toujours paru être d'autant moins sensibles que les charges étaient plus grandes.

De plus, j'ai répété ces observations dans des mouvemens rapides dont la vitesse, après 3 mètres de course, allait parfois jusqu'à 3 mètres et plus par seconde, et dans des mouvemens lents; je n'ai pas aperçu plus de rides annulaires dans un cas que dans l'autre.

Le second moyen d'observation que j'ai employé consistait en un tube de verre creux de $0^m,025$ de diamètre intérieur, long de $0^m,65$ environ, que je fixai au bout des gîtes A en arrière du traîneau, parallèlement à leur longueur, et autant que possible dans le prolongement de leur axe de figure. Au moyen d'une petite fiole percée sur le côté et fixée sur un petit tube, je répandais dans l'intérieur du grand tube une couche très mince de sable bleu. Puis, pendant la marche du traîneau, j'observais si ce sable prenait quelque mouvement et se rassemblait à des nœuds de vibrations. Parfois aussi je plaçais ce tube horizontalement, et perpendiculairement à la longueur des gîtes, vers le milieu des semelles mises en expérience, et j'y introduisais du sable fin. J'ai répété souvent les observations sous de faibles et de fortes pressions, dans des mouvemens lents ou rapides; je n'ai jamais observé le moindre déplacement des grains de sable.

Du concours des résultats obtenus par ces deux moyens d'observation, dont le premier est le plus délicat, il semble permis de conclure que, s'il se produit dans le glissement des corps les uns sur les autres des mouvemens vi-

bratoires, ils ne sont pas assez sensibles pour se transmettre d'une manière appréciable aux corps de support et pour occasioner la perte de travail due au frottement. C'est donc à une autre cause qu'il faut attribuer cette résistance, mais je ne me propose pas de la rechercher dans le moment actuel; je me contente à présent d'exposer les résultats de l'expérience et les lois qu'il est permis d'en conclure, et j'attendrai que toute la partie expérimentale de mon travail soit terminée, pour chercher à en déduire, s'il m'est possible, la nature même de la résistance que j'aurai mesurée. Cette marche me paraît plus logique et plus sûre, en ce qu'elle ne m'expose pas à examiner et à interpréter, comme il arrive trop souvent, les résultats de l'expérience avec une opinion faite ou probable à laquelle on cherche à les soumettre.

Résultats généraux des expériences sur le frottement des surfaces planes en mouvement les unes sur les autres.

70. Les tableaux qui suivent contiennent les résultats du relèvement de six cent trente-une expériences faites en 1832, correspondant à cent cinquante-deux séries différentes, dans lesquelles les corps en contact ou les enduits interposés ont varié : la plupart de ces expériences ont été répétées deux fois, et quand elles ne sont portées qu'une seule au tableau, c'est qu'elles ont donné le même résultat; quand, au contraire, il était un peu différent, on a rapporté les deux expériences. Je me suis attaché à multiplier suffisamment les observations dans les cas les plus importans, et si j'ai été obligé quelquefois, dans les autres, de me borner à un petit nombre, c'est que la longueur des opérations de relèvement m'y obligeait; car sans reculer devant l'étendue et la durée de ce travail, je ne dois

pas perdre de vue la nécessité d'atteindre toutes les questions relatives à mon sujet, et je dois craindre que les exigences du service militaire ne me détournent de ces recherches dont la suite exigera encore plusieurs années. J'ai donc dû m'attacher aux cas les plus utiles et les plus importans, sauf à examiner ensuite, dans des momens de loisir, ceux qui le sont le moins.

De même que les expériences de 1831, celles de 1832 ont montré que les courbes des mouvemens accélérés étaient des paraboles, dont les tableaux donnent le paramètre; que les courbes de tension étaient des cercles ou qu'elles oscillaient autour d'un cercle moyen. Il suit donc du concours de ces deux moyens d'observation, que le frottement est constant et indépendant de la vitesse pour tous les corps et pour tous les enduits soumis à l'expérience. Cette loi se vérifie pour l'eau, pour les graisses, pour l'huile, pour les substances gluantes et sirupeuses, comme l'asphalte de Bechelbronn (département du Bas-Rhin) et même pour le cambouis le plus épais.

La comparaison de l'effet des surfaces de différentes étendues prouve et confirme que le frottement est dans tous les cas observés indépendant de cette étendue. Si dans quelques tableaux on trouve qu'avec des surfaces très petites ou réduites à des arètes arrondies, et avec des enduits très mous ou liquides, tels que l'huile, le frottement a paru plus grand qu'avec des surfaces plus étendues, cela ne contredit pas la loi et tient uniquement à ce qu'alors la pression exprime tout ou partie de l'enduit, et ramène les surfaces à un état voisin de celui où elles seraient simplement onctueuses; c'est ce que je fais remarquer en son lieu, après chaque tableau où ce cas se présente.

En énonçant cette loi de l'indépendance de la surface, je dois faire observer que je n'ai opéré que sous des pressions

considérables et analogues à celles qu'éprouvent les pièces des machines industrielles, et que je n'entends pas l'étendre au cas où la résistance propre de l'enduit serait comparable à la pression, ainsi que cela a lieu dans les mécanismes d'horlogerie; mon appareil d'observation n'était pas monté pour opérer dans cette dernière circonstance, et il faudrait faire à ce sujet des expériences spéciales pour déterminer la cohérence propre des différens enduits.

Après ces deux lois, les tableaux des expériences nous montrent que dans chaque cas le frottement est proportionnel à la pression, et nous donnent la valeur de ce rapport constant.

Nous pouvons donc regarder encore les lois énoncées dans le premier Mémoire, comme démontrées pour tous les corps et pour tous les enduits soumis à l'expérience, et conclure, pour ces corps qui comprennent presque tous ceux que l'on emploie dans la construction des machines, que le frottement est,

1° Proportionnel à la pression,
2° Indépendant de la vitesse,
3° Indépendant de l'étendue de la surface de contact.

Outre les expériences où le mouvement était accéléré, j'en ai fait un certain nombre, particulièrement sur le glissement de la fonte sur la fonte, dans lesquelles le mouvement était uniforme ou retardé. Les résultats en sont consignés et discutés aux tableaux LIX *bis* et LIX *ter*, et ils prouvent que, dans ces deux genres de mouvemens, les lois énoncées ci-dessus subsistent encore.

Altération des surfaces lorsque les corps glissent les uns sur les autres sans enduit.

71. J'ai signalé dans mon premier Mémoire l'altération grave qui se produit dans le glissement des bois les uns sur les autres, sans enduit. C'est à cette circonstance, dont Coulomb ne fait pas mention, que j'ai attribué les différences considérables qui existent entre les résultats des expériences de ce célèbre ingénieur et ceux que j'ai obtenus. Ce qui n'était qu'une induction tirée de diverses circonstances détaillées au n° 29, devient aujourd'hui chose démontrée par les résultats consignés dans les tableaux XXXVII, XLI, etc. On voit en effet que, dès que les surfaces des bois en contact ont acquis le plus léger degré d'onctuosité, l'altération cesse tout-à-fait; leur poli augmente, au contraire, à mesure qu'elles circulent les unes sur les autres, et l'on retrouve alors, pour le rapport constant du frottement à la pression, des valeurs qui diffèrent beaucoup moins de celles de Coulomb.

La même altération du poli des surfaces glissant à sec les unes sur les autres se manifeste dans le frottement des métaux et des bois, et des métaux entre eux. Toutes les fois qu'il n'y a pas un enduit qui diminue l'intensité du contact, il s'y produit une usure plus ou moins grande. J'en constate l'existence à la suite de chaque tableau, et il suit de la comparaison générale des résultats, que cette altération, très grave pour les métaux fibreux, tels que le fer, glissant les uns sur les autres parallèlement à leurs fibres, l'est beaucoup moins quand l'un des métaux est grenu et l'autre fibreux, et encore moins quand ils sont tous les deux grenus. La dureté particulière de chaque métal y apporte aussi des variations, mais l'effet n'en est pas moins général. Du reste, ces observations

ne font que confirmer un fait bien connu des ouvriers, et sur lequel les indications de Coulomb avaient seules pu jeter des doutes dans certains cas.

Valeur moyenne du rapport du frottement à la pression commune à un grand nombre de corps et d'enduits.

72. La comparaison générale de tous les résultats relatifs aux différens corps conduit à une conséquence remarquable et facile à graver dans la mémoire, c'est qu'avec les enduits de saindoux ou d'huile d'olives le rapport du frottement à la pression pour les bois et les métaux glissant bois sur bois, bois sur métal, métal sur bois ou métal sur métal, est à peu près le même dans tous les cas, et que sa valeur est comprise entre

0,07 et 0,08

de la pression. Quant au suif, il fournit aussi la même valeur moyenne pour les bois glissant sur les bois, les métaux sur les bois, et les bois sur les métaux; mais il paraît que dans le glissement des métaux sur les métaux, cet enduit convient moins que les deux autres, et donne pour le rapport du frottement à la pression une valeur qui s'écarte fort peu de 0,10.

Il est probable toutefois que, quand, par suite de la continuité du mouvement, les pièces frottantes auraient acquis une température moyenne capable de ramollir le suif au même degré que le saindoux, le frottement serait le même pour ces deux enduits. C'est au reste ce que je me propose de constater dans les expériences que je compte faire sur le frottement des axes.

Sauf ce ramollissement du suif jusqu'à un état de mollesse comparable à celui du saindoux, il ne paraît pas

d'ailleurs qu'entre les limites ordinaires la température ait une influence notable sur l'intensité du frottement. En effet j'ai opéré à des températures variables depuis + 1° jusqu'à + 20° centigrades, sans qu'il en soit résulté de variations appréciables par les moyens employés, dans la valeur du rapport du frottement à la pression. C'est ce qui est constaté explicitement entre autres au n° 96.

73. Quoique toutes les données et les résultats des expériences soient exactement consignés dans les tableaux suivans, et suffisent par conséquent pour porter la conviction dans l'esprit, je dépose avec ce Mémoire, comme exemples et preuves à l'appui, 237 courbes minutes du mouvement et des tensions, tracées par les appareils d'observation, dans un grand nombre d'expériences prises dans chaque série. Ces preuves matérielles, qui parleront aux yeux, montreront que les lois que je conclus de l'expérience ne sont pas déduites par approximation, mais qu'elles sont rigoureusement exactes à tous les instans du mouvement.

TABLEAU XXXVII.

74. *Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt	
1	0,126	Savon.	198,10	5,536	44,52	4, 84	0,413	36,18	0,182	1,57	
2	*id.*	*id.*	318,10	» »	51,90	» »	» »	51,90	0,163	» »	mouv. lent.
3	*id.*	*id*	318,10	85,25	76,82	4,28	0,467	61,67	0,192	1,67	
4	*id.*	*id.*	498,10	97,25	89,58	6,80	0,270	75,67	0,152	1,33	
5	*id.*	*id.*	491,91	223,25	172,64	1,121	1,780	83,39	0,169	3,27	
6	*id.*	*id.*	1031,91	223,25	204,37	5,80	0,345	36,29	0,162	1,44	
7	*id.*	*id.*	1031,91	397,25	303,98	1,46	1,370	179,86	0,172	2,73	
8	0,0026	*id.*	98,23	23,75	21,08	4,00	0,500	18,08	0,162	1,73	
9	*id.*	*id.*	146,23	» »	23 »	» »	» »	23 »	0,158	» »	mouv. lent.
10	*id.*	*id.*	266,23	» »	38,44	» »	» »	38,44	0,144	» »	*id.*
11	*id.*	*id.*	266,23	53,80	49,08	5,84	0,342	39,80	0,150	1,39	
							Moyenne ...		0,164		
12	0,126	Suif.	125,09	11,80	10,88	23,00	0,087	9,77	0,078	0,83	
13	*id.*	*id.*	198,10	35,80	30,79	2,52	0,793	14,78	0,074	2,18	
14	*id.*	*id.*	198,10	23,80	21,22	4,29	0,466	11,82	0,060	1,67	
15	*id.*	*id.*	798,10	83,80	76,36	5,43	0,368	46,43	0,058	1,46	
16	*id.*	*id.*	798,10	71,80	66,57	9,56	0,209	49,57	0,062	1,12	
17	*id.*	*id.*	791,91	107,80	96,25	3,55	0,563	50,73	0,064	1,83	
18	*id.*	*id.*	1199,91	120,79	110,04	7 23	0,276	77,21	0,063	1,29	
19	0,0026	*id.*	301,28	29,80	27,55	10 »	0,200	21,39	0,070	1,09	
							Moyenne....		0,075		
20	0,0026	Saindoux.	302,28	29,80	27,42	8,54	0,234	20,21	0,066	1,16	
21	*id.*	*id.*	296,04	35,80	32,37	5,08	0,393	20,52	0,069	1,53	
							Moyenne....		0,067		
22	0,126	Surf. onct.	791,91	216,79	179,67	1,64	1,220	81,57	0,101	2,70	
23	*id.*	*id.*	1199·91	168,79	157,27	11,24	0,178	135,50	0,114	1,03	
24	*id.*	*id.*	1199,91	216,79	197,49	5,12	0,390	149,79	0,125	1,50	
25	*id.*	*id.*	200,04	35,80	32,29	4,82	0,414	23,85	0,119	1,58	
26	*id.*	*id.*	200,13	23,80	22,17	15,65	0,127	19,58	0,097	0,98	
27	*id.*	*id.*	302,23	35,80	33,40	12,80	0,156	28,60	0,094	0,96	
							Moyenne....		0,108		

Observations. On a vu dans le premier Mémoire, n°s 26 et suivans, que le rapport du frottement à la pression pour le chêne glissant sur du chêne sans enduit, avait été trouvé égal à 0,478, tandis qu'on ne lui assignait jusqu'ici, d'après les expériences de Coulomb, pour valeur moyenne, que 0,11. Diverses circonstances que j'ai détaillées (n° 29 du premier Mémoire), m'avaient conduit à regarder comme probable que les bois sur lesquels ce célèbre ingénieur avait opéré, au lieu d'être parfaitement secs, étaient légèrement onctueux, par suite de l'usage de quelque corps gras employé par les ouvriers pour leur donner un poli apparent. Cette explication se trouve pleinement confirmée, je crois, par les résultats des onze premières expériences consignées dans le tableau ci-dessus. En effet je me suis servi, pour les faire, de savon bleu de Marseille de première qualité, très dur et très sec, et lorsque les pièces de chêne en avaient été bien frottées, puis essuyées, il ne paraissait pas qu'elles fussent seulement onctueuses: un observateur qui n'en eût pas été prévenu ne s'en serait peut-être pas aperçu, et cependant cela a suffi pour abaisser la valeur du rapport du frottement à la pression, de 0,478 à 0,164. Cette dernière valeur obtenue avec des surfaces très peu onctueuses se rapproche beaucoup de celle que l'on déduit des expériences de Coulomb, et est notamment la même que celle qui se conclut de ses deux premières expériences (1).

De plus, l'altération du poli des surfaces, la formation des grains noirâtres, cessent complètement dès qu'on a ainsi rendu les surfaces un peu onctueuses, et leur poli augmente. On se retrouve donc alors dans les circonstances décrites par Coulomb; ce qui me semble confirmer

---

(1) *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, t. X, p. 197.

pleinement l'explication que j'avais présentée comme une simple conjecture dans mon premier Mémoire. Je dois ajouter qu'il paraîtrait même que ce physicien a opéré sur des bois qui, dans quelques expériences étaient encore plus onctueux que ceux que j'avais simplement frottés de savon sec; car il a trouvé plusieurs fois le rapport du frottement à la pression simplement égal à 0,08 et même à 0,07; valeurs que je n'ai jamais obtenues qu'avec des enduits ou avec des surfaces très onctueuses.

On remarquera enfin que la loi de l'indépendance des surfaces se vérifie encore dans le cas actuel, quoique l'étendue de celles qui ont été mises en contact ait varié de 1 à 48. Quant à celles de l'indépendance de la vitesse et de la proportionnalité à la pression, elles sont manifestées par les résultats du tableau.

Les expériences 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 et 19, relatives au frottement du chêne sur le chêne, fibres parallèles, avec enduit de suif, montrent que les lois générales sont encore applicables à ce cas, et que la surface et la vitesse n'influent en rien sur le rapport du frottement à la pression, que nous trouvons égal à 0,075, au lieu de la valeur 0,035 que l'on déduit des expériences de Coulomb. Mais on doit observer que l'on ne conclut celle-ci qu'en admettant, avec ce physicien, que l'adhérence des surfaces enduites de suif occasione une résistance moyenne de 34 kilogrammes par mètre carré, tandis que l'expérience 19, qui a été répétée, montre que l'étendue des surfaces n'a aucune influence, quoiqu'elle ait varié de 1 à 48. De plus, Coulomb indique que la résistance occasionée par l'adhérence varie avec la vitesse, tandis que nous avons trouvé que tous les mouvemens accélérés le sont uniformément.

Ces observations s'appliquent également aux expériences

faites avec l'enduit de saindoux, et au cas où les surfaces étaient simplement onctueuses; on doit remarquer au sujet de ces dernières, qu'il est assez difficile d'obtenir le même degré d'onctuosité dans toutes les expériences; c'est ce qui explique les différences, d'ailleurs assez faibles, que l'on remarque dans les résultats.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2° expérience, courbe des tensions;

4° et 8° expériences, courbes du mouvement et des tensions;

6° et 7° expériences, courbes du mouvement.

TABLEAU XXXVIII.

75. *Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur du chêne.*

Les fibres du bois sont perpendiculaires au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.			
1	0,0115	sans enduit	40,15	19,81	17,00	2,76	0,784	14,04	0,349	2,09	
2	*id.*	*id.*	70,52	38,18	31,34	1,72	1,162	22,79	0,323	2,64	
3	*id.*	*id.*	70,52	38,18	31,34	1,72	1,162	22,79	0,323	2,64	
4	*id.*	*id.*	118,48	62,40	52,79	2,04	0,980	40,96	0,345	2,24	
5	*id.*	*id.*	118,48	54,39	47,90	3,12	0,641	40,16	0,339	1,96	
6	*id.*	*id.*	166,69	78,61	68,07	2,48	0,806	54,37	0,326	2,20	
							Moyenne....		0,336		
7	0,088	Suif.	493,15	83,80	75,16	3,16	0,632	43,37	0,087	1,94	
8	*id.*	*id.*	493,15	121,25	100,20	1,64	1,218	39,94	0,079	2,70	
							Moyenne....		0,083		
9	*id.*	Saindoux.	493,15	49,25	45,27	7,32	0,273	31,54	0,064	1,25	
10	*id.*	*id.*	493,15	73,25	65,60	3,88	0,515	36,69	0,080	1,75	
							Moyenne....		0,072		
11	*id.*	Surf. onct.	193,81	49,25	43,22	3,04	0,661	30,60	0,158	1,98	
12	*id.*	*id.*	493,82	119,25	96,52	3,08	0,649	63,84	0,129	1,97	
							Moyenne....		0,143		

Observations. Les six premières expériences de ce tableau ont eu pour objet de rectifier les résultats obtenus dans les mêmes circonstances en 1831, et consignés au tableau du premier Mémoire. Il semblait en effet, d'après leur examen, que dans le cas des petites surfaces, le frottement était plus grand que pour celles d'une certaine étendue; mais cette conclusion étant contraire à celles que j'avais été à même de déduire de toutes les autres expériences déjà faites, j'avais attribué l'augmentation observée dans ce cas particulier, au déchirement et à la carbonisation des surfaces, occasionés par la grande pression qu'elles supportaient, eu égard à leur étendue, et c'est pour vérifier cette explication que j'ai repris cette série d'expériences en 1832, dans des circonstances identiques et avec les mêmes bois, mais sous des pressions moindres, afin de ne pas produire d'aussi grandes altérations dans l'état des surfaces. Les résultats consignés dans le tableau précédent montrent qu'en effet le frottement est dans ce cas, comme dans tous les autres observés jusqu'ici, indépendant de l'étendue des surfaces en contact, pourvu qu'il n'y ait ni déchirement ni carbonisation.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes du mouvement et des tensions de la 5ᵉ expérience du tableau ci-dessus.

TABLEAU XXXIX.

76. *Expériences sur le frottement du chêne debout en mouvement sur du chêne sans enduit.*

Les fibres des bandes glissantes sont verticales; celles des semelles sont horizontales, et parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2 C.	FORCE accélératrice. $\frac{dv}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.			
1	0,059	sans enduit	118,49	49,25	39,78	1,52	1,315	23,91	0,202	2,76	
2	*id.*	*id.*	191,50	49,25	43,51	3,40	0,588	32,13	0,167	1,88	
3	*id.*	*id.*	293,50	49,25	44,85	5,68	5,352	36,26	0,151	1,42	
4	*id.*	*id.*	431,50	123,25	109,04	3,12	0,641	80,85	0,187	1,96	
5	*id.*	*id.*	185,31	116,25	84,07	0,92	2,174	43,04	0,232	3,61	
6	*id.*	*id.*	425,31	123,05	111,03	4,16	0,480	90,22	0,212	1,70	
								Moyenne....	0,192		

Observations. On remarque après le glissement la formation de quelques grains de poussière de bois agglomérés, mais en moins grand nombre que dans le cas où les fibres des pièces frottantes sont parallèles ou perpendiculaires au sens du mouvement et horizontales. Dans la 4e expérience il y a eu sur les semelles quelques traces de de carbonisation.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de la 2e expérience du tableau ci-dessus.

TABLEAU XL.

77. *Expériences sur le frottement du hêtre sur le chêne.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

Numéros des expériences.	Étendue de la surface de contact.	Nature de l'enduit.	Pression Q.	Poids moteur pendant le mouvement P.	Tension de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	Force accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	Rapport du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	Vitesse du mouvement accéléré à trois mètres de course.	Observations.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.			
1	0,0902	Suif.	501,68	71,80	43,67	7,04	0,284	29,07	0,058	1,32	
2	*id.*	*id.*	501,68	71,80	62,74	2,76	0,724	26,26	0,052	2,09	
							Moyenne....		0,055		
3	*id.*	Surf. onct.	189,49	35,80	32,52	5,68	0,365	25,66	0,135	1,50	
4	*id.*	*id.*	189,49	59,80	50,32	1,96	1,02	30,62	0,161	2,28	
							Moyenne....		0,153		

TABLEAU XLI.

78 *Expériences sur le frottement de l'orme sur le chêne.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

Numéros des expériences.	Étendue de la surface de contact.	Nature de l'enduit.	Pression Q.	Poids moteur pendant le mouvement P.	Tension de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	Force accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	Rapport du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	Vitesse du mouvement accéléré à trois mètres de course.	Observations.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,1243	Savon sec.	318,04	41,80	39,71	» »	» »	39,71	0,124	» »	mouv. lent.
2	*id.*	*id.*	318,04	59,80	54,93	6,44	0,310	44,87	0,141	1,28	
3	*id.*	*id.*	771,85	151,25	143,69	» »	» »	143,69	0,147	» »	mouv. lent.
4	*id.*	*id.*	971,85	421,25	315,88	0,982	2,04	113,79	0,117	3,45	
5	0,0059	*id.*	314,14	49,28	46,79	» »	» »	46,79	0,149	» »	mouv. lent.
6	*id.*	*id.*	314,14	61,25	56,02	6,16	0,324	45,62	0,145	1,38	
							Moyenne....		0,137		

Suite du tableau XLI.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
7	0,0059	Suif.	110,14	11,80	10,66	7,04	0,284	7,47	0,067	1,30	
8	*id.*	*id.*	110,14	17,80	15,31	2,92	0,684	7,64	0,069	2,03	
9	0,1243	*id.*	971,85	73,25	69,59	» »	» »	69,59	0,071	» »	mouv. lent.
10	*id.*	*id.*	971,85	109,25	100,75	7,48	0,267	74,30	0,076	1,27	
							Moyenne....		0,070		
11	0,1243	Saindoux.	498,04	61,25	57,49	3,68	0,543	29,91	0,060	1,79	
12	*id.*	*id.*	791,65	73,25	68,04	10,36	0,193	42,46	0,053	1,00	
13	*id.*	*id.*	791,65	85,25	77,34	2,94	0,408	44,42	0,056	2,03	
							Moyenne....		0,060		
14	*id.*	Surf. onct.	791,65	169,25	149,16	2,92	0,684	94,21	0,119	2,03	
15	*id.*	*id.*	791,65	145,25	132,56	5,45	0,367	102,95	0,129	1,46	
16	*id.*	*id.*	791,65	193,25	173,08	1,72	1,162	87,31	0,110	2,64	
							Moyenne....		0,119		

Observations. L'usage du savon sec employé pour donner aux bois un poli apparent, leur communique un degré d'onctuosité suffisant pour abaisser le rapport du frottement à la pression de 0,45 (*voyez* tableau XI du premier Mémoire) à 0,137. Après plusieurs expériences, les bois paraissent très polis, et l'on n'aperçoit plus de grains agglomérés, quoique le traîneau ait été ramené en glissant avec sa charge.

Les expériences faites avec du suif pour enduit, offrent encore une vérification de la loi de l'indépendance de l'étendue des surfaces, qui ont varié dans le rapport de 1 à 21.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire plusieurs courbes minutes des expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2ᵉ expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions.

1ʳᵉ expérience, courbe des tensions.

1ʳᵉ expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions.

TABLEAU XLII.

79. *Expériences sur le frottement du cuir de bœuf fort, tanné, en mouvement sur du chêne.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement, et le cuir est posé à plat.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{rdv}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0588	sans enduit.	109,94	49,25	41,92	2,2	0,909	31,75	0,289	2,21	
2	*id.*	*id.*	229,94	85,25	76,45	3,92	0,510	64,51	0,280	1,74	
3	*id.*	*id.*	229,94	109,25	95,19	2,60	0,769	77,20	0,320	2,16	
							Moyenne.. .		0,296		

Observations. Le cuir employé dans ces expériences est le même qui avait servi à celles de 1831, consignées dans le XVIIᵉ tableau du premier Mémoire, et qui avait été posé à plat; mais il avait été poli par le battage comme une semelle de soulier. Cela a suffi pour abaisser le rapport du frottement à la pression de 0,52 à 0,296. On rappellera que le cuir employé en 1831 était brut, et tel qu'il sort des mains du tanneur, ainsi qu'il en a été fait mention expresse dans une note du n° 58. La valeur moyenne, 0,296 du rapport du frottement à la pression déduite du tableau ci-dessus, diffère d'ailleurs assez peu de celle qui avait été trouvée en 1831 pour le cuir posé de champ,

pour qu'on puisse admettre que le frottement est le même dans les deux cas.

Comme exemple et preuve à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes du mouvement et des tensions de la 2e expérience du tableau ci-dessus.

TABLEAU LXIII.

80. *Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur du chêne.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression. Q.	POIDS moteur pendant le mouvement. P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0084	Eau.	186,31	61,25	54,168	3,26	0,613	42,52	0,220	1,88	
2	*id.*	*id.*	312,31	79,25	75,29	» »	» »	75,29	0,241	» »	mouv. lent.
3	0,052	*id.*	315,51	115,25	101,32	2,88	0,694	79,60	0,250	2,04	
4	*id.*	*id.*	315,51	139,25	119,04	2,12	0,942	88,75	0,281	2,20	
5	*id.*	*id.*	675,51	235,25	200,56	3,80	0,526	164,35	0,243	1,76	
6	*id.*	*id.*	675,51	259,25	231,16	3,40	0,588	190,69	0,282	1,85	
							Moyenne....		0,256		
7	0,052	Savon sec.	1035,51	241,25	239,19	» »	» »	239,19	0,231	» »	mouv. lent.
8	*id.*	*id.*	249,70	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,190	» »	*id.*
9	*id.*	*id.*	249,70	61,25	57,29	15,88	0,126	54,09	0,216	0,97	
10	*id.*	*id.*	1035,51	361,25	313,96	2,4	0,833	226,04	0,218	2,15	
							Moyenne....		0,214		
11	0,052	Suif.	128,69	11,80	11,21	» »	» »	11,21	0,087	» »	mouv. lent.
12	*id.*	*id.*	128,69	23,80	20,57	2,83	0,700	11,24	0,087	2,06	
13	*id.*	*id.*	128,69	23,80	21,01	3,70	0,540	13,82	0,107	1,79	
14	*id.*	*id.*	128,69	35,80	28,58	1,48	1,350	10,60	0,082	2,78	
15	*id.*	*id.*	128,69	35,80	29,41	1,76	1,140	14,03	0,109	2,63	
16	*id.*	*id.*	501,51	49,25	45,71	10,72	0,186	36,20	0,072	1,00	
17	*id.*	*id.*	501,51	61,25	56,05	6,24	0,320	40,70	0,081	1,37	
18	*id.*	*id.*	501,51	73,25	65,22	3,54	0,565	36.34	0,072	1,83	
19	*id.*	*id.*	1035,51	70,25	75,29	» »	» »	75,29	0,072	» »	mouv. lent.
20	*id.*	*id.*	2001,51	175,25	165,48	» »	» »	165,48	0,083	» »	*id.*
21	*id.*	*id.*	2001,51	229,25	212,78	9,20	0,217	168,04	0,084	1,16	
							Moyenne....		0,085		

Observations. Les expériences sur le frottement du fer sur le chêne complètement mouillé, offrent une nouvelle vérification de la loi de l'indépendance des surfaces, puisque l'étendue de celles qui ont été mises en contact a varié de 1 à 16. On remarquera d'ailleurs que le frottement du fer sur du chêne mouillé est le même que celui du chêne sur du chêne mouillé. Les onze expériences relatives au frottement du fer sur du chêne avec enduit de suif, confirment toutes la loi de l'indépendance des vitesses, et leur accord permet d'assigner au rapport du frottement à la pression une valeur moyenne suffisamment exacte. On remarquera qu'elle est à peu près la même que celle que l'on déduit des expériences de Coulomb (1) dans le cas des petites vitesses; mais les différences énormes que présentent ces dernières ont conduit ce physicien à admettre que pour les surfaces d'une certaine étendue, le frottement augmente beaucoup avec la vitesse, tandis que nous voyons par le tableau précédent qu'il en est complètement indépendant, puisque les mouvemens accélérés l'ont été uniformément, et cependant nos expériences ont été faites sur une surface de $0^{mc},052$ tandis que la plus grande que Coulomb ait employée n'était que de $0^{mc},035$ environ. De plus, les pressions ont varié, dans nos expériences, de 128 kilogrammes à 2000 kilogrammes, tandis qu'il n'a pas dépassé celle de 825 kilogrammes environ, et les vitesses ont atteint $2^{m},73$ par seconde. Nous avons donc opéré entre des limites bien plus étendues que Coulomb, sans que la loi de l'indépendance des vitesses ait cessé de se vérifier, et nous nous croyons autorisés à con-

(1) *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, t. X, p. 232 et suivantes.

clure que les anomalies qu'il a remarquées proviennent du peu de précision de ses moyens d'observation.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

9e expérience, courbe du mouvement.

11e expérience, courbe des tensions.

12e et 14e expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU XLIV.

81. *Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur du chêne.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,048	Sans enduit.	129,66	61,17	66,28	4,70	0,418	60,76	0,46	1,59	
2	*id.*	*id.*	129,66	73,19	75,15	3,10	0,645	66,63	0,51	1,98	
3	*id.*	*id.*	436,48	264,54	231,15	2,60	0,769	196,94	0,45	2,13	
4	*id.*	*id.*	796,48	493,25	446,69	4,42	0,452	409,99	0,51	1,64	
5	*id.*	*id.*	796,48	493,25	442,84	3,35	0,597	398,60	0,50	1,88	
6	*id.*	*id.*	796,48	565,25	480,56	1,96	1,020	397,75	0,50	2,29	
							Moyenne....		0,49		
7	*id.*	Savon.	129,66	49,25	41,65	2,08	0,961	28,85	0,222	2,23	
8	*id.*	*id.*	202,67	49,25	45,39	8,00	0,250	40,23	0,198	1,20	
9	*id.*	*id.*	250,24	49,25	46,79	» »	» »	46,79	0,187	» »	mouv. lent.
10	*id.*	*id.*	250,24	49,25	45,62	9,70	0,206	40,37	0,161	1,16	
11	*id.*	*id.*	442,67	85,51	81,23	» »	» »	81,23	0,183	» »	mouv. lent.
12	*id.*	*id.*	442,67	121,02	107,63	3,36	0,593	81,23	0,183	1,90	
13	*id.*	*id.*	436,48	169,25	137,27	1,28	1,561	75,33	0,172	3,05	
14	*id.*	*id.*	1036,48	289,25	262,10	4,52	0,442	215,40	0,207	1,72	
15	*id.*	*id.*	1036,48	409,25	332,21	1,42	1,408	183,45	0,177	2,74	
16	*id.*	*id.*	1036,48	409,25	341,31	1,70	1,176	217,07	0,200	2,64	
							Moyenne....		0,189		

Suite du tableau XLIV.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
17	0,048	Eau.	129,66	73,25	54,34	1,00	2,000	27,92	0,215	3,46	
18	*id.*	*id.*	316,48	115,25	98,21	2,08	0,961	67,22	0,212	2,23	
19	*id.*	*id.*	676,88	235,25	206,11	2,69	0,743	154,85	0,228	2,14	
								Moyenne....	0,218		
20	*id.*	Suif.	502,67	49,25	45,89	16,00	0,150	38,21	0,076	0,96	
21	*id.*	*id.*	502,67	73,25	64,90	3,30	0,606	33,90	0,069	1,92	
22	*id.*	*id.*	1996,48	229,25	213,76	11,48	0,174	178,35	0,088	0,99	
23	*id.*	*id.*	1996,48	277,25	251,22	4,52	0,442	161,27	0,080	1,72	
								Moyenne....	0,078		
24	*id.*	Saindoux.	496,48	73,25	67,73	3,44	0,581	38,33	0,077	1,88	
25	*id.*	*id.*	1000,67	73,25	69,59	» »	» »	69,59	0,069	» »	mouv. lent.
26	*id.*	*id.*	1000,48	145,25	130,62	4,00	0,500	79,63	0,079	1,73	
								Moyenne....	0,075		
27	0,0097	Huile.	122,43	17,80	15,72	4,00	0,500	9,48	0,076	1,73	
28	*id.*	*id.*	236,24	32,80	29,74	5,52	0,362	21,03	0,089	1,44	
29	*id.*	*id.*	236,24	44,80	39,86	2,96	0,674	23,63	0,100	2,02	
30	*id.*	*id.*	248,43	20,80	19,76	» »	» »	19,76	0,079	» »	mouv. lent.
31	0,048	*id.*	1042,67	79,25	75,30	» »	» »	73,30	0,072	» »	
32	*id.*	*id.*	1036,48	121,25	111,17	6,20	0,322	77,15	0,074	1,37	
								Moyenne....	0,075		
33	0,097	Surf. onct.	236,24	44,80	40,06	4,0	0,500	28,22	0,118	1,73	
34	*id.*	*id.*	434,43	44,80	42,56	» »	» »	42,56	0,090	» »	mouv. lent.
35	*id.*	*id.*	434,43	68,80	63,04	6,4	0,312	49,23	0,113	1,40	
								Moyenne ...	0,104		

Observations. Les expériences sur le frottement de la fonte sur du chêne sans enduit ont confirmé ce qui avait été remarqué en 1831 sur celui du fer et du cuivre jaune sur le même bois. Les pièces de chêne se noircissent par suite de l'usure du métal; celui-ci perd le poli que les premiers essais lui avaient fait acquérir, sa surface se charge

de petits grains noirâtres et qui ne paraissent être autre chose que de la limaille très fine de fonte.

Les expériences faites avec enduit de savon sec montrent que le frottement de la fonte sur du chêne est dans ce cas sensiblement le même que celui du fer sur le même bois.

Le contact de la fonte et du chêne mouillés produit une action chimique par suite de laquelle le bois se décompose; sa surface prend une couleur noire très foncée, surtout à l'endroit où le traîneau est resté quelque temps en contact. Cette circonstance n'altère d'ailleurs en rien les lois observées jusqu'ici.

Les expériences faites avec enduit de suif confirment toutes la loi de l'indépendance des vitesses, de même que celles relatives au frottement du fer sur le chêne avec le même enduit. La même observation s'applique aux cas où l'on a employé le saindoux.

Les expériences où l'on s'est servi de l'huile d'olives pour enduit, ont de plus offert une vérification de la loi de l'indépendance des surfaces, qui ont varié à peu près dans le rapport de 1 à 5.

On remarquera en outre que le suif, le saindoux et l'huile, donnent la même valeur pour le rapport du frottement à la pression.

On observera enfin que, dans le cas où les surfaces sont simplement onctueuses, le frottement n'est pas aussi grand qu'il le deviendrait sans doute pour un mouvement longtemps prolongé.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus.

7e et 8e expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

17[e] expérience, courbe du mouvement.

25[e] expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions.

26[e] expérience, courbe du mouvement.

28[e] et 30[e] expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

34[e] et 35[e] expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU XLV.

82. *Expériences sur le frottement du cuivre en mouvement sur du chêne.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0403	Suif.	497,98	85,25	73,97	2,52	0,793	33,71	0,067	2,18	
2	*id.*	*id.*	504,17	49,25	45,21	7,56	0,264	31,64	0,062	1,27	
3	*id.*	*id.*	989,98	121,25	110,85	5,76	0,347	75,84	0,076	1,45	
4	*id.*	*id.*	989,98	121,25	109,81	4,60	0,433	66,12	0,066	1,70	
5	0,0131	*id.*	297,64	41,80	36,79	3,20	0,625	17,80	0,060	1,94	
6	*id.*	*id.*	297,64	53,80	46,66	2,64	0,757	23,70	0,079	2,16	
7	*id.*	*id.*	303,84	29,80	27,64	9,92	0,261	21,42	0,070	1,10	
							Moyenne....		0,069		
8	0,0403	Surf. onct.	497,98	73,25	67,06	6,20	0,322	50,72	0,102	1,37	
9	*id.*	*id.*	504,17	49,25	46,79	» »	» »	46,79	0,099	» »	mouv. lent.
							Moyenne....		0,100		

Observations. Dans les expériences avec enduit de suif, on a vérifié la loi de l'indépendance des surfaces, qui ont varié de 1 à 4. La valeur moyenne du rapport du frottement à la pression diffère d'ailleurs fort peu de celles que l'on a obtenues dans les mêmes circonstances pour le fer et la fonte.

Dans le cas actuel, Coulomb (1) admettait encore que le frottement croissait avec la vitesse, tandis que toutes nos expériences nous montrent qu'il en est tout-à-fait indépendant, quoique les surfaces, les pressions et surtout les vitesses aient varié entre des limites plus étendues que dans les siennes. Nous sommes donc fondé à persister dans les observations et les conclusions déjà énoncées.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de deux expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2ᵉ et 7ᵉ expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU XLVI.

83. *Expériences sur le frottement du chanvre en brins, en mouvement sur du chêne.*

Les fils du chanvre sont perpendiculaires au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.			
1	0,052	Eau.	146,25	85,25	68,409	1,40	1,428	46,920	0,320	2,70	
2	*id.*	*id.*	140,06	61,25	55,119	4,28	0,467	48,450	0,345	1,67	
								Moyenne....	0, 332		

Observations. Ces expériences, applicables au cas où des pistons de pompe, garnis de chanvre, glisseraient dans des corps en chêne, ont eu principalement pour but de vérifier si la loi de l'indépendance de la vitesse

(1) *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, t. X, p. 234.

subsiste aussi pour les corps compressibles; elles l'ont pleinement confirmée.

TABLEAU XLVII.

84. *Expériences sur le frottement de l'orme en mouvement sur de l'orme.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,1243	Surf. onct.	198,54	49,25	43,68	3,48	0,574	32,06	0,160	1,88	
2	*id.*	*id.*	198,54	67,25	53,81	1,40	1,430	24,91	0,125	2,76	
3	*id.*	*id.*	798,54	145,25	133,45	6,52	0,306	108,55	0,135	1,35	
4	*id.*	*id.*	798,54	145,25	134,84	9,48	0,210	117,75	0,147	1,13	
5	*id*	*id.*	798,54	169,25	151,23	3,56	0,561	105,57	0,132	1,86	
								Moyenne....	0,140		
6	*id.*	Savon sec.	324,73	49,25	45,88	12,88	0,155	40,65	0,125	0,96	
7	*id.*	*id.*	324,73	73,25	63,40	2,48	0,806	36,72	0,113	2,19	
8	*id.*	*id.*	1002,54	253,25	217,43	2,16	0,926	177,11	0,176	2,20	
9	*id.*	*id.*	1002,54	301,25	254,57	1,88	1,063	146,04	0,145	2,52	
								Moyenne....	0,139		

Observations. Les surfaces soumises aux cinq premières expériences sont indiquées comme étant onctueuses, quoique les semelles d'orme n'eussent jamais été frottées avec un corps gras jusqu'à cette époque; mais les bandes frottantes avaient servi antérieurement avec enduit de suif, et bien qu'on eût enlevé quatre à cinq millimètres de bois, elles paraissaient encore un peu onctueuses. La série suivante, où les pièces étaient frottées avec du savon sec, donnant la même valeur pour le rapport du frottement à la pression, cela montre combien il est facile d'être

induit en erreur sur le plus ou le moins de netteté des surfaces, si on ne les a pas fait préparer devant soi.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de deux expériences du tableau ci-dessus, savoir :

6e et 7e expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU XLVIII.

85. *Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur de l'orme.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{r d\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
			kil.	kil.	kil.	met.	kil.	kil.		mét.	
1	Arêtes arr.	Sans enduit.	194,04	67,25	60,70	4,08	0,490	51,02	0,264	1,71	Les arêtes arrondies se dépriment un peu sous la pression, et la surface de contact peut réellement avoir environ 20 centimètres carrés.
2	*id.*	*id.*	200,43	73,25	64,71	3,16	0,632	51,12	0,254	1,95	
3	0,mc088	*id.*	201,26	85,25	74,47	2,72	0,735	59,40	0,295	2,10	
4	*id.*	*id.*	201,26	85,25	69,54	1,52	1,314	41,77	0,207	2,71	
5	*id.*	*id.*	795,07	229,25	216,50	3,76	08531	173,55	0,218	1,78	
							Moyenne....		0,246		
6	*id.*	Savon.	201,26	49,25	44,17	4,16	0,480	35,33	0,175	1,70	
7	*id.*	*id.*	201,26	73,25	54,43	1,16	1,724	22,17	0,120	3,26	
8	*id.*	*id.*	999,07	121,25	115,19	» »	» »	115,19	0,115	» »	mouv. lent.
9	*id.*	*id.*	999,07	217,25	196,16	4,24	0,471	148,16	0,148	1,69	
10	*id.*	*id.*	999,07	253,25	217,77	2,20	0,909	125,20	0,125	2,24	
							Moyenne....		0,136		
11	*id.*	Suif.	498,10	49,25	45,43	8,24	0,242	33,14	0,066	1,18	
12	*id.*	*id.*	491,91	73,25	65,20	3,52	0,568	36,72	0,074	1,84	
13	*id.*	*id.*	491,91	73,25	64,76	3,2	0,625	23,43	0,068	1,94	
14	*id.*	*id.*	995,91	97,25	90,67	10,88	0,183	72,09	0,072	1,05	
15	*id.*	*id.*	995,91	145,25	131,41	4,48	0,446	86,14	0,086	1,73	
							Moyenne....		0,073		
16	*id.*	Saindoux.	995,91	97,25	89,88	8,16	0,245	65,01	0,065	1,19	
17	*id.*	*id.*	995,91	145,25	128,93	3,28	0,609	67,12	0,067	1,92	
							Moyenne....		0,066		
18	0,126	Surf. onct.	491,91	97,25	88,97	5,92	0,337	72,07	0,146	1,42	
19	*id.*	*id.*	491,91	145,25	121,02	1,72	0,160	68,86	0,127	2,64	
							Moyenne...		0,136		

Observations. Les expériences relatives au frottement du chêne sur l'orme sans enduit présentent encore une vérification de la loi de l'indépendance des surfaces, puisque l'étendue de celles qui ont été mises en contact a varié depuis 0^{mc},0020 au plus, jusqu'à 0^{mc},088, c'est-à-dire de 1 à 44, tandis que la valeur du rapport est restée la même.

On remarquera de plus que le frottement du chêne sur l'orme est beaucoup moindre que celui de l'orme sur le chêne. (*Voyez* le premier Mémoire, page 86.) Tandis qu'avec du savon sec, le frottement de l'orme sur l'orme est sensiblement le même que ceux de l'orme et du chêne glissant sur du chêne. Il paraît d'ailleurs qu'il suffit de frotter simplement le bois avec du savon sec, pour lui communiquer un degré d'onctuosité égal à celui qu'il acquiert après avoir été graissé complètement, puis essuyé. En effet on voit par le tableau précédent, que les surfaces qui, après avoir été enduites de suif ou de saindoux, ne sont plus qu'onctueuses, donnent la même valeur pour le rapport du frottement à la pression, que celles qui ont été frottées de savon. Cela ne veut pas dire qu'après des glissemens répétés ce rapport resterait le même dans les deux cas, attendu que l'onctuosité produite par les graisses peut pénétrer plus avant et être plus durable que celle qu'occasione le savon sec.

Enfin le suif et le saindoux paraissent produire sensiblement le même effet, et ce qui est fort remarquable, c'est qu'avec ces enduits le rapport du frottement à la pression est aussi à très peu près le même pour le fer, la fonte, le cuivre, le chêne ou l'orme glissant sur du chêne ou de l'orme, parallèlement aux fibres de ces derniers.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec

ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

4ᵉ expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions ;

6ᵉ expérience, courbe du mouvement ;

11ᵉ expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions.

TABLEAU XLIX.

86. *Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur l'orme.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0097	Sans enduit.	200,24	49,25	44,99	6,12	0,326	38,34	0,191	1,39	
2	*id.*	*id.*	200,24	61,25	53,83	3,00	0,666	40,23	0,191	1,99	
3	*id.*	*id.*	398,24	97,25	88,58	5,32	0,376	73,32	0,184	1,49	
4	*id.*	*id.*	398,24	121,25	107,39	3,16	0,632	81,74	0,205	1,95	
							Moyenne....		0,195		
5	0,048	Huile d'oliv.	500,93	49,25	44,95	6,02	0,332	28,00	0,056	1,41	
6	*id.*	*id.*	500,93	73,25	65,43	3,72	0,537	38,01	0,077	1,79	
							Moyenne....		0,061		
7	0,048	Suif.	500,93	49,25	45,45	8,40	0,238	33,54	0,066	1,17	
8	*id.*	*id.*	500,93	73,25	66,27	4,69	0,426	44,52	0,088	1,60	
							Moyenne....		0,077		
9	*id.*	Surf.onct.	500,93	73,25	69,90	9,36	0,212	57,07	0,113	1,15	
10	*id.*	*id.*	500,93	91,25	82,25	4,28	0,467	59,41	0,118	1,67	
							Moyenne....		0,125		
11	*id.*	Saindoux et plombag.	500,93	49,25	45,88	12,88	0,155	37,97	0,075	0,95	
12	*id.*	*id.*	500,93	73,25	66,57	5,16	0,387	46,80	0,093	1,49	
13	*id.*	*id.*	500,93	91,25	81,54	3,68	0,543	53,81	0,107	1,80	
							Moyenne....		0,091		
14	*id.*	Surf.oncl.	500,93	73,25	68,84	22,66	0,088	64,34	0,128	0,83	
15	*id.*	*id.*	500,93	91,25	84,53	9,00	0,222	73,20	0,146	» »	mouv.lent.
							Moyenne....		0,137		

Observations. Les expériences contenues dans ce tableau confirment toutes que le frottement est indépendant de la vitesse.

Il ne paraît pas, d'après les résultats des expériences avec enduit de saindoux et de plombagine, qu'il y ait avantage à employer cette composition, et après qu'on l'a essuyée, les surfaces ne sont pas plus onctueuses que quand on s'est servi de suif.

On a remarqué encore dans le glissement de la fonte sur l'orme sans enduit, que les surfaces s'usaient, et qu'il se déposait sur les semelles d'orme une poussière noirâtre de limaille de fonte très fine. Les semelles d'orme se noircissent par le passage répété du traîneau ; mais ces altérations sont d'ailleurs assez faibles.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

5e expérience, courbe des tensions ;

6e et 7e expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions ;

8e expérience, courbe des tensions ;

11e, 12e, 13e, 14e et 15e expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU L.

87. *Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur de l'orme.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,052	Sans enduit.	208,39	73,25	66,69	5,32	0,376	58,71	0,282	1,48	
2	*id.*	*id.*	208,39	85,25	75,93	3,52	0,568	63,62	0,303	1,83	
3	*id.*	*id.*	1006,20	217,25	206,39	» »	» »	206,39	0,205	» »	mouv. lent.
4	*id.*	*id.*	1006,20	265,25	247,16	11,44	0,174	229,21	0,229	1,02	
5	*id.*	*id.*	1006,20	313,25	285,48	5,12	0,390	245,49	0,243	1,50	
							Moyenne....		0,252		
6	*id.*	Suif.	507,96	49,25	45,51	8,84	0,226	33,81	0,066	1,14	
7	*id.*	*id.*	507,96	73,25	65,75	3,94	0,507	39,49	0,079	1,74	
8	*id.*	*id.*	508,39	49,25	45,83	11,88	0,168	37,16	0,073	1,00	
9	*id.*	*id.*	508,39	97,25	84,20	2,44	0,819	41,92	0,083	2,21	
10	*id.*	*id.*	994,20	145,25	132,93	6,02	0,348	97,67	0,097	1,40	
11	*id.*	*id.*	994,20	193,25	167,10	2,34	0,854	80,56	0,081	2,16	
							Moyenne....		0,078		
12	*id.*	Saindoux.	994,20	145,25	129,73	3,44	0,581	70,85	0,071	1,89	mouv. lent
13	*id.*	*id.*	1000,39	85,25	80,99	» »	» »	80,99	0,080	» »	
							Moyenne....		0,076		
14	*id.*	Huile.	507,96	49,25	44,80	5,52	0,362	26,16	0,050	1,46	
15	*id.*	*id.*	507,96	73,25	64,64	3,12	0,641	31,45	0,061	1,96	
							Moyenne....		0,055		
16	*id.*	Surf. onct.	502,20	91,25	84,07	7,36	0,271	70,04	0,137	1,26	
17	*id.*	*id.*	502,20	109,25	99,02	4,72	0,423	77,36	0,154	1,54	
18	*id.*	*id.*	508,39	91,25	83,00	5,20	0,384	63,18	0,124	1,50	
							Moyenne....		0,138		

Observations. Le frottement répété du fer sur l'orme sans enduit, produit encore une légère altération des surfaces, mais bien moins sensible que dans le cas où le fer glisse sur du chêne.

C'est à l'époque où ces expériences ont été faites, que l'on a commencé à employer les galets de direction, au lieu de la latte mise en usage jusque alors, et, afin de comparer l'influence de ces deux appareils sur les résultats des expériences, on a fait une partie de celles qui sont rapportées dans le tableau ci-dessus, avec la latte directrice, et l'autre partie avec les galets, toutes les autres circonstances étant d'ailleurs les mêmes. Les valeurs obtenues pour le rapport du frottement à la pression n'ayant pas varié entre des limites plus grandes que de coutume, on en a conclu que l'un ou l'autre mode de direction n'apportait au mouvement qu'une résistance tout-à-fait négligeable dans des observations de ce genre, et d'après le degré d'exactitude qu'on pouvait se promettre des autres moyens d'observation mis en usage.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

8ᵉ, 13ᵉ, 14ᵉ et 15ᵉ expérience, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU LI.

88. *Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur la fonte.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1.	0,0096	Sans enduit.	507,86	193,25	182,46	36,10	0,055	179,61	0,352	0,57	
2	*id.*	*id.*	507,86	265,25	234,22	2,96	0,675	199,28	0,392	2,01	
								Moyenne...	0,372		

TABLEAU LII.

89. *Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur la fonte.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,088	Surf. onct.	1002,66	193,25	181,51	19,20	0,104	170,98	0,175	0,79	
2	*id.*	*id.*	1002,66	242,25	216,55	3,80	0,526	162,80	0,162	1,77	
							Moyenne. . .		0,168		
3	*id.*	Suif.	1002,66	193,25	167,24	2,36	0,847	80,69	0,080	2,16	

TABLEAU LIII.

90. *Expériences sur le frottement de l'orme en mouvement sur la fonte.*

Les fibres de l'orme sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,1243	Suif.	1000,11	67,25	62,88	» »	» »	62,88	0,062	» »	mouv. lent.
2	*id.*	*id.*	1000,11	193,25	165,74	2,16	0,925	71,40	0,071	2,20	
							Moyenne. . . .		0,066		
3	*id.*	Surf. onct.	1000,11	193,25	175,82	5,00	0,400	135,06	0,135	1,55	

Observations. Chacune des expériences de ce tableau a été répétée deux fois, et a donné le même résultat.

TABLEAU LIV.

91. *Expériences sur le frottement du charme en mouvement sur de la fonte.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement. P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rdv}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0096	Sans enduit.	207,24	121,25	102,37	1,92	1,040	80,42	0,388	2,50	
2	0,0336	id.	210,91	145,25	111,08	1,08	1,851	72,22	0,342	3,24	
3	id.	id.	210,91	145,25	117,69	1,44	1,388	87,76	0,416	2,73	
4	0,0096	id.	213,43	97,25	88,54	5,24	0,381	79,48	0,372	1,49	
5	0,0336	id.	438,91	241,25	215,13	3,49	0,573	189,49	0,431	1,88	
6	id.	id.	438,91	241,25	212,41	2,85	0,700	181,09	0,414	2,05	
							Moyenne....		0,394		
7	0,0096	Suif.	131,62	11,80	10,72	8,00	0,250	7,36	0,056	1,21	
8	id.	id.	261,40	29,80	27,29	7,32	0,273	20,15	0,076	1,27	
9	id.	id.	501,43	29,30	28,01	» »	» »	28,01	0,055	» »	mouv. lent.
10	id.	id.	501,43	47,80	44,49	12,08	0,165	36,06	0,071	1,00	
11	id.	id.	501,43	71,80	64,65	4,28	0,467	40,78	0,081	1,67	
12	0,0336	id.	504,91	47,80	49,02	16,14	0,123	42,70	0,077	0,93	
13	id.	id.	504,91	71,80	64,93	4,64	0,431	42,75	0,078	1,62	
14	id.	id.	504,91	107,80	98,39	2,20	0,909	35,61	0,070	2,18	
							Moyenne....		0,070		
15	0,0096	Saindoux.	261,43	23,80	22,17	15,68	0,127	18,80	0,072	0,98	
16	id.	id.	501,43	71,80	64,17	3,76	0,531	37,08	0,075	1,78	
17	id.	id.	501,43	47,80	44,72	13,56	0,147	37,20	0,074	0,95	
							Moyenne....		0,071		
18	id.	Saindoux et plombagine.	213,43	23,80	21,33	4,68	0,427	12,05	0,056	1,61	
19	id.	id.	261,43	23,80	19,99	2,20	0,909	14,14	0,054	2,18	
20	id.	id.	261,43	35,80	31,39	3,12	0,641	14,38	0,055	1,96	
21	id.	id.	261,43	35,80	31,786	3,70	0,540	17,45	0,066	1,80	
							Moyenne....		0,058		
22	0,0096	Huile.	261,43	35,80	32,10	4,28	0,462	19,84	0,075	1,67	
23	id.	id.	501,43	47,80	43,97	7,60	0,263	30,53	0,068	1,25	
24	id.	id.	501,43	59,80	53,67	4,12	0,485	29,87	0,060	1,70	
25	id.	id.	501,43	59,80	54,35	5,28	0,378	35,04	0,069	1,48	
							Moyenne...		0,068		

Suite du tableau LIV.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à 2 mètres du cours.	OBSERVATIONS.
	m.c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
26	0,0096	Asphalte.	261,43	23,80	21,96	9,78	0,204	16,54	0,063	1,08	
27	id	id.	261,43	47,80	40,40	2,08	0,961	14,90	0,057	2,20	
28	id.	id.	501,34	57,80	52,25	4,70	0,425	21,72	0,061	1,60	
							Moyenne....		0,060		
29	id.	Cambouis.	501,43	59,80	55,76	13,04	0,153	47,94	0,095	0,96	
30	id.	id.	501,43	83,80	76,60	6, 0	0,333	59,58	0,096	1,42	
							Moyenne....		0,095		
31	id.	Surf. onct.	501,43	83,80	78,06	12,00	0,166	69,58	0,138	0,99	
32	id.	id.	501,43	83,80	76,96	11,13	0,179	67,81	0,135	1,03	
							Moyenne....		0,136		

Observations. Les expériences sur le frottement du charme glissant sur la fonte sans enduit, offrent une nouvelle preuve que cette résistance est indépendante de l'étendue des surfaces en contact, et de la vitesse du mouvement. Nous sommes donc autorisés à rejeter les conclusions contraires que Coulomb déduit, page 258 du Mémoire cité, de ses considérations théoriques sur le frottement.

Nous ferons remarquer, qu'après avoir glissé à plusieurs reprises sans enduit, les pièces de charme étaient noircies par la fonte, et offraient l'apparence d'un poli métallique; ce qui montre que dans ce cas encore il y a usure des surfaces.

Les expériences faites avec enduit de suif sont aussi une nouvelle confirmation des deux lois énoncées; on voit d'ailleurs qu'il paraît assez indifférent d'employer, dans le cas actuel, du suif, du saindoux ou de l'huile, puisque

avec ces trois enduits le rapport du frottement à la pression reste sensiblement le même.

Le mélange de quatre parties de saindoux et d'une partie de plombagine semble offrir quelque avantage; mais l'onctuosité que les surfaces conservent après avoir été essuyées, ne paraît pas plus grande dans ce cas qu'avec les autres enduits.

On a aussi examiné l'effet de la substance appelée graisse d'asphalte (1), que l'on exploite à Bechelbronn, département du Bas-Rhin, et qu'on emploie depuis long-temps dans le pays pour lubrifier les essieux des voitures, etc.

Les résultats des expériences relatives à cet enduit gluant et très visqueux montrent que le frottement reste encore, dans ce cas, indépendant de la vitesse, puisque tous les mouvemens accélérés l'ont été uniformément. Il ne paraît pas d'ailleurs que pour adoucir le frottement des bois et des métaux, cet enduit soit préférable à ceux que l'on emploie ordinairement, et je dois ajouter que quand les surfaces n'en sont plus abondamment pourvues, la résistance augmente rapidement et obtient promptement une valeur presque égale à celle que l'on a trouvée lorsqu'il n'y avait pas du tout d'enduit, ainsi que je l'ai constaté par plusieurs expériences; tandis qu'avec les corps gras proprement dits, elle reste au-dessous de cette limite bien long-temps encore après qu'on a enlevé ou usé l'enduit.

Le cambouis employé comme enduit avait été relevé sur des essieux de voitures, après un long usage, on l'avait

(1) Cette substance est, à proprement parler, du *bitume malthe* ou *goudron minéral;* elle est visqueuse, d'un brun rougeâtre, et ressemble beaucoup à un sirop de mélasse très épais.

purgé en partie des corps étrangers qu'il contenait d'abord, en le faisant fondre; après s'être refroidi il avait acquis une grande consistance, et peut être considéré comme ayant atteint la plus grande dureté que des mouvemens répétés puissent lui donner. Malgré cette circonstance, le frottement n'en est pas moins indépendant de la vitesse.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1[re] expérience, courbe du mouvement;

4[e], 10[e], 11[e], 17[e], 22[e], 23[e], 24[e], 29[e] et 30[e] expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions.

Nota. La courbe du mouvement et celle des tensions de la 17[e] expérience, tracées par les instrumens d'observation, sont représentées à l'échelle des $\frac{2}{3}$ de la grandeur naturelle, Pl. XI, fig. 1 et fig. 2, et la courbe relevée du mouvement dans cette expérience, est représentée Pl. XIII, fig. 1.

TABLEAU LV.

92. *Expériences sur le frottement du gaïac en mouvement sur la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0273	Suif.	997,98	95,80	89,42	12,88	0,15	73,85	0,074	0,95	
2	*id.*	Huile.	997,98	95,80	89,39	12,60	0,18	73,51	0,073	0,99	
3	*id.*	*id.*	997,98	119,80	110,51	7,50	0,26	83,78	0,083	1,26	
4	*id.*	*id.*	997,98	119,80	109,41	5,60	0,357	73,53	0,073	1,43	
							Moyenne....		0,076		
5	*id.*	Surf. onct.	493,98	71,80	67,50	24,00	0,083	63,33	0,128	0,80	
6	*id.*	*id.*	493,98	71,80	67,70	35,00	0,057	64,83	0,131	0,58	
7	*id.*	*id.*	493,98	95,80	84,27	2,92	0,688	49,63	0,100	2,03	
8	*id.*	*id.*	493,98	119,80	103,82	2,44	0,819	62,59	0,126	2,21	
							Moyenne....		0,121		

Observations. Le rapport du frottement à la pression paraît, d'après les résultats du tableau ci-dessus, être le même avec l'enduit de suif qu'avec celui d'huile, ainsi qu'on l'a déjà remarqué pour d'autres corps. De plus, cette valeur commune est la même que l'on a déjà trouvée pour les autres bois mis en expérience dans des circonstances analogues.

On a cherché à faire glisser du bois de gaïac sans enduit sur de la fonte, mais on a remarqué que le bois s'encrassait, devenait moins doux au toucher, et que le frottement augmentait à mesure qu'on multipliait les expériences.

TABLEAU LVI.

93. *Expériences sur le frottement du poirier sauvage en mouvement sur la fonte.*

Les fibres du bois sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice. $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0328	Sans enduit.	211,04	121,25	105,64	2,56	0,781	88,84	0,421	2,17	
2	*id.*	*id.*	211,04	145,25	122,59	1,92	1,052	100,04	0,471	2,50	
3	*id.*	*id.*	439,04	241,25	216,95	3,72	0,537	192,26	0,437	1,79	
4	*id.*	*id.*	439,04	241,25	216,22	3,00	0,666	183,43	0,417	2,00	
							Moyenne....		0,436		
5	*id.*	Suif.	505,23	47,80	43,44	5,44	0,367	24,54	0,050	1,46	
6	*id.*	*id.*	505,23	71,80	64,71	4,36	0,458	41,12	0,080	1,62	
7	*id.*	*id.*	505,23	71,80	64,80	3,68	0,543	36,12	0,071	1,80	
							Moyenne....		0,067		
8	*id.*	Saindoux.	505,23	47,80	43,68	6,20	0,322	27,10	0,053	1,37	
9	*id.*	*id.*	505,23	71,80	63,95	3,56	0,561	35,06	0,069	1,83	
10	*id.*	*id.*	505,23	71,80	64,86	4,56	0,438	42,30	0,083	1,71	
							Moyenne....		0,068		
11	*id.*	Surf. onct.	505,23	95,80	89,42	12,84	0,155	81,44	0,160	0,96	
12	*id.*	*id.*	505,23	119,80	110,17	7,28	0,294	95,03	0,188	1,28	
13	*id.*	*id.*	505,23	119,80	108,38	4,52	0,442	85,62	0,170	1,72	
							Moyenne....		0,173		

Observations. On remarquera que le frottement du poirier sauvage sur la fonte sans enduit diffère très peu de celui du chêne et du charme dans les mêmes circonstances, et qu'avec des enduits il est encore très sensiblement le même que celui du charme et du gaïac. Quant au cas où les surfaces sont seulement onctueuses, s'il paraît plus grand d'après le tableau ci-dessus, cela tient sans doute à ce que les deux bois n'offraient pas identiquement le même degré d'onctuosité.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1[re] et 3[e] expériences, courbes du mouvement;

8[e] et 9[e] expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU LVII.

94. *Expériences sur le frottement du cuir de bœuf fort, tanné, à plat, en mouvement sur la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0386	Sans enduit.	213,57	145,25	132,32	5,08	0,193	123,67	0,579	1,53	
2	*id.*	*id.*	501,57	289,25	274,79	» »	» »	274,79	0,540	» »	mouv. lent.
							Moyenne....		0,559		
3	*id.*	Eau.	131,95	85,25	70,18	1,63	1,227	53,79	0,407	2,70	
4	*id.*	*id.*	131,95	73,25	60,69	1,72	1,162	45,18	0,342	2,64	
5	*id.*	*id.*	131,95	61,25	53,88	3,04	0,657	45,11	0,342	1,98	
6	*id.*	*id.*	505,57	443,25	312,65	0,80	2,500	184,59	0,368	3,87	
							Moyenne....		0,365		
7	*id.*	Suif.	505,15	97,25	87,87	6,70	0,298	74,00	0,146	1,38	
8	*id.*	*id.*	505,15	97,25	90,02	8,48	0,230	78,16	0,154	1,18	
9	*id.*	*id.*	505,15	145,25	126,74	2,61	0,767	87,25	0,172	2,16	
10	*id.*	*id.*	505,15	193,25	158,88	1,56	1,280	82,97	0,164	2,76	
							Moyenne....		0,159		

Suite du tableau LVII.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
11	*id.*	Huile.	135,34	17,80	16,91	» »	» »	16,91	0,124	» »	mouv. lent.
12	*id.*	*id*	135,34	41,80	34,59	1,80	1,111	19,28	0,142	2,58	
13	*id.*	*id.*	505,15	67,25	63,89	» »	» »	63,87	0,126	» »	mouv. lent.
14	*id.*	*id.*	505,15	97,25	88,97	5,92	0,337	71,61	0,141	1,40	
							Moyenne....		0,133		
15	*id.*	Surf. onct.	505,15	145,25	133,52	6,6	0,303	117,92	0,233	1,42	Le cuir est onctueux.
16	*id.*	*id.*	217,15	61,25	56,12	6,4	0,312	49,27	0,226	1,42	La fonte est mouillée d'eau.
							Moyenne....		0,229		

Observations. Quoique le cuir soit un corps mou et très compressible, le frottement n'en reste pas moins indépendant de la vitesse.

Les expériences faites avec l'enduit d'eau s'appliquent aux pistons des pompes garnies de cuir embouti, et l'on voit par le tableau ci-dessus qu'il y aurait avantage à employer des cuirs préalablement imbibés de graisse.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

8[e] et 14[e] expériences, courbes du mouvement et des tensions;

13[e] expérience, courbe des tensions.

TABLEAU LVIII.

95. *Expériences sur le frottement du cuir de bœuf tanné, de champ, en mouvement sur de la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0042	Eau.	136,50	49,25	43,06	2,90	0,690	33,47	0,245	2,03	
2	*id.*	*id.*	136,50	61,25	50,59	1,70	1,170	34,32	0,245	2,64	
3	*id.*	*id.*	270,30	85,25	76,13	3,66	0,546	61,15	0,226	1,82	
							Moyenne....		0,338		
4	*id.*	Huile.	217,15	49,25	43,24	3,04	0,657	28,71	0,132	1,98	
5	*id.*	*id.*	500,31	67,25	63,88	» »	» »	63,88	0,127	» »	mouv. lent.
6	*id.*	*id.*	500,31	97,25	88,41	6,84	0,292	73,52	0,146	1,33	
							Moyenne....		0,135		

Observations. En comparant ces résultats à ceux du tableau précédent, on voit qu'avec de l'eau ou de l'huile, le rapport du frottement à la pression est le même quand le cuir est posé de champ ou à plat; on a fait remarquer au tableau n° 7, qu'il en était de même pour le frottement du cuir sur le chêne sans enduit. Il semble donc qu'on est autorisé à admettre cette analogie pour les autres cas non expérimentés.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2e et 3e expériences, courbes du mouvement;

4e et 6e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions;

5e expérience, courbe des tensions.

TABLEAU LIX.

96. *Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{r\,d\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,036	Sans enduit.	224,94	49,25	43,43	3,26	0,619	29,24	0,130	1,94	
2	id.	id.	224,94	61,25	51,41	1,92	1,041	27,56	0,122	2,50	
3	id.	id.	494,74	145,25	128,46	3,08	0,649	95,74	0,193	1,98	
4	id.	id.	494,74	193,24	152,55	1,24	1,612	71,27	0,144	3,10	
5	id.	id.	500,93	79,25	75,29	» »	» »	75,29	0,150	» »	Mouv. très lent.
6	id.	id.	2000,74	361,25	338,06	14,00	0,142	309,11	0,154	0,99	
7	id.	id.	2000,74	421,25	392,59	10,88	0,183	355,27	0,177	1,06	
8	id.	id.	2000,74	479,25	430,53	3,80	0,526	323,26	0,161	1,77	
						Moyenne....			0,152		
9	id.	Eau.	500,74	181,25	163,76	4,60	0,434	141,61	0,282	1,71	
10	id.	id.	500,74	229,25	196,31	2,12	0,943	147,18	0,293	2,22	
11	id.	id.	998,74	349,25	331,79	» »	» »	331,79	0,332	» »	Mouv. uniforme à la vitesse de 0m,478 en 1″.
12	id.	id.	998,74	397,25	365,65	6,68	0,299	335,21	0,335	1,38	
						Moyenne....			0,314		
13	id.	Savon.	494,74	91,25	86,69	» »	» »	86,69	0,175	» »	mouv. lent.
14	id.	id.	494,74	145,25	130,48	3,92	0,510	104,77	0,211	1,73	
15	id.	id.	494,74	169,25	145,90	2,28	0,877	101,78	0,205	2,16	
						Moyenne....			0,197		
16	0,036	Suif.	224,94	23,80	22,61	» »	» »	22,61	0,100	» »	mouv. lent.
17	id.	id.	224,94	35,80	29,69	6,40	0,312	22,85	0,101	1,39	
18	id.	id.	500,31	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,093	» »	mouv. lent.
19	id.	id.	500,31	91,25	81,25	3,48	0,574	51,98	0,103	1,88	
20	id.	id.	500,31	109,25	96,52	3,08	0,649	53,42	0,106	1,97	
21	id.	id.	1004,31	133,25	122,94	7,50	0,266	95,81	0,095	1,28	1 Mouvem. très lent à la vitesse moyenne de 0m,0015 en 1″.
22	id.	id.	1004,31	133,25	124,48	13,20	0,151	110,34	0,109	0,94	
23	id.	id.	1004,31	193,25	172,16	3,28	0,609	110,04	0,109	1,92	
24	id.	id.	2804,74	283,25	269,09	» »	» »	269,09	0,096	» »[1]	
25	id.	id.	502,45	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,093	» »	mouv. lent.
						Moyenne....			0,100		

Suite du tableau LIX.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{r d\omega}{dt} = \frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
26	0,036	Saindoux.	500,31	58,71	53,82	6,60	0,303	38,37	0,076	1,38	
27	*id.*	*id.*	500,31	58,71	53,56	5,80	0,344	36,02	0,071	1,44	
28	*id.*	*id.*	500,31	60,71	54,95	4,58	0,436	32,72	0,065	1,71	
29	*id.*	*id.*	500,31	60,71	54,87	4,64	0,431	32,89	0,066	1,70	
30	*id.*	*id.*	500,31	62,71	57,26	5,80	0,340	38,91	0,077	1,44	
31	*id.*	*id.*	500,31	62,71	56,41	4,25	0,470	32,44	0,064	1,68	
32	*id.*	*id.*	500,31	62,73	56,02	4,40	0,454	32,97	0,065	1,66	
33	*id.*	*id.*	500,31	62,73	56,41	4,25	0,470	32,44	0,064	1,68	
34	*id.*	*id.*	500,31	87,71	76,24	2,57	0,778	56,57	0,073	2,17	
35	*id.*	*id.*	500,31	87,71	75,75	2,40	0,833	33,07	0,066	2,22	
36	*id.*	*id.*	500,31	87,71	76,59	2,70	0,740	38,85	0,077	2,08	
							Moyenne....		0,070		
37	0,0052	Saindoux et plombagine.	508,45	55,25	49,91	4,60	0,434	26,43	0 052	1,70	
38	*id*	*id.*	508,45	61,25	54,93	4,04	0,495	29,29	0,057	1,73	
							Moyenne....		0,055		
39	0,036	Huile.	224,93	35,80	31,25	2,96	0,675	15,78	0,070	2,01	
40	*id.*	*id.*	224,93	47,80	41,73	1,60	1,250	14,07	0,063	2,71	
41	*id.*	*id.*	224,93	59,80	47,88	1,42	1,408	15,60	0,069	2,74	
42	*id.*	*id.*	2804,74	283,25	259 90	5,80	0,344	161,59	0,058	1,44	
43	*id.*	*id.*	2804,74	337,25	305,15	4,37	0,457	174,54	0,062	1,64	
							Moyenne....		0,064		
44	0,0036	Surf. onct.	224,93	47,80	42,63	3,80	0,526	30,57	0,136	1,77	
45	*id.*	*id.*	224,93	59,80	51,60	2,40	0,833	32,70	0,145	2,20	
46	*id.*	*id.*	224,93	59,80	51,89	2,60	0,769	34,25	0,152	2,16	
							Moyenne....		0,144		

Observations. L'emploi fréquent et général que l'on fait aujourd'hui de la fonte dans la construction des machines rendant le cas actuel un des plus importans à examiner, j'ai entrepris à cette occasion un grand nombre d'expériences, soit pour constater de nouveau les lois démontrées par les résultats précédens, soit pour as-

signer des valeurs moyennes suffisamment exactes du rapport du frottement à la pression. Je vais entrer dans quelques détails sur les circonstances et les conséquences de ces expériences.

Remarquons d'abord que le frottement de la fonte glissant sans enduit sur de la fonte n'est que 0,152 de la pression, tandis que, quand la fonte se meut sur du chêne sans enduit, nous avons vu par le tableau XLIV qu'il en était les 0,49 : cela confirme l'observation déjà faite, n° 54, page 104 du premier Mémoire, sur l'inexactitude de cette espèce d'axiome généralement admis, que le frottement est moindre entre des corps d'espèces différentes qu'entre ceux de même espèce; et comme d'ailleurs il y a aussi des corps d'espèces différentes pour lesquels le frottement est moindre que pour certains autres corps de même espèce, ainsi qu'on peut le voir par l'examen des résultats consignés dans les divers tableaux, on voit qu'il n'y a rien d'absolu à dire à ce sujet.

Le glissement répété de la fonte sur de la fonte sans enduit a offert un nouvel exemple de l'altération des surfaces, mais à un degré très faible. Après de nombreux passages, les semelles et les bandes frottantes paraissaient bien polies, il se formait seulement à leur surface une poussière noire, fine, métallique, de limaille de fonte, même sous des pressions très faibles de $224^{k},94$ sur $0^{mc},0360$ ou $0^{k},62$ par centimètre carré, et les bandes offraient en quelques endroits de petites raies parallèles au sens du mouvement; ces sillons paraissaient formés par de petits grains métalliques qui les auraient parcourus dans ce sens. Cet effet, tout-à-fait analogue à ce que l'on a observé pour les bois, est d'ailleurs beaucoup moins sensible dans le cas actuel; ce qui tient sans doute à la dureté et surtout à la constitution du métal, dont les particules

n'affectent pas une disposition filamenteuse. Nous verrons plus tard que cette circonstance paraît avoir une influence notable sur l'altération des surfaces glissant sans enduit les unes sur les autres.

Un fait remarquable qui se trouve constaté par les résultats du tableau ci-dessus, c'est que l'eau est pour la fonte un mauvais enduit; on voit, en effet, qu'avec ce liquide le rapport du frottement à la pression a une valeur double de celle que l'on a trouvée pour le cas où il n'y a pas d'enduit. C'est donc à tort que dans beaucoup d'usines on se contente de diriger sur les pièces en mouvement un filet d'eau pour les lubrifier, au lieu de les graisser. La seule compensation que l'eau apporte à l'augmentation de frottement qu'elle occasione, c'est qu'elle enlève et sépare les parcelles métalliques qui peuvent provenir de l'usure des surfaces, et qu'en s'opposant à leur agglomération, elle les empêche de sillonner ces surfaces aussi promptement que cela arriverait sans sa présence. Néanmoins comme l'eau entraîne toujours avec elle des corps étrangers souvent assez durs, quoique fort divisés, qui forment une sorte d'éméri sans cesse renouvelé, les pièces frottantes s'usent rapidement, et l'on doit proscrire tout-à-fait cet usage de mouiller les surfaces de fonte glissant sur de la fonte.

Le savon sec est aussi un enduit fort peu convenable dans le cas actuel, puisqu'il augmente un peu le rapport du frottement à la pression, au lieu de le diminuer.

Les expériences sur le glissement de la fonte sur la fonte, avec enduit de suif, ont été faites partie le 10 septembre, par une température moyenne de $+18^\circ,6$ centigrades, partie le 6 décembre, par une température moyenne

de + 1°,5 (1); leur accord montre qu'entre ces limites la température n'a pas d'influence sur l'intensité du frottement; il n'en serait peut-être pas de même à des températures beaucoup plus basses, parce que le suif est susceptible de se durcir beaucoup; mais on observera que dans les machines, la continuité du mouvement établit et entretient les enduits dans un état d'onctuosité et de chaleur moyennes à peu près constant, et voisin des limites où nous avons opéré.

On voit de plus que le suif n'est pas un enduit aussi convenable dans le cas actuel que le saindoux, puisqu'il ne réduit le rapport du frottement à la pression que de 0,152 à 0,100, tandis que le saindoux le fait descendre à 0,07. Nous verrons que ce résultat s'obtient aussi dans d'autres cas; mais je dois faire observer que cela tient sans doute à la plus grande dureté naturelle du suif, et que dans des mouvemens long-temps continués, où la température des pièces en mouvement s'élève au-dessus de 20 à 25°, cet enduit se ramollit, prend une consistance analogue à celle du saindoux, et doit alors produire le même effet. A plus forte raison en doit-il être de même quand la température est encore plus élevée, comme dans les machines à vapeur, où le suif est souvent fondu; néanmoins cela ne doit avoir lieu que par suite d'un mouvement répété, et non par la simple accélération de mouvement dans une même course. C'est donc par erreur que Coulomb dit (page 249 du volume des *Mémoires présentés à l'Académie*), qu'à la vitesse de 1 pied par seconde, le frottement est de plus d'un tiers moindre

---

(1) Le thermomètre centigrade de l'École d'Application marquait,
Le 10 septembre. . . à midi + 17°,9. . . à 3 heures + 19°,3,
Le 6 décembre. . . . . *id.* . + 1°,5. . . . . *id.* . . + 1°,6.

qu'à celle de 1 pouce par seconde. Nous voyons en effet que dans les mouvemens accélérés rapportés aux tableaux ci-dessus, la vitesse à 3 mètres de course a été quelquefois de près de 3 mètres en 1 seconde, et que le rapport du frottement à la pression est resté le même que dans les mouvemens très lents. On peut même remarquer que s'il y avait une différence notable à signaler, elle serait en sens inverse; car il semblerait, d'après ce tableau, que dans les mouvemens lents le frottement est moindre que dans les mouvemens rapides. La différence, d'ailleurs très faible, peut sans doute être attribuée à la résistance de l'air, dont nous négligeons l'influence dans nos calculs. La disposition de l'appareil ne m'a pas permis d'opérer dans des circonstances convenables pour confirmer la conjecture précédente; mais je me propose de le faire l'année prochaine, à l'occasion des expériences que je compte entreprendre sur le frottement des axes.

J'ai occasionellement vérifié que le frottement est encore, dans le cas actuel, indépendant de l'étendue des surfaces en contact, en les faisant varier de $0^{mc},0052$ à $0^{mc},0360$, c'est-à-dire à peu près dans le rapport de 1 à 7, sans que pour cela le rapport du frottement à la pression ait changé.

Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur de la fonte, dans lesquelles le mouvement a été uniforme.

97. L'observation des mouvemens accélérés est à la fois le moyen le plus commode de démontrer d'une manière palpable que le frottement est indépendant de la vitesse, et de déterminer son intensité absolue dans chaque cas. En effet, quel que soit le poids moteur qui tend à accé-

lérer le mouvement, la courbe des espaces parcourus et des temps fournit toujours, comme on l'a vu n°s 15 et suivans du premier Mémoire, la valeur de la force accélératrice, et par suite celle du frottement, et toutes les expériences conduisent au but.

Le calcul serait plus simple, il est vrai, si l'on parvenait facilement à produire des mouvemens uniformes; mais précisément pour les obtenir il faudrait connaître l'intensité du frottement dans chaque cas, et avoir fait des recherches préalables; car il n'existe pour chaque pression qu'un seul poids moteur qui puisse entretenir un mouvement uniforme, et il faut le connaître *à priori* ou tâtonner long-temps pour le déterminer, tandis que dans le nombre infini de ceux qui produisent un mouvement accéléré, on peut en prendre un arbitrairement, et l'on est toujours sûr d'en déduire la valeur cherchée. C'est pour ce motif que j'ai presque toujours fait marcher le traîneau d'un mouvement accéléré.

Cependant j'ai cru devoir faire pour quelques cas, et notamment pour celui de la fonte glissant avec enduit sur de la fonte, une série d'expériences où le mouvement était uniforme à différentes vitesses.

J'ai employé pour produire ces mouvemens uniformes un moyen analogue à celui qui est décrit au n° 4 du premier Mémoire. Au lieu des petites caisses posées sur la caisse descendante, et qui s'arrêtaient sur des traverses dont il n'était pas très facile de déterminer exactement l'abaissement au-dessous de leur fond, j'ai suspendu sous la grande caisse descendante K, Pl. 2 du premier Mémoire, une bombe dont je réglais le poids à volonté en y introduisant des balles de plomb, et que j'élevais au-dessus du fond de la fosse, d'une hauteur facile à mesurer, et capable d'imprimer par son concours avec le poids de

la caisse une vitesse suffisante au traîneau. Pour éviter que le fond de la caisse K ne se brisât en tombant sur la bombe, j'ai disposé un support qui l'empêchait de la choquer à la fin de la course.

Cet appareil simple et commode me permettait de produire à volonté des mouvemens uniformes ou même retardés, et j'en ai profité pour démontrer que quand des métaux glissent les uns sur les autres avec enduit, d'un mouvement accéléré, uniforme ou retardé, le frottement est toujours constant. Cette recherche est analogue à celle que j'ai faite en 1831 sur le frottement du chêne glissant à sec sur du chêne, et dont les résultats sont consignés dans le premier Mémoire, n[os] 26 et suivans.

Le tableau qui suit contient les résultats des expériences où le mouvement a été uniforme. On remarquera que l'on a trouvé des valeurs un peu différentes entre elles pour le frottement, quoique la pression et les autres circonstances aient été les mêmes. Mais je dois rappeler ce que j'ai dit tout à l'heure, qu'il n'existe qu'une seule valeur du poids moteur qui puisse entretenir un mouvement uniforme, et qu'au-delà la marche du traîneau s'accélère, tandis qu'en-deçà elle se retarde; et les différences légères que l'on remarquera dans les résultats ne paraîtront pas sans doute excéder les limites de l'approximation que l'on peut espérer dans de pareilles recherches, eu égard à la multitude de causes accidentelles qui peuvent avoir sur le mouvement une influence légère, il est vrai, mais cependant sensible.

TABLEAU LIX (*bis*).

Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur de la fonte avec enduit, et dans lesquelles le mouvement a été uniforme.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement uniforme P.	TENSION de la corde pendant le mouvement uniforme T.	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement uniforme.	OBSERVATIONS.
	m. q.		kil.	kil.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,036	Saindoux.	500,31	35,71	33,92	33,92	0,068	1,05	
2	*id.*	*id.*	500,31	35,71	33,92	33,92	0,068	1,02	
3	*id.*	*id.*	500,31	37,71	35,82	35,82	0,071	0,532	
4	*id.*	*id.*	500,31	37,71	35,82	35,82	0,071	0,940	
5	*id.*	*id.*	500,31	37,71	35,82	35,82	0,071	0,830	
6	*id.*	*id.*	500,31	39,71	37,72	37,72	0,075	1,170	
					Moyenne. . .		0,070		

Observations. On voit que la valeur moyenne du rapport du frottement à la pression est la même que dans les mouvemens accélérés du tableau LIX, et qu'elle ne varie pas avec la vitessse des mouvemens uniformes.

98. *Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur de la fonte, dans lesquelles le mouvement a été retardé.*

Pour produire des mouvemens retardés, il m'a suffi de ne laisser à la caisse descendante qu'un poids inférieur à l'intensité du frottement, connue par les expériences précédentes, après lui avoir imprimé d'abord un mouvement suffisamment accéléré par l'action simultanée de la caisse K et de la bombe suspendue à son fond. Seulement, dans le cas actuel, la présence de l'enduit de saindoux réduisant beaucoup le frottement, le retard dans le mouve-

ment ne se fait qu'assez lentement; je n'ai pas pu calculer la valeur absolue du frottement par la méthode employée au n° 33 du premier Mémoire, pour le chêne glissant sans enduit sur du chêne, parce que le traîneau étant arrivé à l'extrémité des semelles de fonte, conservait encore une vitesse assez grande pour que son inertie eût une influence sensible sur sa marche. Mais il était facile de parvenir au résultat cherché en déterminant directement, par opération graphique, la vitesse en deux points connus de la course. En effet, pour obtenir la vitesse en un point quelconque de la courbe du mouvement, il suffit de lui mener une tangente; et la tangente trigonométrique de l'angle que cette ligne forme avec les ordonnées de la courbe est la vitesse cherchée. D'ailleurs, pour la partie de la courbe où le mouvement est uniformément accéléré, la tangente se détermine rigoureusement, d'après la connaissance du foyer; et pour la partie retardée, comme la courbure est très peu sensible vers la fin de la course, on ne peut pas commettre d'erreur notable en la menant à vue et à la règle. Les abscisses de la courbe donnent les espaces correspondans à ces vitesses, et l'on a ainsi tous les élémens nécessaires pour le calcul des résultats de l'expérience.

En effet appelons,

P, le poids de la caisse descendante, pendant que le mouvement se retarde;

T, La tension de la corde pendant le mouvement, en la supposant constante, d'après le résultat des expériences précédentes;

q, le poids de la poulie, de son axe, etc. $= 6^{k},854$,

$r = 0^{m},111$, le rayon moyen de la poulie, en y comprenant la demi-épaisseur de la corde;

$\frac{Sr^2dm}{r^2} = 0{,}51$, Sr^2dm étant le moment d'inertie de la poulie, de son axe et de son plateau;

e, l'espace parcouru par le traîneau, quand il est animé de la vitesse v;

e', l'espace parcouru par le traîneau, quand il est animé de la vitesse v';

$\rho = 0^m{,}0093$, le rayon de l'axe de la poulie;

$f = 0{,}164$, le rapport du frottement à la pression pour l'axe de la poulie (1).

Il est facile de voir qu'en négligeant la pression qui est exercée sur l'axe de la poulie, en vertu de l'inertie de la caisse descendante, ce qui est permis, vu la petitesse des dimensions et l'erreur très faible que cela peut apporter aux résultats, on aura, d'après le principe des forces vives,

$$\left(\frac{P}{g} + \frac{Sr^2dm}{r}\right)(v'^2 - v^2)$$
$$= 2(e'-e)\left[T - P + 0{,}85.\frac{f\rho}{r}(T + P + q) + 0{,}032\, T\right].$$

On se souvient en effet que d'après les expériences sur la raideur de la corde tressée, rapportées au n° 16 du premier Mémoire, cette résistance a pour valeur 0,0032 T; et l'on sait que, d'après un théorème déjà cité de M. Poncelet, la pression sur les tourillons de la poulie, qui, en négligeant, comme nous venons de le dire, l'influence de l'inertie de la caisse, a pour expression

$$\sqrt{T^2 + (P + q)^2},$$

(1) Toutes les données numériques ci-dessus sont extraites du premier Mémoire, n°s 17 et 19.

peut être exprimée approximativement à $\frac{1}{6}$ près, par

$$0{,}85\,(T+P+q);$$

attendu que nous ne connaissons pas ici *à priori* l'ordre de grandeur des quantités T et $(P+q)$.

De l'équation ci-dessus on tire, toutes substitutions et réductions faites,

$$T=\frac{\left(\frac{P}{g}+0{,}51\right)}{1{,}044}\cdot\frac{(v^2-v'^2)}{2\,(e'-e)}+0{,}946\,P-0{,}011\,q;$$

relation d'où l'on pourrait déduire facilement la tension T.

Puis, comme on a aussi,

$$\frac{Q}{g}\,(v^2-v'^2)=2F\,(e'-e)-2T\,(e'-e),$$

on en déduirait F.

Pour calculer les résultats des expériences, j'ai éliminé T entre ces deux équations, ce qui m'a donné

$$F=\left\{\frac{Q}{g}+\frac{P+0{,}51g}{1{,}044g}\right\}\frac{(v^2-v'^2)}{2(e'-e)}+0{,}946\,P-0{,}11\,q.$$

C'est dans cette dernière expression que j'ai substitué les données de chaque expérience, telles qu'elles sont rapportées dans le tableau suivant, et qu'elles ont été relevées sur les courbes du mouvement.

TABLEAU LIX (*ter*).

Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur de la fonte avec enduit de saindoux, dans lesquelles le mouvement a été retardé.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	ESPACE PARCOURU quand la vitesse est v ou valeurs de e.	v' ou valeurs de e'.	VITESSE à la distance e ou valeurs de v.	e' ou valeurs de v'.	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	POIDS moteur pendant le mouvement retardé.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	mèt.	mèt.	mèt.	mèt.	kil.		kil.	
1	0,036	Saindoux.	500,31	0,50	1,85	0,625	0,387	36,70	0,073	33,71	
2	*id.*	*id.*	500,31	0,50	1,40	0,735	0,629	36,22	0,072	33,71	
3	*id.*	*id.*	500,31	1,00	2,00	0,833	0,066	38,75	0,077	33,71	
4	*id.*	*id.*	500,31	1,00	2,50	1,111	0,121	32,00	0,064	11,34	
5	*id.*	*id.*	500,31	1,00	2,50	» »	» »	34,07	0,068	11,34	
6	*id.*	*id.*	500,31	1,00	2,00	1,058	0,325	37,31	0,074	11,34	
								Moyenne....	0,071		

Observations. L'accord des résultats entre eux et avec ceux qui ont été obtenus dans les mouvemens accélérés ou uniformes est une nouvelle confirmation de la loi générale que nous avons déduite de toutes les expériences. J'ai cru devoir choisir pour cette confirmation un des cas les plus usuels de la pratique, afin que la loi qu'elle manifeste soit désormais chose démontrée d'une manière incontestable.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences, savoir :

1re, 2e, 17e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions;

7e, 8e, 10e, 20e, 21e, 23e, 27e, 28e, 31e expériences, courbes du mouvement;

16ᵉ expérience, courbes des tensions.

1ʳᵉ ot 4ᵉ expériences du tableau LIX (*bis*), relatif au mouvement uniforme, courbes du mouvement;

3ᵉ expérience du tableau LIX (*ter*), relatif au mouvement retardé, courbe du mouvement.

TABLEAU LX.

99. *Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{dv}{dt}=2C$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt	
1	0 0319	Sans enduit.	217,77	49,26	45,14	6,72	0,297	38,55	0,179	1,35	
2	id.	id.	217,77	93,25	62,21	2,08	0,961	40,99	0,188	2,24	
3	id.	id.	505,77	169,25	148,65	2,80	0,714	111,84	0,221	2,08	
4	id.	id.	499,28	97,25	91,26	18,88	0,106	89,86	0,180	0,80	
5	id.	id.	499,28	121,25	110,29	5,80	0,344	92,78	0,185	1,44	
6	id.	id.	499,28	121,25	112,50	9,36	0,213	101,66	0,203	1,16	
7	id.	id.	499,28	145,25	127,51	2,80	0,714	91,17	0,182	2,08	
8	id.	id.	1003,28	193,25	183,59	» »	» »	183,59	0,182	» »	Mouvem. très lent à la vitesse moyenne de 0m,005 en 1''.
9	id.	id.	1003,28	241,25	227,14	11,00	0,182	208,53	0,207	1,05	
10	id.	id.	1003,28	289,25	261,57	3,76	0,531	207,24	0,207	1,78	
11	id.	id.	2005,28	385,25	365,99	» »	» »	365,99	0,182	» »	
12	id.	id.	2005,28	481,25	449,42	12,24	0,165	416,14	0,207	0,97	
							Moyenne. . .		0,194		
13	0,0062	Suif.	131,85	16,80	15,54	12,72	0,157	13,43	0,101	0,96	
14	id.	id.	131,85	23,80	21,23	4,32	0,462	15,02	0,121	1,66	
15	id.	id.	131,85	23,80	20,71	3,08	0,649	11,99	0,091	1,97	
16	id.	id.	213,66	25,80	24,51	» »	» »	24,51	0,114	» »	Mouvem. très lent à la vitesse de 0m,0025 en 1''.
17	id.	id.	213,66	35,80	31,67	3,48	0,574	19,38	0,090	1,84	
18	id.	id.	213,66	35,80	32,32	4,92	0,407	23,46	0,109	1,56	
19	id.	id.	213,66	47,80	41,91	3,00	0,666	27,42	0,128	1,99	
20	0,0319	id.	499,96	59,80	56,81	» »	» »	56,81	0,114	» »	
21	id.	id.	499,96	95,80	83,61	2,64	0,757	45,03	0,090	2,17	
22	id.	id.	499,96	95,80	85,61	3,64	0,549	57,63	0,115	1,82	
23	id.	id.	2803,77	265,25	250,16	30,00	0,066	230,31	0,082	0,59	
24	id.	id.	2803,77	385,25	349,61	4,4	0,454	229,86	0,082	1,76	
							Moyenne. . .		0,103		
25	id.	Saindoux.	499,96	59,80	54,44	5,52	0,362	35,10	0,072	1,45	
26	id.	id	2803,77	265,25	247,09	10,84	0,184	200,03	0,071	1,09	
27	id.	id.	2803,77	385,25	342,52	5,64	0,354	241,35	0,086	1,42	
							Moyenne. . .		0,076		

Suite du tableau LX.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	m. t.	kil.	kil.		mèt.	
28	0,0319	Huile d'oliv.	601,28	79,25	71,69	4,64	0,431	45,27	0,075	1,63	
29	*id.*	*id.*	601,28	99,25	86,78	2,72	0,735	41,73	0,069	2,10	
30	*id.*	*id.*	601,28	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,077	» »	
31	*id.*	*id.*	1201,28	139,25	127,15	5,80	0,362	82,82	0,069	1,44	
32	*id.*	*id.*	1201,28	139,25	126,84	5,20	0,384	79,83	0,066	1,50	
33	*id.*	*id.*	1201,28	141,25	128,93	5,48	0,365	84,24	0,070	1,47	
34	*id.*	*id.*	1201,28	141,25	128,11	4,72	0,423	76,31	0,063	1,60	
35	*id.*	*id.*	1201,28	163,25	146,43	3,80	0,526	82,03	0,068	1,76	
							Moyenne. . . .		0,066		
36	Arêtes arr.	*id.*	195,18	39,34	35,47	4,72	0,423	27,02	0,139	1,60	
37	*id.*	*id.*	195,18	39,34	35,80	5,80	0,344	28,93	0,148	1,44	
38	*id.*	*id.*	399,18	63,34	59,03	12,54	0,159	52,26	0,131	0,96	
39	*id.*	*id.*	399,18	63,34	58,81	10,32	0,193	50,96	0,128	1,10	
							Moyenne. . . .		0,138		
40	0,0062	Cambouis	501,76	121,25	104,17	2,28	0,877	59,34	0,118	2,17	
41	*id.*	*id.*	501,76	97,25	88,52	5,24	0,381	69,04	0,137	1,48	
42	0,0319	*id.*	1999,79	349,25	318,11	5,04	0,396	236,79	0,118	1,54	
							Moyenne. . .		0,124		

Observations. Le fer glissant sans enduit sur la fonte, s'use et laisse une poussière noire de limaille; les semelles de fonte ne se raient pas sensiblement, mais les bandes de fer offrent de petites raies longitudinales.

Avec les enduits de suif, de saindoux ou d'huile, le frottement du fer sur la fonte est le même que celui de la fonte sur la fonte.

On remarquera que, quand les surfaces en contact sont réduites à des arètes arrondies, et qu'on emploie de l'huile pour enduit, le rapport du frottement à la pression est plus grand que quand les surfaces ont une certaine étendue. Nous verrons ce résultat se produire plusieurs fois, et notamment dans le glissement du fer sur du fer avec enduit de suif ou d'huile, et nous en rechercherons la cause pro-

bable en examinant les expériences relatives à ce dernier cas.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1[re], 5[e], 9[e], 10[e], 22[e], 24[e], 29[e], 31[e], 34[e] et 35[e] expériences, courbes du mouvement;

13[e], 16[e], 19[e], 20[e] et 21[e] expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions.

Nota. La courbe du mouvement et celle des tensions de la 21[e] expérience, tracées par les instrumens d'observation, sont représentées à l'échelle des $\frac{1}{3}$ de la grandeur naturelle, Pl. XII, fig. 1 et fig. 2, et la courbe relevée du mouvement dans cette expérience est représentée Pl. XIII, fig. 2.

TABLEAU LXI.

100. *Expériences sur le frottement de l'acier en mouvement sur la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0336	Sans enduit.	220,80	49,25	46,53	2,84	0,155	43,04	0,194	0,96	
2	id.	id.	220,80	73,25	63,43	2,48	0,801	45,40	0,205	2,19	
3	id.	id.	502,61	193,25	162,86	1,86	1,075	107,78	0,214	2,52	
4	id.	id.	508,80	133,25	121,05	4,92	0,407	99,94	0,196	1,55	
							Moyenne....		0,202		
5	id.	Suif.	220,80	23,80	22,61	» »	» »	22,61	0,124	» »	
6	id.	id.	220,80	29,80	27,55	8,48	0,235	22,26	0,101	1,17	
7	id.	id.	220,80	42,80	37,91	4,84	0,413	28,64	0,129	1,57	
8	id.	id.	2800,61	337,25	313,34	9,52	0,210	253,39	0,090	1,12	
9	id.	id.	2800,61	385,25	350,59	4,84	0,413	232,69	0,083	1,57	
							Moyenne....		0,105		
10	id.	Saindoux.	2800,61	337,25	310,15	6,52	0,306	222,80	0,080	1,35	
11	id.	id.	2800,61	385,25	350,59	4,84	0,413	232,69	0,083	1,57	
							Moyenne....		0,081		
12	id.	Huile.	220,80	42,80	36,76	2,56	19,781	19,18	0,086	2,17	
13	id.	id.	2800,61	337,25	308,04	5,4	0,370	202,41	0,072	1,46	
							Moyenne....		0,070		
14	id.	Surf onct.	220,80	35,80	32,79	8,40	0,238	27,44	0,124	1,18	Les surfaces sont très onctueuses.
15	id.	id.	220,80	47,80	40,84	2,28	0,877	21,11	0,095	2,18	
16	id.	id.	2800,61	337,25	32,04	» »	» »	32,04	0,114	» »	
17	id.	id.	2800,61	385,25	335,17	7,04	0,284	274,09	0,096	1,30	
							Moyenne....		0,109		

Observations. Après les expériences sur le glissement de l'acier sur la fonte sans enduit, les semelles en fonte sont légèrement couvertes d'une poussière noire très fine. Les bandes d'acier sont polies, mais rayées en quelques endroits dans le sens du mouvement. Il y a donc encore usure des surfaces dans le cas actuel.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1re et 15e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions ;

2e expérience, courbe des tensions ;

6e, 7e, 10e, 11e et 12e expériences, courbes du mouvement.

TABLEAU LXII.

101. *Expériences sur le frottement du cuivre jaune en mouvement sur de la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{dv}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0285	Sans enduit.	213,35	73,25	63,18	2,40	0,833	45,06	0,211	2,22	
2	0,0072	*id.*	215,86	49,25	44,79	5,48	0,364	36,79	0,165	1,45	
3	*id.*	*id.*	215,86	49,25	44,89	5,77	0,346	37,37	0,177	1,40	
4	*id.*	*id.*	215,80	73,25	63,34	2,45	0,813	45,45	0,210	2,21	
5	*id.*	*id.*	503,86	97,25	92,39	» »	» »	92,39	0,184	» »	
							Moyenne....		0,189		
6	*id.*	Suif.	503,86	49,25	45,47	8,48	0,235	33,40	0,066	1,16	
7	*id.*	*id.*	506,86	61,25	55,04	4,20	0,476	30,60	0,061	1,68	
8	*id.*	*id.*	503,86	61,25	55,98	4,01	0,498	30,41	0,060	1,73	
9	0,0290	*id.*	1005,25	97,25	92,38	» »	» »	92,38	0,091	» »	
10	*id.*	*id.*	1005,25	121,25	109,87	4,64	0,431	65,69	0,065	1,70	
11	*id.*	*id.*	1005,25	169,25	150,85	3,42	0,584	91,49	0,091	1,89	
							Moyenne....		0,072		

Suite du tableau LXII.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{d^2e}{dt^2}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
12	0,0072	Saindoux.	503,86	49,25	45,39	8,00	0,250	32,56	0,064	1,09	
13	*id.*	*id.*	503,86	61,25	54,98	4,12	0,485	30,09	0,060	1,70	
14	*id.*	*id.*	503,86	97,25	65,71	4,00	0,500	40,04	0,079	1,73	
							Moyenne....		0,068		
15	0,0290	Huile.	1005,55	121,25	108,76	3,86	0,518	55,67	0,055	1,75	
16	*id.*	*id.*	1005,55	169,25	149,54	2,92	0,684	79,43	0,079	2,03	
17	*id.*	*id.*	1005,55	169,25	148,20	2,50	0,800	66,20	0,066	2,18	
							Moyenne....		0,066		
18	0,0072	Cambouis.	503,86	73,25	69,59	» »	» »	69,59	0,138	» »	Mouvement lent et un peu incertain.
19	*id.*	*id.*	503,86	85,25	78,31	6,72	0,297	63,06	0,125	1,34	
20	*id.*	*id.*	503,86	97,25	88,64	5,40	0,370	69,65	0,138	1,46	
							Moyenne....		0,134		
21	0,0290	Suif onct.	1005,55	169,25	153,42	4,64	0,431	109,25	0,109	1,70	
22	*id.*	*id.*	1005,55	217,25	190,92	2,80	0,741	117,74	0,117	2,08	
							Moyenne...		0,115		

Observations. Après les premières expériences sur le frottement du cuivre jaune glissant sans enduit sur la fonte, le cuivre avait acquis un assez beau poli; mais il s'était usé et avait déposé sur les semelles de fonte une poussière très fine et très douce au toucher. On a vérifié dans cette série que le frottement est indépendant de l'étendue des surfaces, en les faisant varier à peu près dans le rapport de 1 à 4.

La même vérification a été faite en employant le suif comme enduit.

On remarquera encore ici que le suif, le saindoux et l'huile produisent sensiblement la même diminution dans le frottement.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2e, 3e, 4e, 13e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions;

8e, 10e, 16e, 17e, 21e et 23e expériences, courbes du mouvement;

14e et 19e expériences, courbes des tensions.

TABLEAU LXIII.

102. *Expériences sur le frottement du bronze en mouvement sur de la fonte.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0344	Sans enduit.	226,44	49,25	46,79	» »	» »	46,79	0,206	» »	
2	id.	id.	226,44	73,25	65,42	3,63	0,550	52,73	0,233	1,81	1 Mouvement uniforme à la vitesse de
3	id.	id.	226,44	73,25	64,58	3,08	0,649	49,6	0,219	1,97	
4	id.	id.	508,25	193,25	165,40	2,08	0,961	115,82	0,227	2,24	
5	id.	id.	508,25	193,25	161,85	1,72	1,162	101,89	0,200	» »	
							Moyenne....		0,217		2 Mouvement très lent.
6	0,0344	Suif.	599,19	99,25	88,61	3,55	0,563	54,32	0,090	1,83	
7	id.	id.	599,19	113,25	98,96	2,68	0,746	53,40	0,089	2,14	3 Mouvement uniforme à la vitesse de 1m33 en 1".
8	id.	id.	599,19	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,080	» »[1]	
9	id.	id.	599,19	73,25	67,04	6,16	0,324	47,25	0,080	1,38	
10	id.	id.	599,19	97,25	86,81	3,96	0,555	52,96	0,088	1,71	
11	id.	id.	2399,19	313,25	284,43	4,64	0,431	179,07	0,075	1,68	
12	id.	id.	226,44	23,80	22,61	» »	» »	22,61	0,099	» »[2]	4 Mouvement uniforme à la vitesse de 1m,06.
							Moyenne....		0,086		
13	id.	Huile d'oliv.	599,19	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,078	» »[3]	
14	id.	id.	599,19	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,078	» »[4]	
15	id	id.	599,19	49,25	46,78	» »	» »	46,78	0,078	» »[5]	5 Mouvement uniforme à la vitesse de 1m,78.
16	id.	id.	2002,25	247,25	224,73	4,84	0,413	140,44	0,070	1,57	
17	id.	id.	2002,25	277,25	251,63	4,68	0,427	164,47	0,082	1,68	
							Moyenne....		0,077		
18	id.	Surf. onct.	2002,25	247,25	230,30	8,88	0,225	184.38	0,092	1,1	6 Mouvement uniforme à la vitesse de 0m,65.
19	id.	id.	2002,25	277,25	254,71	6,36	0,314	190,62	0,095	1,32	
20	id.	id.	1007,19	115,25	108,49	» »	» »	108,49	0,107	» »[6]	
							Moyenne....		0,098		

Observations. Après les expériences sur le glissement du bronze sur la fonte sans enduit, les semelles de fonte sont légèrement couvertes d'une poussière jaune de limaille de bronze.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2e expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions ;

1re expérience, courbe des tensions ;

7e, 9e, 13e, 15e, 17e expériences, courbes du mouvement.

TABLEAU LXIV.

103. *Expériences sur le frottement du chanvre en brins, en mouvement sur la fonte.*

Les fils du chanvre sont perpendiculaires au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0067 environ.	Suif.	214,08	49,25	45,01	6,20	0,322	37,89	0,176	1,37	
2	id.	id.	214,08	61,25	54,82	3,92	0,510	43,70	0,204	1,74	
3	id.	id.	214,08	73,25	63,17	2,20	0,909	43,24	0,202	2,18	
							Moyenne....		0,194		
4	id.	Huile.	214,08	49,25	43,65	3,44	0,581	30,97	0,144	1,87	
5	id.	id.	214,08	61,25	52,85	2,44	0,819	34,98	0,163	2,17	
							Moyenne....		0,153		

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de deux expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1re et 2e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU LXV.

104. *Expériences sur le frottement du chêne en mouvement sur le fer.*

Les fibres du bois et du fer sont parallèles au sens du mouvement.

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{r d\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0323	Suif.	503,68	73,25	67,27	6,80	0,294	52,19	0,103	1,33	
2	*id.*	*id.*	503,68	97,25	85,19	2,64	0,757	46,32	0,092	2,15	
3	*id.*	*id.*	503,68	121,26	103,11	1,96	1,020	50,74	0,100	2,49	
							Moyenne....		0,098		
4	*id.*	Surf. onct.	503,68	121,25	107,82	3,36	0,595	77,27	0,155	1,92	
5	*id.*	*id.*	503,68	145,25	126,17	2,48	0,806	84,79	0,168	2,20	
6	*id.*	*id.*	503,68	73,25	68,73	19,68	0,101	63,55	0,126	0,78	
							Moyenne....		0,149		

TABLEAU LXVI.

105. *Expériences sur le frottement du gaïac en mouvement sur le fer.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{r d\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m.c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0273	Huile.	502,25	73,25	65,47	3,76	0,531	38,29	0,076	1,78	
2	*id.*	*id.*	502,25	97,25	82,97	2,12	0,943	34,79	0,069	2,23	
							Moyenne....		0,072		
3	*id.*	Surf. onct.	502,25	85 5	80,99	» »	» »	80,99	0,061	» »	mouv. lent.
4	*id.*	*id.*	502,25	121,25	109,173	4,12	0,485	84,34	0,165	1,70	
5	*id.*	*id.*	502,25	145,25	126,62	2,58	0,775	86,94	0,173	2,13	
							Moyenne....		0,166		

TABLEAU LXVII.

106. *Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur le fer.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0319	Suif.	499,96	49,25	46,79	» »	» »	46,79	0,098	» »	mouv. lent.
2	id.	id.	499,96	85,25	76,53	4 »	0,500	50,05	0,100	1,73	
3	id.	id.	499,96	85,25	76,13	3,68	0,543	48,48	0,098	1,80	
4	id.	id.	499,96	109,25	94,44	2,38	0,832	52,04	0,104	2,15	
5	id.	id.	499,96	109,25	93,36	2,14	0,934	45,73	0,091	2,21	
							Moyenne....		0,098		
6	id.	Saindoux.	2000 »	283,25	250,63	3,04	0,658	116,46	0,058	1,98	
7	id.	Huile.	449,96	61,25	54,97	4,10	0,487	30,16	0,060	1,70	
8	id.	id.	449,96	85,25	73,85	2,48	0,806	32,78	0,065	2,19	
9	id.	id.	2000 »	283,25	252,39	3,36	0,595	131,07	0,065	1,90	
							Moyenne....		0,063		
10	id.	Cambouis	2000 »	451,25	408,62	4,32	0,462	314,42	0,155	1,66	
11	id.	Surf. onct.	499,96	85,28	78,89	8,64	0,231	67,11	0,135	1,14	
12	id.	id.	499,96	121,25	107,77	3,20	0,625	75,92	0,151	1,94	
							Moyenne....		0,143		

Observations. En comparant les résultats de ce tableau avec ceux du tableau LX, on voit que le frottement de la fonte sur le fer avec enduit est sensiblement le même que celui du fer sur la fonte.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir:

3e, 4e et 7e expériences, courbes du mouvement.

8e expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions.

9e expérience, courbe des tensions.

TABLEAU LXVIII.

107. *Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur le fer.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement. P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{r\,d\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0319	Sans enduit.	333,66	73,25	64,31	2,92	0,684	41,05	0,123	2,03	
2	id.	id.	333,66	73,25	66,35	4,80	0,416	52,00	0,156	1,58	
3	id.	id.	505,76	73,25	69,59	» »	» »	69,59	0,137	» »	mouv. lent.
							Moyenne....		0,138		
4	id.	Suif.	505,76	61,25	55,71	5,36	0,373	36,48	0,070	1,49	
5	id.	id.	505,76	79,25	71,05	3,84	0,520	44,25	0,087	1,76	
6	id.	id.	505,76	91,25	80,04	2,84	0,704	43,75	0,086	2,07	
7	id.	id.	505,76	103,25	88,89	2,30	0,869	44,10	0,087	2,17	
							Moyenne....		0,082		
8	Arêtes arr.	id.	333,66	49,25	44,18	9,00	0,222	36,63	0,109	1,14	
9	id.	id.	213,66	49,25	42,60	2,56	0,781	25,60	0,119	2,16	
							Moyenne....		0,114		
10	0,0319	Saindoux.	505,76	49,25	45,35	7,76	0,256	32,16	0,063	1,20	
11	id.	id.	505,76	73,25	69,85	4,84	0,415	44,97	0,088	1,57	
12	id.	id.	505,76	85,25	76,20	3,65	0,548	47,86	0,094	1,80	
							Moyenne....		0,081		
13	id.	Huile.	505,76	73,25	65,35	3,84	0,520	38,75	0,076	1,76	
14	id.	id.	505,76	85,25	74,28	2,64	0,757	35,26	0,069	2,15	
15	id.	id.	505,76	85,25	74,66	2,80	0,714	33,86	0,067	2,08	
							Moyenne....		0,070		
16	Arêtes arr.	id.	213,66	49,25	43,91	3,76	0,531	32,36	0,151	1,78	
17	id.	id.	333,66	49,25	46,79	» »	» »	46,79	0,140	» »	mouv. lent.
18	id.	id.	333,66	73,25	65,56	3,84	0,520	47,87	0,143	1,76	
							Moyenne....		0,144		
19	0,0319	Surf. onct.	223,75	49,25	45,39	8,08	0,247	39,76	0,177	1,10	

Observations. L'altération des surfaces se manifeste dans le cas actuel à un degré bien plus grand qu'avec tous les autres métaux. Quelque soin que l'on ait pris de bien polir les pièces en contact, de les faire poser le plus exactement possible l'une sur l'autre, on n'a jamais pu les empêcher de se rayer fortement lorsqu'elles glissaient sans enduit. Les semelles et les bandes glissantes offraient sur toute leur longueur de longs sillons très sensibles au toucher, avec des bavures sur les bords. On voyait que certaines fibres du métal ayant été soulevées par une extrémité, elles continuaient à être arrachées pendant toute la course. C'est en vain qu'à plusieurs reprises on a repoli les pièces, qu'on a diminué les pressions; le même résultat s'est toujours reproduit. Cet arrachement des fibres du fer, dont la résistance est bien plus grande que celle du bois, occasionait dans la loi du mouvement des perturbations qui ont fait rejeter un grand nombre d'expériences, et les résultats consignés dans le tableau précédent ne doivent être considérés que comme des valeurs approximatives déduites de celles où les surfaces et la continuité du mouvement ont été le moins altérés.

Dans le cas où les surfaces sont simplement onctueuses, elles s'altèrent et se sillonnent encore presque autant que quand elles sont sans enduit, et si l'on remarque que la valeur du rapport du frottement à la pression que l'on déduit de la seule expérience consignée au tableau est plus grande que la moyenne de celles que l'on a trouvées lorsqu'il n'y avait pas d'enduit, cela tient seulement à la difficulté de déterminer exactement la loi du mouvement, quand ces altérations se manifestent.

La disposition fibreuse du fer est la cause à laquelle il faut attribuer ce phénomène, tout-à-fait analogue à ce que nous avons remarqué dans le glissement des bois sur

des semelles de bois, dont les fibres sont parallèles au sens du mouvement. Le déchirement est d'ailleurs bien plus sensible quand ce sont des métaux fibreux, tels que le fer et l'acier, qui glissent sur le fer parallèlement à la direction de leurs fibres, que quand les bandes frottantes sont d'un métal grenu, tel que la fonte, le bronze, le cuivre jaune, etc. Dans ce dernier cas, l'altération éprouvée par les semelles en fer n'est pas plus grande que celle qui se manifeste sur des semelles en fonte ou en bronze. Cela tient sans doute à ce qu'alors il n'y a pas engrènement des fibres, comme dans le premier cas.

Il suit de là que quand on devra faire glisser sans enduit des métaux les uns sur les autres, il conviendra de former les surfaces en contact de deux métaux à texture grenue, ou au moins l'une d'un métal de ce genre, et l'autre d'un métal fibreux.

Dans les expériences faites avec enduit de suif ou d'huile, on a réduit les surfaces en contact à des arêtes arrondies, et loin d'obtenir par là une diminution du frottement, on peut voir qu'il a été sensiblement augmenté. Cela vient de ce que la pression sur chaque élément de surface en contact devenant alors énorme, l'enduit est exprimé, et la surface ramenée à l'état onctueux. C'est ce qui paraît évident de soi-même, et ce que montre d'ailleurs la comparaison des expériences faites avec du suif et de celles où l'on a employé l'huile.

On voit en effet que l'huile, plus facile à exprimer que le suif, donne alors une valeur plus grande pour le rapport du frottement à la pression; tandis que quand les surfaces sont plus grandes on a le résultat inverse.

On ne doit pas cependant conclure de ce qui précède, que le frottement soit plus considérable avec les petites surfaces qu'avec les grandes, et lorsqu'elles seront d'ail-

leurs dans le même état d'onctuosité; c'est ce qui est confirmé par les expériences déjà consignées dans les tableaux précédens et le sera encore par la suite.

Coulomb a fait aussi des expériences sur le glissement du fer sur le fer avec enduit de suif et d'huile, et il en a conclu (1) que le frottement diminue à mesure que la vitesse augmente.

Toutes celles que j'ai faites ont au contraire confirmé que cette résistance est tout-à-fait indépendante de la vitesse, ainsi que nous l'avons trouvé jusqu'ici pour tous les autres corps soumis à l'expérience, avec ou sans enduit. Il faut donc, comme nous l'avons déjà fait, attribuer l'erreur dans laquelle ce célèbre physicien est tombé au peu de précision de ses moyens d'observation, et surtout aux faibles vitesses qu'il imprimait à son traîneau.

Nous voyons en effet, page 249 du Xe volume des *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, que les plus grandes vitesses qu'il ait obtenues ont été de $0^m,030$ par seconde, tandis que celles que nous avons imprimées à notre traîneau ont souvent atteint et même dépassé 2 mètres par seconde, sans que pour cela le mouvement ait cessé d'être uniformément accéléré. On remarque au contraire que la forme parabolique des courbes du mouvement est d'autant plus exactement manifestée que les mouvemens sont plus rapides. Nous devons donc regarder la loi de l'indépendance des vitesses comme établie par l'expérience d'une manière incontestable; mais il est une circonstance qui peut servir à justifier Coulomb et qui prouve que son erreur tient précisément à ce qu'il ne pou-

(1) *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, p. 249 et suivantes.

vait observer la marche de son traîneau qu'à de faibles vitesses.

Lorsque deux surfaces métalliques, telles par exemple que du fer sur de la fonte ou du fer sur du fer, sont en contact depuis quelques instans, et qu'un enduit d'huile est interposé entre elles, le frottement atteint assez promptement une valeur plus grande que celle qui a lieu pendant le mouvement.

Ainsi on peut voir dans le tableau LXXXI, que, même après une minute de contact seulement, le rapport du frottement à la pression, pour le fer et la fonte avec enduit d'huile d'olive, atteint sa valeur limite moyenne 0,117, tandis que pendant le mouvement il n'a que la valeur moyenne 0,066. (*Voyez* tableau LX.) Cette augmentation du frottement, par suite d'un contact suffisamment prolongé, est ordinairement attribuée à la profondeur de l'impression réciproque des surfaces en contact, qui n'acquiert sa valeur *maximum* qu'au bout d'un certain temps. Mais dans le cas des métaux glissant les uns sur les autres sans enduit, Coulomb a remarqué, et les expériences que j'ai rapportées confirment, que le frottement est le même pendant le mouvement et après un contact prolongé. Il s'ensuit donc que l'augmentation observée dans les cas énoncés est due à la présence et à la nature particulière de l'enduit. Voici, je crois, ce qui se passe alors; l'huile étant liquide, la pression, qui applique l'une sur l'autre les surfaces en contact, l'exprime peu à peu, et alors, au lieu d'être complètement enduites, ces surfaces se rapprochent de l'état onctueux: l'huile coule par les bords, en avant et en arrière des pièces; dès lors le frottement se trouve augmenté.

Ce qui confirme cette explication, c'est que l'augmentation du frottement ne se fait pas sentir seulement à

l'instant du départ, comme pour les bois, mais qu'on s'en aperçoit presque toujours dans les premiers instans de la course. On remarque en effet que, quand le poids moteur n'excède pas beaucoup celui qui serait nécessaire pour détacher les surfaces, le traîneau se met lentement en marche; sa vitesse d'abord insensible s'accroît peu à à peu, à mesure que l'étendue de surface dont l'enduit a été exprimé diminue; puis quand les bandes se sont déplacées d'une portion notable de leur longueur, le mouvement devient beaucoup plus rapide, et, à partir de cet instant, il est uniformément accéléré. Cette portion de la course dans laquelle le mouvement est si lent n'est jamais égale à la longueur totale des bandes, et elle est d'autant plus courte que ces bandes sont elles-mêmes plus petites. Ainsi dans le cas des arètes arrondies, bien que le frottement soit de même augmenté parce que l'enduit est exprimé, dès que le traîneau est détaché de sa position de repos, son mouvement s'accélère quand le poids moteur est suffisant.

L'effet que je viens de signaler nous permet de concevoir comment Coulomb a pu trouver que, dans les mouvemens insensibles, dont la lenteur permet une expulsion partielle de l'enduit, le frottement était moindre que dans les mouvemens accélérés, parce que, comme il ne déterminait la loi du mouvement que par l'observation du temps nécessaire pour la moitié ou la totalité de la course, il ne pouvait tenir compte des variations graduelles de la vitesse. Au contraire la continuité des courbes tracées par le style de notre chronomètre nous met à même de suivre à chaque instant la marche du traîneau.

Je dépose, comme exemples des mouvemens que je viens de décrire, les courbes minutes tracées par le style dans les 31e et 34e expériences du tableau LX, relatives au glissement du fer sur la fonte avec enduit d'huile d'olives.

La longueur des bandes frottantes en fer était alors de $0^m,38$ environ, et il est facile de s'assurer que la portion lente de la course n'a pas atteint cette longueur. En effet, dans la plus lente des deux courses, celle de la 31ᵉ expérience du tableau LX, l'angle total décrit pendant cette période n'a été que de 130° environ; ce qui correspond à une course du traîneau égale à $0^m,252$.

Au départ du traîneau, lorsque le contact a été de quelques minutes au plus, l'huile est exprimée, et l'on voit par le tableau LX, que le frottement est indépendant de l'étendue des surfaces en contact. Nous avons déjà vu qu'il en est de même pendant le mouvement accéléré; mais dans le passage graduel et très lent qui s'observe quelquefois du repos au mouvement accéléré, il est probable que l'étendue de la partie devenue onctueuse par l'expulsion de l'enduit doit avoir une certaine influence sur la durée de cette transition, et c'est ce que l'expérience confirme. Ainsi, bien qu'il soit démontré par toutes nos expériences, que le frottement est indépendant de l'étendue des surfaces en contact, on voit que, dans le cas actuel, si l'on n'avait pas observé des courses suffisamment longues, on aurait pu être induit en erreur, et c'est sans doute quelque cause de ce genre qui a conduit Coulomb à admettre le contraire.

Les circonstances que je viens de décrire en détail se reproduisent dans le glissement de tous les métaux les uns sur les autres avec enduit d'huile d'olives, et même dans celui des bois sur les métaux, quoiqu'à un degré beaucoup moindre : avec les enduits tels que le suif et le saindoux on ne les observe presque jamais, attendu que ces enduits ne pouvant être exprimés aussi facilement que l'huile, le frottement après un contact prolongé est le même que pendant le mouvement. Il me semble que cette différence même confirme tout-à-fait l'explication précé-

dente. J'ai cru devoir entrer dans quelque détail à ce sujet, parce qu'il montre combien il importait d'observer par des moyens précis, et sur une longueur suffisante, la loi du mouvement, et c'est faute d'avoir satisfait à cette condition, que Coulomb a obtenu des résultats que les nouvelles expériences démentent. La même observation s'applique bien plus justement encore aux expériences dont M. G. Rennie, de la Société royale de Londres, a publié les résultats en juin 1829, dans les *Transactions philosophiques* de cette Société. Il paraît en effet que dans ces expériences la course totale des surfaces glissantes n'excédait pas $4^{po}\frac{1}{2}$ (mesure anglaise), ou $0^{m},038$.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

4e, 6e, 10e, 11e et 13e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions ;

15e expérience, courbe du mouvement.

TABLEAU LXIX.

108. *Expériences sur le frottement de l'acier en mouvement sur du fer.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{r\,d\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0336	Suif.	502,61	61,25	56,69	9,10	0,219	45,48	0,090	1,14	
2	*id.*	*id.*	502,61	85,25	75,30	3,12	0,641	42,48	0,084	1,96	
3	*id.*	*id.*	502,61	85,25	75,98	3,55	0,563	47,14	0,093	1,83	
4	*id.*	*id.*	502,61	109,25	94,56	2,42	0,826	52,25	0,105	2,19	
							Moyenne. . .		0,093		
5	*id.*	Saindoux.	502,61	61,25	56,19	4,40	0,454	32,91	0,066	1,63	
6	*id.*	*id.*	502,61	85,25	75,37	3,16	0,632	42,90	0,085	1,95	
7	*id.*	*id.*	502,61	85,25	74,74	2,84	0,704	38,68	0,076	2,05	
							Moyenne. . . .		0,076		

Observations. Il n'a pas été possible de faire glisser de l'acier sur du fer parallèlement à leurs fibres sans que les surfaces ne se sillonnassent profondément; ce qui altérait la loi du mouvement.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

4e et 7e expériences, courbes du mouvement.

TABLEAU LXX.

109. *Expériences sur le frottement du bronze en mouvement sur le fer.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil		mèt.	
1	0,0344	Sans enduit.	502,44	133,25	118,38	3,30	0,606	85,34	0,169	1,92	
2	*id.*	*id.*	502,44	133,25	117,81	3,08	0,649	84,56	0,168	1,97	
3	*id.*	*id.*	502,44	157,25	130,45	1,76	1,136	72,26	0,145	2,62	
4	*id.*	*id.*	502,44	157,25	135,15	2,36	0,847	91,76	0,182	2,16	
							Moyenne....		0,161		
5	*id.*	Suif.	502,44	85,25	76,10	3,64	0,549	47,98	0,095	1,80	
6	*id.*	*id.*	502,44	109,25	93,83	2,24	0,892	48,13	0,095	2,18	
7	*id.*	*id.*	2002,25	157,25	149,39	» »	» »	149,39	0,074	» »	mouv. lent.
8	*id.*	*id.*	2002,25	253,25	230,90	5,20	0,384	152,52	0,076	1,58	
9	*id.*	*id.*	2002,25	253,25	228,22	4,04	0,495	127,19	0,063	1,72	
10	*id.*	*id.*	2002,25	313,25	282,39	4,08	0,490	182,39	0,091	1,71	
11	*id.*	*id.*	2002,25	313,25	277,98	3,16	0,633	148,79	0,074	1,95	
							Moyenne....		0,081		
12	*id.*	Saindoux et plombagine.	2002,25	313,25	279,59	3,44	0,581	161,01	0,080	1,90	
13	*id.*	*id.*	2002,25	343,25	307,94	3,72	0,538	198,05	0,098	1,80	
							Moyenne....		0,089		
14	*id.*	Huile.	502,44	85,25	74,07	2,56	0,781	34,06	0,068	2,17	
15	*id.*	*id.*	502,44	97,25	82,40	2,00	1,00	31,17	0,062	2,26	
16	*id.*	*id.*	502,44	109,25	93,06	2,08	0,961	43,83	0,087	2,23	
17	*id.*	*id.*	2002,25	385,25	339,62	2,88	0,694	198,04	0,094	2,06	
							Moyenne....		0,077		
18	*id.*	Surf. onct.	502,44	109,25	99,87	5,80	0,345	82,20	0,163	1,40	
19	*id.*	*id.*	502,44	133,25	118,04	3,16	0,632	85,66	0,170	1,95	
							Moyenne....		0,166		

Observations. Dans le glissement du bronze sur le fer sans enduit il se dépose sur les semelles de fer une poussière jaune très fine de limaille de bronze; les surfaces ne sont pas rayées; ce qui tient au peu de dureté du bronze.

Dans les expériences sur le glissement du bronze sur le fer avec enduit d'huile d'olives on a eu de nouveaux exemples des faits signalés au n° 107. Nous citerons entre autres une expérience où la charge du traîneau étant de $2002^k,25$, il n'a été mis en mouvement, après quelques minutes de contact, que par un poids de $313^k,25$; et ce mouvement a été d'une lenteur telle, qu'il ne parcourait que $0^m,00008$ en 1^s. Dans une marche aussi lente, l'huile était exprimée, et le frottement se trouvait égal à 0,148 de la pression, c'est-à-dire à peu de choses près le même que quand les surfaces sont simplement onctueuses.

Si l'on remarque de plus que la 17e expérience du tableau ci-dessus, faite sous la pression de $2002^k,25$, et qui a été répétée deux fois, a donné pour le rapport du frottement à la pression une valeur plus grande que celles où la charge n'était que de 500 kilogrammes, on en conclura que si l'huile est en général pour les métaux un enduit préférable au suif et au saindoux, le faible avantage que son emploi offre sous les petites pressions disparaît pour les grandes; ce qui tient encore évidemment à la fluidité de cet enduit. On observe en effet dans les machines bien entretenues, que les praticiens n'emploient l'huile que pour les axes ou les pièces soumises à de faibles pressions.

L'emploi du mélange de saindoux et de plombagine ne paraît offrir aucun avantage sur celui des autres enduits.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec

ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

6e expérience, courbe du mouvement et courbe des tensions ;

8e, 11e, et 16e expériences, courbes du mouvement.

TABLEAU LXXI.

110. *Expériences sur le frottement du bois de gaïac en mouvement sur du bronze.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0273	Suif.	502,25	49,25	45,77	11,20	0,178	36,66	0,073	1,03	
2	*id.*	*id.*	502,25	61,25	56,35	7,32	0,273	42,37	0,083	1,27	
3	*id.*	*id.*	502,25	85,25	75,76	3,40	0,588	45,66	0,090	1,90	
							Moyenne....		0,082		
4	*id.*	Huile d'oliv.	502,25	49,25	44,62	5,04	0,396	24,35	0,048	1,55	
5	*id.*	*id.*	502,25	61,25	54,44	3,52	0,568	25,33	0,054	1,84	
6	*id.*	*id.*	502,25	85,25	73,35	2,32	0,864	29,11	0,058	2,16	
							Moyenne....		0,053		
7	*id.*	Surf. onct.	502,25	85,25	79,46	12,[illegible]	0,165	71,01	0,141	0,98	
8	*id.*	*id.*	502,25	85,25	79,93	17,[illegible]	0,111	74,25	0,147	0,89	
9	*id.*	*id.*	502,25	133,25	115,92	2,52	0,790	75,43	0,150	2,18	
							Moyenne....		0,146		

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1re, 3e, 4e, 5e et 6e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU LXXII.

111. *Expériences sur le frottement du cuir de bœuf, à plat, en mouvement sur du bronze.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0386	Suif.	217,55	49,25	46,79	» »	» »	46,79	0,215	» »	Mouv. très lent.
2	*id.*	*id.*	217,55	73,25	65,60	3,88	0,615	54,19	0,249	1,75	
3	*id.*	*id.*	217,55	97,25	81,31	1,80	0,111	56,71	0,260	2,72	
								Moyenne....	0,241		
4	*id.*	Huile.	217,55	73,25	62,94	2,32	0,862	43,87	0,201	2,17	
5	*id.*	*id.*	217,55	73,25	62,21	2,08	0,961	40,93	0,188	2,28	
6	*id.*	*id.*	217,55	97,25	74,84	1,28	1,562	40,24	0,185	3,05	
								Moyenne....	0,191		
7	*id.*	Le cuir onct.	217,55	73,25	65,93	4,24	0,471	55,50	0,255	1,69	
8	*id.*	Le bronze mouillé d'eau	217,55	97,25	69,42	2,80	0,714	69,42	0,319	2,12	
								Moyenne...	0,287		

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1re expérience, courbe des tensions;

2e et 7e expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions;

4e expérience, courbe du mouvement.

TABLEAU LXXIII.

112. *Expériences sur le frottement du cuir, de champ, en mouvement sur du bronze.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rdv}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0042	Suif.	136,90	23,80	21,49	5,30	0,371	16,32	0,120	1,48	
2	*id.*	*id.*	136,90	23,80	21,73	8,00	0,250	18,25	0,133	1,23	
3	*id.*	*id.*	218,31	49,25	44,52	4,80	0,416	35,26	0,161	1,58	
							Moyenne ...		0,138		
4	*id.*	Huile.	136,90	23,80	21,49	5,30	0,371	16,32	0,120	1,49	
5	*id.*	*id.*	136,90	23,80	21,73	8,00	0,250	18,25	0,133	1,23	
6	*id.*	*id.*	136,90	35,80	30,35	2,21	0,904	17,74	0,130	2,18	
7	*id.*	*id.*	136,90	35,80	31,22	2,92	0,684	21,67	0,158	2,03	
							Moyenne....		0,135		
8	*id.*	Cuir onct., bronze mouillé.	136,90	35,80	32,94	8,00	0,250	29,62	0,217	1,23	
9	*id.*	*id.*	136,90	47,80	42,31	3,40	0,588	34,11	0,249	1,90	
10	*id.*	*id.*	136,90	47,80	43,02	4,40	0,454	36,68	0,267	1,63	
							Moyenne....		0,244		

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

3ᵉ et 8ᵉ expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions.

TABLEAU LXXIV.

113. *Expériences sur le frottement de la fonte en mouvement sur du bronze.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		met	
1	0,036	»	1004,6	193,25	177,72	6,64	0,301	147,02	0,146	1,34	
2	id.	»	1004,6	241,25	214,08	3,16	0,632	149,62	0,148	1,95	
							Moyenne....		0,147		
3	id.	Suif.	1004,6	127,25	117,26	7,20	0,277	89,00	0,088	1,30	
4	id.	id.	1004,6	145,25	130,62	4,00	0,500	79,62	0,079	1,73	
5	id.	id.	1004,6	193,25	171,03	3,00	0,666	103,03	0,092	1,99	
6	id.	id.	2000,6	289,25	261,28	4,24	0,471	165,24	0,082	1,67	
7	id.	id.	2000,6	349,25	308,22	3,00	0,066	172,42	0,086	1,99	
							Moyenne....		0,085		
8	id.	Saindoux	509,41	73,28	63,92	2,72	0,735	31,76	0,062		
9	id.	id.	509,41	91,25	78,83	2,40	0,833	35,57	0,069		
10	id.	id.	509,41	91,26	80,60	2,68	0,747	41,81	0,082		
11	id.	id.	1498,76	211,25	188,77	3,52	0,568	102,05	0,067		
12	id.	id.	1498,77	247,25	216,30	2,64	0,757	94,84	0,063		
13	id.	id.	1498,76	247,25	215,72	2,56	0,781	96,39	0,064		
14	id.	id.	1498,76	271,25	238,67	2,84	0,704	131,11	0,087		
							Moyenne....		0,07[illegible]		
15	id.	Huile d'oliv.	1004,6	145,25	128,31	3,00	0,666	60,28	0,060	1,99	
16	id.	id.	1004,6	133,25	121,49	5,34	0,374	83,35	0,083	1,49	
17	id.	id.	1004,6	169,25	147,20	2,50	0,800	65,60	0,065	2,19	
18	id.	id.	2000,6	289,25	255,46	2,96	0,675	117,78	0,059	2,04	
							Moyenne....		0,067		
19	id.	Surf. onct.	1004,6	193,25	175,48	4,80	0,417	132,95	0,132	1,58	
20	id.	id.	1004,6	241,25	210,76	2,60	0,769	132,32	0,132	2,21	
							Moyenne....		0,132		

Observations. On remarquera que, d'après les résultats du tableau ci-dessus, le frottement entre la fonte et le bronze sans enduit paraît être sensiblement plus grand quand le second de ces métaux glisse sans enduit sur le premier, que dans le cas inverse. Cela tient sans doute à ce que le bronze étant plus tendre que la fonte, il se produit plus de poussière métallique quand il glisse sur la fonte, que quand ce dernier métal parcourt les pièces de bronze.

Lorsque l'on emploie des enduits, toute différence paraît cesser, et le frottement reste le même, quel que soit celui des deux métaux qui glisse sur l'autre.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2[e], 5[e], 7[e], 8[e] et 10[e] expériences, courbes du mouvement.

TABLEAU LXXV.

114. *Expériences sur le frottement du fer en mouvement sur le bronze.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rdw}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0319	Sans enduit.	505,75	97,25	88,99	5,96	0,335	71,73	0,141	1,40	
2	id.	id.	505,75	145,25	126,36	2,52	0,793	85,48	0,169	2.18	
3	id.	id.	505,75	193,25	158,73	1,55	1,291	92,29	0,182	2,68	
4	id.	id.	505,75	193,25	160,85	1,69	1,179	100,05	0,197	2,71	
							Moyenne....		0,172		
5	id.	Suif.	505,75	49,25	46,79	» »	» »	46,79	0,092	» »	Mouv. très lent.
6	id.	id.	505,75	73,25	67,92	9,00	0,222	56,48	0,111	1,14	
7	id.	id.	505,75	85,25	77,55	5,20	0,384	57,75	0,114	1,48	
8	id.	id.	505,75	85,25	77,10	4,60	0,434	54,88	0,108	1,70	
9	id.	id.	505,75	97,25	86,12	3,20	0,625	53,90	0,106	1,94	
10	id.	id.	2803,57	457,25	407,99	3,40	0,588	240,02	0,086	1,89	
							Moyenne....		0,103		
11	id.	Saindoux.	505,75	85,25	75,58	3,28	0,609	44,19	0,087	1,91	
12	id.	id.	2803,75	457,25	399,35	2,56	0,781	176,15	0,063	2,17	
							Moyenne....		0,075		
13	id.	Huile d'oliv.	505,75	79,25	70,46	3,44	0,581	40,51	0,080	1,88	
14	id.	id.	505,75	85,25	74,20	2,61	0,766	34,70	0,068	2,12	
15	id.	id.	505,75	85,25	74,90	2,96	0,675	40,11	0,079	2,03	
							Moyenne....		0,078		
16	id.	Cambouis	1999,57	385,25	356,59	8,12	0,246	306,59	0,153	1,24	
17	id.	id.	1999,57	457,25	415,99	4,88	0,409	332,86	0,166	1,57	
18	id.	id.	1999,57	517,25	468,33	4,40	0,454	376,06	0,187	1,72	
							Moyenne....		0,168		
19	id.	Surf. onct.	505,75	79,25	75,29	» »	» »	75,29	0,148	» »	Mouv. très lent.
20	id.	id.	505,75	103,25	96,19	9,72	0,205	85,62	0,169	1,10	
21	id.	id.	505,75	103,25	95,19	8,00	0,250	82,38	0,162	1,28	
							Moyenne....		0,160		

Observations. Le tableau ci-dessus montre que dans la plupart des cas le frottement est sensiblement le même, soit que le fer glisse sur le bronze, ou le bronze sur le fer.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

1[re], 3[e], 12[e] et 21[e] expériences, courbes du mouvement ;

9[e], 11[e], 15[e] et 20[e] expériences, courbes du mouvement et courbes des tensions ;

5[e] et 19[e] expériences, courbes des tensions.

TABLEAU LXXVI.

115. *Expériences sur le frottement de l'acier en mouvement sur le bronze.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rdv}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0336	Sans enduit.	1002,87	217,25	196,06	4,20	0,476	147,42	0,146	1,68	
2	*id.*	*id.*	1002,87	217,25	194,35	3,96	0,555	137,64	0,137	1,73	
3	*id.*	*id.*	1002,87	265,25	235,97	3,28	0,609	173,74	0,173	1,92	
							Moyenne....		0,152		
4	*id.*	Suif.	1002,87	97,25	88,74	5,50	0,359	58,06	0,052	1,44	
5	*id.*	*id.*	1002,87	146,25	128,34	3,04	0,657	61,21	0,061	1,98	
6	*id.*	*id.*	1002,87	121,25	109,51	4,36	0,458	62,70	0,062	1,64	
7	*id.*	*id.*	1002,87	121,25	108,16	3,52	0,568	50,11	0,050	1,87	
							Moyenne....		0,056		
8	*id.*	Saindoux et plombagine.	1002,87	145,25	129,25	3,36	0,595	68,44	0,068	1,91	
9	*id.*	*id.*	1002,87	169,25	147,92	2,64	0,757	70,57	0,070	2,22	
10	*id.*	*id.*	1002,87	169,25	146,86	2,42	0,826	62,45	0,062	2,14	
							Moyenne....		0,067		
11	*id.*	Huile.	1002,87	121,25	108,16	3,52	0,568	50,11	0,050	1,87	
12	*id.*	*id.*	1002,87	145,25	126,36	2,52	0,793	45,32	0,045	2,18	
13	*id.*	*id.*	1002,87	145,25	127,51	2,80	0,714	54,54	0,054	2,07	
14	*id.*	*id.*	1002,87	145,25	128,02	2,96	0,679	58,63	0,058	2,02	
15	*id.*	*id.*	1002,87	169,25	146,50	2,36	0,847	59,94	0,059	2,16	
							Moyenne....		0,053		
16	*id*	Cambouis	1002,87	145,25	133,87	7,22	0,277	105,57	0,105	1,29	
17	*id.*	*id.*	1002,87	241,25	219,75	5,00	0,400	178,88	0,178	1,54	
18	*id.*	*id.*	1002,87	241,25	216,44	3,76	0,531	162,18	0,161	1,78	
							Moyenne....		0,170		

Observations. Il paraît, d'après les résultats ci-dessus, que le frottement de l'acier sur le bronze est à peu près le même que celui de la fonte sur le bronze, quand il n'y a pas d'enduit, et un peu plus faible avec les enduits de suif et d'huile d'olives.

Lorsqu'il n'y a pas d'enduit, on observe encore la formation d'une poussière jaune de bronze provenant de l'usure des surfaces.

Dans le glissement de l'acier sur du bronze avec enduit d'huile d'olives, on a remarqué des exemples de la lenteur avec laquelle le traîneau se met en marche au commencement de la course, tout-à-fait analogues à ce qui a été signalé au n° 107. Dans une expérience où la pression était de 1002k,87, et le poids moteur de 97k25, le contact ayant duré quelque temps, le traîneau s'est mis en marche d'une manière presque imperceptible, et il a parcouru les sept premiers centimètres de sa course en 233″, ce qui correspond à une vitesse moyenne de 0m,0003 en 1″. Les surfaces étant ramenées à un état voisin de l'onctuosité par l'expulsion de l'huile, le frottement était dans cette portion de la course égal à 0,092 de la pression, tandis que dans la partie moins lente de ce mouvement on le trouve égal à 0,053 moyennement. L'explication de cette différence a été donnée au n° 107.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2e, 3e, 6e, 8e, 11e, 13 et 17e expériences, courbes du mouvement.

TABLEAU LXXVII.

116. *Expériences sur le frottement du bronze en mouvement sur le bronze.*

NUMÉROS des expériences.	Étendue de la surface de contact.	NATURE de l'enduit.	Pression Q.	POIDS moteur pendant le mouvement P.	TENSION de la corde pendant le mouvement T.	Paramètre 2C.	FORCE accélératrice $\frac{rd\omega}{dt}=\frac{2}{2C}$	Frottement F.	RAPPORT du frottement à la pression $\frac{F}{Q}$.	VITESSE du mouvement accéléré à trois mètres de course.	OBSERVATIONS.
	m. c.		kil.	kil.	kil.	mèt.	kil.	kil.		mèt.	
1	0,0336	Sans enduit.	503,67	109,25	106,71	9,51	0,210	95,93	0,190	1,14	
2	id.	id.	503,67	133,25	122,55	6,76	0,295	107,41	0,213	1,30	
							Moyenne....		0,201		
3	id.	Huile.	503,48	85,25	76,61	2,40	0,833	30,82	0,061	2,15	
4	id.	id.	503,48	97,25	81,61	1,84	1,080	26,21	0,052	2,54	
5	id.	id.	503,48	109,25	90,69	1,70	1,176	30,36	0,060	2,64	
							Moyenne....		0,058		
6	id.	Surf. onct.	503,48	85,25	77,62	5,32	0,375	58,38	0,115	1,48	
7	id.	id.	503,48	109,25	98,67	4,44	0,454	75,37	0,149	1,75	
8	id.	id.	503,48	109,25	97,69	3,68	0,543	69,83	0,138	1,80	
							Moyenne....		0,134		

Observations. Dans le glissement du bronze sur le bronze sans enduit on a observé, comme pour les autres métaux, la formation d'une poussière métallique très fine provenant de l'usure des surfaces. Le frottement paraît dans ce cas être plus grand que quand la fonte, le fer ou l'acier glissent sans enduit sur le bronze.

Mais quand il y a un enduit le frottement est sensiblement le même que pour les autres métaux.

Comme exemples et preuves à l'appui, je dépose avec ce Mémoire les courbes minutes de plusieurs expériences du tableau ci-dessus, savoir :

2e, 3e et 8e expériences, courbes du mouvement.

Résultats généraux des expériences sur le frottement des surfaces planes, lorsqu'elles ont été quelque temps en contact.

117. J'ai fait beaucoup moins d'expériences sur le frottement des surfaces après un contact prolongé, que pendant le mouvement, parce que le second cas étant le plus important et celui où il était le plus difficile de constater les lois, il a d'abord appelé toute mon attention. Cependant les résultats rassemblés dans le premier Mémoire et ceux que j'y joins aujourd'hui suffisent pour montrer que les lois établies pour le glissement des bois sur le chêne sans enduit subsistent pour celui des autres bois et des métaux avec ou sans enduit.

Nous voyons en effet, qu'après une certaine durée du contact, ordinairement assez courte, le frottement est :

1°. Proportionnel à la pression ;

2°. Indépendant de l'étendue de la surface en contact.

L'appareil avec lequel ont été faites ces expériences n'étant pas disposé convenablement pour observer l'effort nécessaire pour détacher des surfaces en contact depuis un instant très court, je n'ai pas pu rechercher la loi de l'accroissement du frottement en fonction du temps ; tout ce que j'ai pu constater, c'est qu'il atteint ordinairement son *maximum* au bout de quelques minutes, surtout quand les surfaces ne sont pas garnies d'enduit ou sont seulement onctueuses. Lorsqu'il existe entre ces surfaces un enduit de suif ou de saindoux, les effets sont bien plus difficiles à déterminer, parce que le temps, la disposition des surfaces, la dureté de l'enduit, la porosité des corps, sont autant de causes qui contribuent, d'une manière souvent variable, à les rapprocher plus ou moins de l'état onc-

tueux, et par conséquent apportent des anomalies dans les résultats.

Il conviendra donc, lorsque l'on voudra calculer la résistance provenant du frottement des bois sur les bois et sur les métaux avec enduit de graisse, après un contact prolongé, de regarder les surfaces comme parvenues à l'état onctueux, et l'on aura ainsi une limite supérieure de cette résistance.

Quant au frottement des métaux les uns sur les autres sans enduit, ou quand les surfaces sont simplement onctueuses, il paraît être, ainsi que Coulomb l'a observé, le même après un contact prolongé, que pendant le mouvement; et quand il y a interposition d'enduit de suif et de saindoux, le rapport du frottement à la pression est sensiblement le même pour tous les métaux, et égal à

0,10.

Lorsque l'enduit est de l'huile d'olives, qui est facile à exprimer, quand le contact aura duré quelques minutes, et surtout si les surfaces ne sont pas très étendues, on obtiendra la limite supérieure de ce rapport en les regardant comme onctueuses et en lui assignant la même valeur que pendant le mouvement.

Dans les expériences sur le frottement des différens bois sur l'orme sans enduit, on a observé, de même qu'en 1831, qu'un léger ébranlement suffisait pour produire le départ dès que l'effet exercé par la corde était égal au frottement pendant le mouvement. Mais dans le frottement des métaux les uns sur les autres avec ou sans enduit, cet effet des vibrations n'est plus sensible; ce qui tient sans doute à ce que cette résistance est exactement ou à peu près la même après un contact prolongé que pendant le mouvement.

Quant aux corps très compressibles, tels que le chanvre en brins et le cuir, secs ou mouillés, les ébranlemens des supports ne paraissent avoir aucune influence sur le départ.

Le cas où il est le plus important de rechercher la valeur et les lois du frottement après un contact prolongé, est celui ou des bois ou des pierres glissent sur des pierres, et je me propose d'examiner cette question avec tout le soin convenable dans les expériences que je compte faire en 1833.

TABLEAU LXXVIII.

118. *Frottement des bois sur les bois, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

INDICATION des surfaces EN CONTACT.	DISPOSITION des FIBRES.	ÉTENDUE de la surface de CONTACT	ÉTAT des SURFACES.	PRESSION.	EFFORT nécessaire pour produire le départ ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.		DURÉE du CONTACT au moment du départ.
							VALEUR moyenne quand le frottement a atteint son maximum.	
		mèt.		kil.	kil.			
Chêne sur chêne.	Parallèles......	0,126	Enduites de savon sec......	491,91	212,09	0,431	0,44	20′
id.........	*id*........	*id*....	*id*........	1032 »	472,38	0,457		20′
id.........	*id*........	*id*....	Enduites de suif.	798,10	130,91	0,164	0,164	20′
id.........	*id*........	*id*....	Onctueuses....	791,90	251,99	0,320	» »	4 à 5′
id.........	*id*........	*id*....	*id*........	1199,90	468,59	0,391	0,390	20′
Chêne sur chêne.	Perpendicul. ..	0,088	Enduites de suif.	493,15	125,21	0,254	0,254	20′
id.........	*id*.	*id*....	Onctueuses....	493,15	155,09	0,314	0,314	20′
id.........	Bois debout sur bois à plat...	0,059	Sans enduit....	431,50	117,08	0,271	0,271	20′
Hêtre sur chêne.	Parallèles......	0,034	Enduites de saindoux...	240,80	79,61	0,330	0,330	20′
id.........	*id*........	*d*....	Onctueuses....	189,49	56,80	0,300	0,300	20′
Orme sur chêne.	Parallèles......	0,1243	Enduites de saindoux...	498,04	137,99	0,277	0,277	20′
id.........	*id*........	*id*....	Onctueuses....	791,65	331,79	0,420	0,420	20′
id.........	*id*........	*id*....	Enduites de savon sec......	971,85	400,19	0,411	0,411	20′
id.........	*id*........	*id*....	Enduites de suif.	971,85	137,99	0,142	0,142	20′
Chanvre en brins sur chêne.....	Perpendicul. ..	»	Enduites et mouillées d'eau.	140,06	121,81	0,869	0,869	20′
Orme sur orme..	Parallèles......	0,0097	Enduites de savon sec......	1002,54	217,79	0,217	0,217	20′
Chêne sur orme	Parallèles......	0,088	Sans enduit....	200	69,35	0,346	0,376	4 à 5′
id.........	*id*........	*id*....	*id*........	201,26	80,99	0,404		4 à 5′
id.........	*id*........	*id*....	*id*........	795,07	297,59	0,377		30′
id.........	*id*........	*id*....	Enduites de suif.	995,91	177,89	0,178	0,178	20′

Observations. Si l'on compare les résultats consignés dans ce tableau avec ceux qui ont été obtenus dans quelques cas identiques par Coulomb, on y trouvera une nouvelle preuve que la différence qui existe entre eux provient, ainsi que je l'ai annoncé dans le premier Mémoire, de ce que les bois qu'il regardait comme parfaitement secs étaient légèrement onctueux. En effet prenons pour exemple le frottement du chêne sur le chêne, lorsque les fibres sont parallèles; nous avons déjà vu, par le tableau XXXVII, que la valeur du rapport du frottement à la pression, pendant le mouvement, déduite des expériences que j'ai faites avec enduit de savon sec, diffère peu de celle que Coulomb lui assigne pour le cas où il a cru les surfaces parfaitement sèches. La coïncidence est encore plus grande pour le frottement au départ, puisque nous trouvons, avec enduit de savon, identiquement pour ce rapport, la même valeur 0,44 qu'il indique pour les substances sèches. On voit même qu'après que les surfaces ont été imprégnées de suif et ensuite bien essuyées et ramenées à l'état onctueux, ce rapport atteint la valeur 0,39, peu différente de celle que l'on obtient avec du savon; ce qui confirme l'observation que nous avons faite dans le premier Mémoire, sur la grande influence que peut exercer un corps très légèrement gras, puisque du savon très dur et très sec produit sensiblement le même effet que l'onctuosité due au suif.

Nous ferons remarquer de plus, que Coulomb, en indiquant (1) que le frottement du chêne sur le chêne avec enduit de suif n'atteint son *maximum* qu'après plusieurs jours, nous paraît avoir commis une erreur. En effet si

(1) *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences*, tome X, page 187.

au bout de quelques jours cette résistance s'accroît, c'est que, par l'absorption ou l'expulsion du suif, les surfaces sont ramenées à l'état onctueux. Ce qui le prouve, c'est qu'après 20′ seulement de contact nous trouvons pour des surfaces onctueuses précisément la valeur 0,39 pour le rapport du frottement à la pression, tandis qu'il donne celle de 0,38, dans le cas où il y a enduit de suif et où le contact a duré plusieurs jours.

Dans le cas où les fibres des bandes frottantes en chêne sont perpendiculaires au sens du mouvement et des fibres des semelles en chêne, nous retrouvons encore à peu près pour le rapport du frottement à la pression, pour des surfaces onctueuses, la même valeur qu'il donne pour des surfaces sèches : nouvelle confirmation de nos conjectures sur les circonstances dans lesquelles il a opéré.

On voit enfin par la comparaison des expériences faites sur le chêne, le hêtre et l'orme glissant sur du chêne, que le savon sec produit sur le frottement, au départ, à très peu près la même diminution que l'onctuosité due au suif que l'on a essuyé après plusieurs passages.

Il résulte aussi du tableau ci-dessus, que le frottement au départ du chêne sur l'orme est bien moindre que celui que nous avons trouvé en 1832 pour l'orme glissant sur le chêne.

TABLEAU LXXIX.

119. *Frottement des métaux sur les bois, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

INDICATION des surfaces EN CONTACT.	DISPOSITION des FIBRES.	ÉTENDUE de la surface de CONTACT	ÉTAT des SURFACES.	PRESSION.	EFFORT nécessaire pour produire le départ ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression.	VALEUR moyenne quand le frottement a atteint son maximum.	DURÉE du CONTACT au moment du départ.
		m. c.		kil.	kil.			
Fer sur chêne...	Parallèles...	0,052	Enduites et mouillées d'eau......	186,31	122,77	0,658		
id.........	»	id....	id.........	312,31	163,31	0,532		
id.........	»	id....	id..........	315,51	216,61	8,686	0,649	20'
id.........	»	id....	id..........	675,51	481,64	0,712		18 heures.
id.........	»	id....	Enduites de suif...	2001,51	217,79	0,108	0,108	45'
Fonte sur chêne.	»	0,048	Enduites et mouillées d'eau......	316,48	189,20	0,598	0,646	
id.........	»	id....	id..........	676,48	470,24	0,695		
id.........	»	id....	Enduites de suif ..	502,67	46,79	0,093	0,101	20 à 30'
id.........	»	id....	id..........	1996,48	217,79	0,109		
id.........	»	0,048	Enduites d'huile d'olives........	1038,48	115,19	0,111	0,102	4 à 5'
id.........	»	id....	id..........	122,43	11,50	0,094		4 à 5'
id.........	»	id....	Enduites de saindoux.	1000,48	103,79	0,103	0,103	20'
Cuivre sur chêne.	»	0,0131	Enduites de suif...	111,84	11,21	0,100	0,095	20'
id.........	»	id....	id..........	303,84	28,31	0,090		Quelques secondes.

Observations. Après que le fer et surtout la fonte ont été quelque temps en contact avec le chêne mouillé, la surface du bois devient noire, couleur d'encre, ce qui provient sans doute d'une action chimique par suite de laquelle il se forme un gallate de fer. Lorsque les bandes glissantes sont en fer elles offrent quelques traces d'oxidation ; quand elles sont en fonte le gallate de fer les noircit en quelques endroits.

On remarquera que le rapport du frottement à la pression, après un contact prolongé, est le même pour le fer et la fonte glissant sur du chêne, et qu'il paraît avoir acquis son *maximum* en quelques minutes, puisque après 18 heures de contact il est sensiblement le même qu'au

bout de 20'. Il y a d'ailleurs lieu de croire que, par suite de la porosité du bois, l'eau est exprimée, et que les surfaces en contact ne sont qu'humides.

Le frottement des métaux sur les bois paraît aussi atteindre promptement une valeur *maximum* qui correspond précisément à celle que l'on a trouvée pour le cas où les mêmes substances sont simplement onctueuses et en mouvement les unes sur les autres. On conçoit facilement que par suite d'une durée même assez courte de contact, les enduits sont exprimés, et les surfaces ramenées à l'état onctueux. On voit en effet que la fonte, après un contact de quelques minutes, donne la même valeur pour le rapport du frottement au départ à la pression, quand l'enduit est du suif, du saindoux ou de l'huile, ou que les surfaces sont simplement onctueuses; et cette valeur commune, qui est d'environ 0,100, est sensiblement la même que celle que l'on a déduite au tableau n° 44, dans le cas de la fonte en mouvement sur du chêne, les surfaces étant onctueuses.

Dans le frottement des métaux sur le chêne mouillé, lorsque la tension de la corde était plus que suffisante pour entretenir et même accélérer le mouvement une fois produit, on a remarqué qu'un ou plusieurs ébranlemens causés par un choc sur les gîtes n'occasionaient plus le départ. Il paraît qu'alors les bois perdent, par la présence de l'eau, une portion de leur élasticité, et deviennent bien moins susceptibles d'entrer en vibration.

TABLEAU LXXX.

120. *Frottement des bois sur les métaux, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

INDICATION des surfaces EN CONTACT.	DISPOSITION des FIBRES.	ÉTENDUE de la surface de CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	PRESSION.	EFFORT nécessaire pour produire le départ ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression	RAPPORT du frottement à la pression — VALEUR moyenne quand le frottement a atteint son maximum.	DURÉE du CONTACT au moment du départ.
				kil.	kil.			
Charme sur fonte........	Parallèles...	Arêtes arrondies..	Enduites de suif....	131,62	16,91	0,128	0,131	15 à 20′
id.........	*id*.......	*id*......	*id*............	261,43	34,01	0,130		
id.	*id*.......	*id*......	*id*........ ...	501,43	68,21	0,136		
id.........	*id*..	*id*......	Enduites de saindoux...........	501,43	68,21	0,136	0,136	15 à 20′
Cuir de bœuf tanné sur fonte.	Le cuir à plat	m c. 0,0386	Enduites et mouillées d'eau.......	131,25	80,99	0,621	0,621	
id.........	Le cuir de champ...	0,0042..	*id*......	130,50	80,99	0,593	0,615	15 à 20′
id.........	*id*.......	*id*....	*id*............	270,30	172,19	0,637		
id.........	Le cuir à plat	0,0386	Enduites d'huile...	135,34	16,91	0,118	0,122	20′
id.........	*id*.......	*id*......	*id*...	505,15	63,89	0,126		
id.........	Le cuir de champ...	0,0042	*id*............	500,31	67,25	0,127	0,127	20′
id.........	Le cuir à plat	0,0386	Le cuir onctueux, la fonte mouillée d'eau.	217,15	58,19	0,267	0,267	20′
Orme sur fonte.	»	0,1243	Surfaces onctueuses.	1000,11	98,09	0,098	0,098	20′

Observations. Lorsque le charme a été quelque temps en contact sur la fonte avec enduit de suif ou de saindoux, le rapport du frottement au départ est le même que celui que nous avons trouvé pour les mêmes surfaces en mouvement l'une sur l'autre, à l'état onctueux. Ce résultat, analogue à celui que nous avons déduit du tableau LXXIX, tient encore à ce que l'enduit est exprimé par la pression prolongée, et que les surfaces sont ramenées, au moins pour leurs points en contact, à l'état onctueux, pour lequel le frottement se trouve être le même pendant le mouvement et après un certain temps de contact. Nous avons déjà obtenu le même effet pour le frottement des métaux et des bois sans enduit, par les expériences consignées dans le premier Mémoire.

Pour le cuir de bœuf tanné, posé à plat ou de champ sur la fonte mouillée d'eau, le rapport du frottement à la pression est égal à 0,615 ou 0,620 environ; avec enduit d'huile il est à peu près le même après un contact prolongé que pendant le mouvement, ainsi qu'on peut le voir en comparant le tableau ci-dessus au tableau LVIII.

TABLEAU LXXXI.

121. *Frottement des métaux sur les métaux, lorsque les surfaces ont été quelque temps en contact.*

INDICATION des surfaces EN CONTACT.	DISPOSITION des FIBRES.	ÉTENDUE de la surface DE CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	PRESSION	EFFORT nécessaire pour produire le départ ou frottement.	RAPPORT du frottement à la pression	VALEUR moyenne quand le frottement a atteint son maximum.	DURÉE du CONTACT au moment du départ.
		m. c.		kil.	kil.			
Fonte sur fonte.	»	0,036	Sans enduit...	500,93	75,29	0,153	0,162	10 à 15'
id.........	»	id...........	id........	2000,74	343,19	0,171		
id.........	»	0,036	Enduites de suif.	221,93	22,81	0,101		
id.........	»	id...........	id........	2804,74	269,09	0,099	0,100	10 à 15'
id.........	»	0,0052	id........	508,45	46,78	0,092		
Fer sur fonte...	Parallèles...	0,0319	Sans enduit....	505,77	99,99	0,197	0,194	10 à 15'
id.........	id.......	id...........	id........	1003,28	187,00	0,187		
id.........	id.......	id...........	Enduites de suif	499,96	51,11	0,102	0,101	15'
id.........	id.......	id...........	id........	2803,77	285,00	0,100		
id.........	id.......	La surface réduite à des arètes arrondies	Enduites de suif.	131,85	15,96	0,121	0,117	1 à 2'
id.........	id.......	id...........	id........	213,66	24,51	0,114		15'
id.........	id.......	0,0319	Enduites d'huile d'olives...	601,28	69,59	0,115	0,113	15'
id.........	id.......	id...........	id........	1201,28	134,19	0,111		
id.........	id.......	La surface réduite à des arètes arrondies	id........	131,85	15,96	0,121		
id.........	id.......	id...........	id........	195,18	23,12	0,112	0,118	15'
id.........	id.......	id...........	id........	399,18	48,77	0,122		
Acier sur fonte..	»	0,0336	Enduites de suif.	220,80	22,61	0,102	0,108	30'
id.........	»	id...........	id........	2800,61	320,39	0,114		
Cuivre jaune sur fonte........	»	0,0290	Enduites d'huile d'olives...	1005,25	103,79	0,103	0,103	20'
Bronze sur fonte.	»	0,0344	Enduites de suif.	226,44	22,61	0,099	0,106	20'
id.........	»	id...........	id........	502,44	56,81	0,113		
Fonte sur fer...	»	0,0319	Enduites de suif.	2000 »	200,68	0,100	0,100	20'
	»	id...........	Enduites de saindoux....	2000 »	200,68	0,100	0,100	20'
Fer sur fer......	»	0,0319	Sans enduit....	505,76	69,59	0,137	0,137	20'
id.........	»	id...........	Enduites de suif.	505,76	58,19	0,115	0,115	20'
Bronze sur fer..	»	0,0344	Enduites d'huile d'olives...	502,44	80,99	0,161		
id.........	»	id...........	id........	2002,25	297,59	0,148	0,164	20'
id.........	»	id...........	id........	502,44	92,39	0,184		
id.........	»	id...........	Onctueuses ...	502,44	86,79	0,172	0,172	20'

Observations. Si nous comparons les résultats du tableau ci-dessus avec ceux du tableau récapitulatif LXXXII, nous voyons que le frottement des métaux sur les métaux sans enduit, avec enduit de suif, ou à l'état onctueux, après un contact prolongé, est le même que celui qui a lieu pendant le mouvement. S'il paraît en être autrement pour l'huile et le saindoux, cela tient à ce que ces enduits, plus mous, sont exprimés en tout ou en partie pendant la durée du contact, et que les surfaces se trouvent rapprochées de l'état onctueux. C'est donc ce dernier état qu'on devra considérer comme la limite commune à tous les enduits, et d'après lequel on pourra déterminer la valeur *maximum* du frottement au départ.

Les expériences sur de la fonte glissant sur la fonte avec enduit de suif, et celles sur le fer glissant sur la fonte, les surfaces étant onctueuses, nous confirment que le frottement est indépendant de l'étendue de la surface de contact, et qu'il n'y a pas lieu à tenir compte de l'adhérence, ainsi que l'a fait Coulomb; ce résultat est tout-à-fait conforme à ce que nous avons trouvé en 1831. Je dois néanmoins faire remarquer, comme au n° 107, que quand la surface est réduite à des arètes arrondies, et qu'il y a un enduit, celui-ci se trouve exprimé par la pression, et les surfaces sont alors ramenées à l'état onctueux; ce qui n'implique pas contradiction avec la loi de l'indépendance de la surface.

Je répète qu'en concluant des expériences ci-dessus et de celles qui sont relatives aux surfaces en mouvement les unes sur les autres, que le frottement est indépendant de l'étendue des surfaces, je ne prétends pas étendre cette loi au cas où les pressions seraient très faibles, et comparables à la cohésion propre de l'enduit, ainsi que cela se présente dans les mécanismes d'horlogerie. J'ai opéré

au contraire en me rapprochant le plus possible des circonstances où se trouvent les machines destinées à recevoir et transmettre des efforts considérables, et c'est pour ces cas seulement qu'on doit regarder comme démontrées les lois de l'indépendance de la surface et de la vitesse.

TABLEAU LXXXII.

Frottement des surfaces planes en mouvement les unes sur les autres.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	DISPOSITION des fibres entre elles et par rapport au sens du mouvement.	RAPPORT du frottement à la PRESSION	OBSERVATIONS.
Chêne sur chêne	Enduites de savon sec	Parallèles	0,164	
id	*id.* de suif	*id.*	0,075	
id	*id.* de saindoux	*id.*	0,067	
id	Onctueuses	*id.*	0,108	
id	Sans enduit	Perpendiculaires	0,336	
id	Enduites de suif	*id.*	0,083	
id	*id.* de saindoux	*id.*	0,072	
id	Onctueuses	*id.*	0,143	
id	Sans enduit	Les fibres des bandes frottantes sont verticales; celles des semelles sont horizontales, et parallèles au sens du mouvement	0,192	
Hêtre sur chêne	Enduites de suif	Parallèles	0,055	
id	Onctueuses	*id.*	0,153	
Orme sur chêne	Enduites de savon sec	Parallèles	0,137	
id	*id.* de suif	*id.*	0,070	
id	*id.* de saindoux	*id.*	0,060	
id	Onctueuses	*id.*	0,119	
Cuir de bœuf fort, tanné, sur chêne	Sans enduit	Le cuir posé à plat sur le chêne	0,296	
Fer sur chêne	Enduites et mouillées d'eau	Parallèles	0,256	
id	Enduites de savon sec	*id.*	0,214	
id	*id.* de suif	*id.*	0,085	

Suite du tableau LXXXII.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	DISPOSITION des fibres entre elles et par rapport au sens du mouvement.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Fonte sur chêne........	Sans enduit..........	Les fibres des semelles sont parallèles au sens du mouvement. . . .	0,490	
id.............	Enduites de savon sec..	*id*.	0,189	
id.............	*id.* d'eau.......	*id*.	0,218	
id.............	*id.* de suif.......	*id*.	0,078	
id.............	*id.* de saindoux ..	*id*.	0,075	
id.............	*id.* d'huile d'oliv.	*id*.	0,075	
id.............	Onctueuses..........	*id*.	0,107	
Cuivre sur chêne.......	Enduites de suif.......	*id*.	0,069	
id.............	Onctueuses...........	*id*.	0,100	
Chanvre en brins sur chêne.................	Enduites et mouillées d'eau............	Les fils du chanvre et les fibres des semelles sont perpendiculaires entre elles.	0,332	
Orme sur orme........	Enduites de savon sec.	Parallèles............	0,139	
id..........	Onctueuses	*id*...........	0,140	
Chêne sur orme........	Sans enduit..........	Parallèles............	0,246	
id..........	Enduites de savon sec..	*id*	0,136	
id..........	*id.* de suif......	*id*..........	0,073	
id..........	*id.* de saindoux .	*id*..........	0,066	
id..........	Onctueuses.........	*id*..........	0,136	
Fonte sur orme.......	Sans enduit.........	»	0,195	
id..........	Enduites de suif......	»	0,077	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	»	0,061	
id..........	Enduites de saindoux et plombagine........	»	0,091	
id..........	Onctueuses après enduit de suif............	»	0,125	
id..........	Onctueuses après enduit de saindoux et plombagine............	»	0,137	
Fer sur orme..........	Sans enduit..........	Parallèles............	0,252	
id..........	Enduites de suif......	*id*..........	0,078	
id..........	*id.* de saindoux..	*id*..........	0,076	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	*id*..........	0,055	
id..........	Onctueuses..........	*id*..........	0,138	
Chêne sur fonte.......	Sans enduit..........	Perpendiculaires.......	0,372	
id..........	Enduites de suif.....	Parallèles............	0,080	
id..........	Onctueuses..........	*id*..........	0,168	
Orme sur fonte........	Enduites de suif.....	Les fibres de l'orme sont parallèles au sens du mouvement.	0,066	

Suite du tableau LXXXII.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	DISPOSITION des fibres entre elles et par rapport au sens du mouvement.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Orme sur fonte........	Onctueuses...........	Les fibres de l'orme sont parallèles au sens du mouvement.	0,135	
Charme sur fonte......	Sans enduit..........	Parallèles............	0,394	
id..........	Enduites de suif......	*id*..........	0,070	
id..........	*id.* de saindoux..	*id*..........	0,071	
id..........	*id.* de saindoux et plombagine........	*id*..........	0,055	
id..........	Enduites d'huile d'oliv.	*id*..........	0,068	
id..........	*id.* d'asphalte....	*id*..........	0,060	
id..........	*id.* de cambouis..	*id*..........	0,095	
id..........	Onctueuses	*id*..........	0,136	
Gaïac sur fonte.........	Enduites de suif......	Parallèles............	0,074	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	*id*..........	0,076	
id..........	Onctueuses...........	*id*..........	0,121	
Poirier sauvage sur fonte.	Sans enduit..........	Parallèles............	0,436	
id..........	Enduites de suif......	*id*..........	0,067	
id..........	*id.* de saindoux..	*id*..........	0,068	
id..........	Onctueuses...........	*id*..........	0,173	
Cuir de bœuf tanné, sur fonte..............	Sans enduit..........	Le cuir posé à plat......	0,559	
id..........	Enduites et imbibées d'eau............	*id*..........	0,365	
id..........	Enduites de suif......	*id*..........	0,159	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	*id*..........	0,133	
id..........	Le cuir onctueux, la fonte mouillée d'eau.	*id*..........	0,229	
id..........	Enduites et mouillées d'eau............	Le cuir posé de champ..	0,338	
id..........	Enduites d'huile d'oliv.	*id*..........	0,135	
Fonte sur fonte........	Sans enduit..........	»	0,152	
id..........	Enduites d'eau........	»	0,314	
id..........	*id.* de savon....	»	0,197	
id..........	*id.* de suif......	»	,100	
id..........	*id.* de saindoux.	»	0,070	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	»	0,064	
id..........	Enduites de saindoux et plombagine........	»	0,055	
id..........	Onctueuses..........	»	0,144	
Fer sur fonte	Sans enduit..........	Les fibres du fer parallèles au sens du mouvement.......	0,194	

Suite du tableau LXXXII.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	DISPOSITION des fibres entre elles et par rapport au sens du mouvement.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Fer sur fonte	Enduites de suif	Les fibres du fer parallèles au sens du mouvement	0,103	
id	*id.* de saindoux	*id*	0,076	
id	*id.* d'huile d'olives	*id*	0,066	
id	Enduites de cambouis	*id*	0,124	
Acier sur fonte	Sans enduit	*id*	0,202	
id	Enduites de suif	*id*	0,106	
id	*id.* de saindoux	*id*	0,081	
id	*id.* d'huile d'oliv.	*id*	0,079	
id	Onctueuses	*id*	0,109	
Cuivre jaune sur fonte	Sans enduit	»	0,189	
id	Enduites de suif	»	0,072	
id	*id.* de saindoux	»	0,068	
id	*id.* d'huile d'oliv.	»	0,066	
id	*id.* de cambouis	»	0,134	
id	Onctueuses	»	0,115	
Bronze sur fonte	Sans enduit	»	0,217	
id	Enduites de suif	»	0,086	
id	*id.* d'huile d'olives	»	0,077	
id	Onctueuses	»	0,107	
Chanvre en brins sur fonte	Enduites de suif	Les fils de chanvre sont perpendiculaires au sens du mouvement.	0,194	
id	*id.* d'huile d'oliv.	*id*	0,153	
Chêne sur fer	Enduites de suif	Parallèles	0,098	
id	Onctueuses	*id*	0,149	
Fonte sur fer	Enduites de suif	»	0,098	
id	*id.* de saindoux	»	0,068	
id	*id.* d'huile d'olives	»	0,063	
id	Enduites de cambouis	»	0,155	
id	Onctueuses	»	0,143	
Fer sur fer	Sans enduit	Parallèles	0,138	
id	Enduites de suif	*id*	0,082	
id	*id.* de saindoux	*id*	0,081	
id	*id.* d'huile d'olives	*id*	0,070	
id	Onctueuses	*id*	0,177	
Acier sur fer	Enduites de suif	Parallèles	0,093	
id	*id.* de saindoux	*id*	0,076	
Bronze sur fer	Sans enduit	»	0,161	
id	Enduites de suif	»	0,081	

Suite du tableau LXXXII.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	DISPOSITION des fibres entre elles et par rapport au sens du mouvement.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Bronze sur fer.........	Enduites de saindoux et plombagine........	»	0,089	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	»	0,072	
id..........	Onctueuses..........	»	0,166	
Gaïac sur bronze.......	Enduites de suif......	»	0,082	
id..........	*id.* d'huile d'olives	»	0,053	
id..........	Onctueuses..........	»	0,146	
Cuir de bœuf tanné, sur bronze............	Enduites de suif......	Le cuir posé à plat.....	0,241	
id......	*id.* d'huile d'olives.	*id*..........	0,191	
id..........	Le cuir onctueux, le bronze mouillé d'eau.	*id*....	0,287	
id..........	Enduites de suif......	Le cuir posé de champ..	0,138	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	*id*..........	0,135	
id..........	Le cuir onctueux, le bronze mouillé d'eau	*id*..........	0,244	
Fonte sur bronze.......	Sans enduit........	»	0,147	
id..........	Enduites de suif.......	»	0,085	
id..........	*id.* de saindoux...	»	0,070	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	»	0,067	
id..........	Onctueuses..........	»	0,132	
Fer sur bronze........	Sans enduit..........	»	0,172	
id..........	Enduites de suif......	»	0,103	
id..........	*id.* de saindoux...	»	0,075	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	»	0,078	
id..........	*id.* de cambouis...	»	0,168	
id..........	Onctueuses..........	»	0,160	
Acier sur bronze.......	Sans enduit..........	»	0,152	
id..........	Enduites de suif.......	»	0,056	
id..........	*id* d'huile d'olives.		0,053	
id..........	*id.* de saindoux et plombagine.......	»	0,067	
id..........	Enduites de cambouis..	»	0,170	
Bronze sur bronze......	Sans enduit..........	»	0,201	
id..........	Enduites d'huile d'oliv.	»	0,058	
id..........	Onctueuses..........	»	0,134	

TABLEAU LXXXIII.

Frottement des surfaces planes lorsqu'elles ont été quelque temps en contact.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	DISPOSITION des fibres entre elles et par rapport au sens du mouvement.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Chêne sur chêne.	Enduites de savon sec. .	Parallèles.	0,440	
id.	*id.* de suif.	*id*.	0,164	
id.	Onctueuses.	*id*.	0,390	
id.	Enduites de suif	Perpendiculaires.	0,254	
id.	Onctueuses.	*id*.	0,314	
id.	Sans enduit.	Bois debout sur bois à plat.	0,271	
Hêtre sur chêne.	Onctueuses.	Parallèles.	0,330	
Orme sur chêne.	*id*.	*id*.	0,420	
id.	Enduites de savon sec. .	*id*	0,411	
id.	*id.* de suif	*id*.	0,142	
Chanvre en brins sur chêne.	Enduites et mouillées d'eau.	Perpendiculaires.	0,869	
Orme sur orme.	Enduites de savon sec. .	Parallèles.	0,217	
Chêne sur orme.	Sans enduit.	*id*.	0,376	
id.	Enduites de suif.	*id*.	0,178	
Fer sur chêne	*id.* et mouillées d'eau.	*id*.	0,649	
id.	Enduites de suif.	*id*.	0,108	
Fonte sur chêne.	Enduites et mouillées d'eau.	»	0,646	
id.	Enduites de suif.	»	0,100	
id.	*id.* d'huile d'olives.	»	0,100	
id.	Onctueuses.	»	0,100	
id.	*id.* de saindoux.	»	0,100	
Cuivre sur chêne.	Enduites de suif.	»	0,100	
Charme sur fonte.	*id*.	Parallèles.	0,131	
id.	*id.* de saindoux. . .	*id*.	0,136	
Cuir de bœuf tanné, sur fonte.	Enduites et mouillées d'eau.	Le cuir à plat.	0,621	
id.	*id*.	Le cuir de champ.	0,615	
id.	Enduites d'huile d'oliv.	Le cuir à plat.	0,122	
id.	*id*.	Le cuir de champ.	0,127	
id.	Le cuir onctueux, la fonte mouillée d'eau.	Le cuir à plat.	0,267	

Suite du tableau LXXXIII.

INDICATION des SURFACES EN CONTACT.	ÉTAT des SURFACES.	DISPOSITION des fibres entre elles et par rapport au sens du mouvement.	RAPPORT du frottement à la PRESSION.	OBSERVATIONS.
Orme sur fonte.	Onctueuses...........	Parallèles...........	0,098	
Fonte sur fonte	Sans enduit..........	»	0,162	
id..........	Enduites de suif......	»	0,100	
Fer sur fonte..........	Sans enduit...........	»	0,194	
id..........	Enduites de suif.......	»	0,100	
id..........	*id.* d'huile d'olives.	»	0,113	
id....... ...	Onctueuses...........	»	0,118	Il en est de même quand les surfaces sont réduites à des arêtes arrondies.
Acier sur fonte....... .	Enduites de suif.......	»	0,108	
Cuivre jaune sur fonte..	*id*..........	»	0,103	
Bronze sur fonte.......	*id*..........	»	0,106	
Fonte sur fer..........	*id*..........	»	0,100	
id..........	*id.* de saindoux...	»	0,100	
Fer sur fer............	Sans enduit..........	»	0,137	
id..........	Enduites de suif.......	»	0,115	
Bronze sur bronze......	*id.* d'huile d'olives ou onctueuses.......	»	0,164	

FIN DU 2e MÉMOIRE SUR LE FROTTEMENT.

NOTE

Sur l'influence que la résistance des galets de direction peut exercer sur la marche du traîneau.

On a vu au n° 68 que, d'après des observations répétées, l'effort *maximum* qu'il suffit d'exercer pour faire appuyer les galets sur l'un ou l'autre des guides, quand le traîneau est en mouvement, est au plus de 25 kilogrammes.

Le diamètre des galets est égal à............ .. $0^m,241$,

Le diamètre de leur axe est égal à............. $0^m,0055$.

Cet axe est en acier et tourne sur des coussinets du cuivre jaune, il était constamment enduit d'huile d'olives, et nous pouvons admettre, d'après le tablau LXXXII, que le rapport du frottement à la pression est pour cet axe égal à 0,06. D'après ces données, la résistance *maximum* que l'appareil de direction puisse opposer au mouvement du traîneau, en tenant compte du frottement de glissement des axes sur leurs coussinets et du frottement de roulement des galets sur les guides, sera donnée par la formule (1)

$$F = \frac{AP}{R} + f' \frac{Pr}{R},$$

dans laquelle

F est la résistance cherchée;

$A = 0,0035$ un coefficient constant relatif au roulement de la fonte sur le fer;

$P = 25$ kilogrammes la pression *maximum* des galets sur les guides;

$R = 0^m,1205$ le rayon des galets;

$r = 0^m,00275$ le rayon de l'axe des galets;

$f' = 0,06$ le rapport du frottement à la pression pour un axe en acier sur coussinets de cuivre.

En faisant les substitutions numériques dans cette formule, on trouve,

$$F = 0^k,725 + 0^k,334 = 0^k,759.$$

Nous négligeons d'ailleurs ici le frottement du galet sur son pivot inférieur, lequel n'étant dû qu'au poids du galet, égal à $2^k,70$, ne produit pour chacun qu'une résistance égale au plus à $0^k,00024$.

---

(1) Lithographie des leçons de machines données en 1832 aux Élèves de l'École d'application de l'artillerie et du génie, par M. Poncelet, section III, nos 46 et 47.

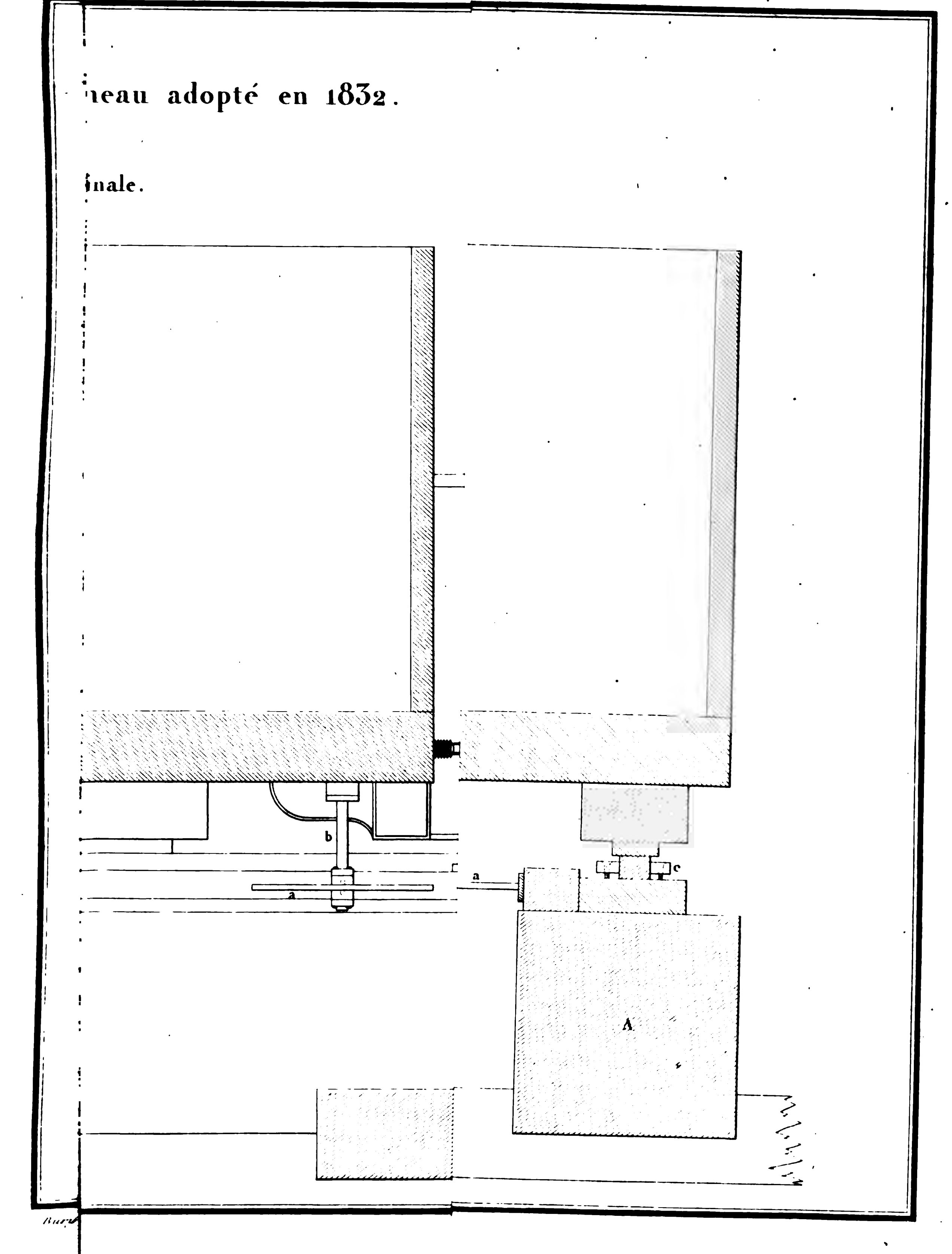
Or, dans le cas d'une pression de 2000 kilogrammes, et pour des substances pour lesquelles le rapport du frottement à la pression serait 0,07, le frottement aurait pour valeur 140 kilogrammes, et la résistance *maximum* opposée par les galets ne serait pas égale à 0,006 du frottement.

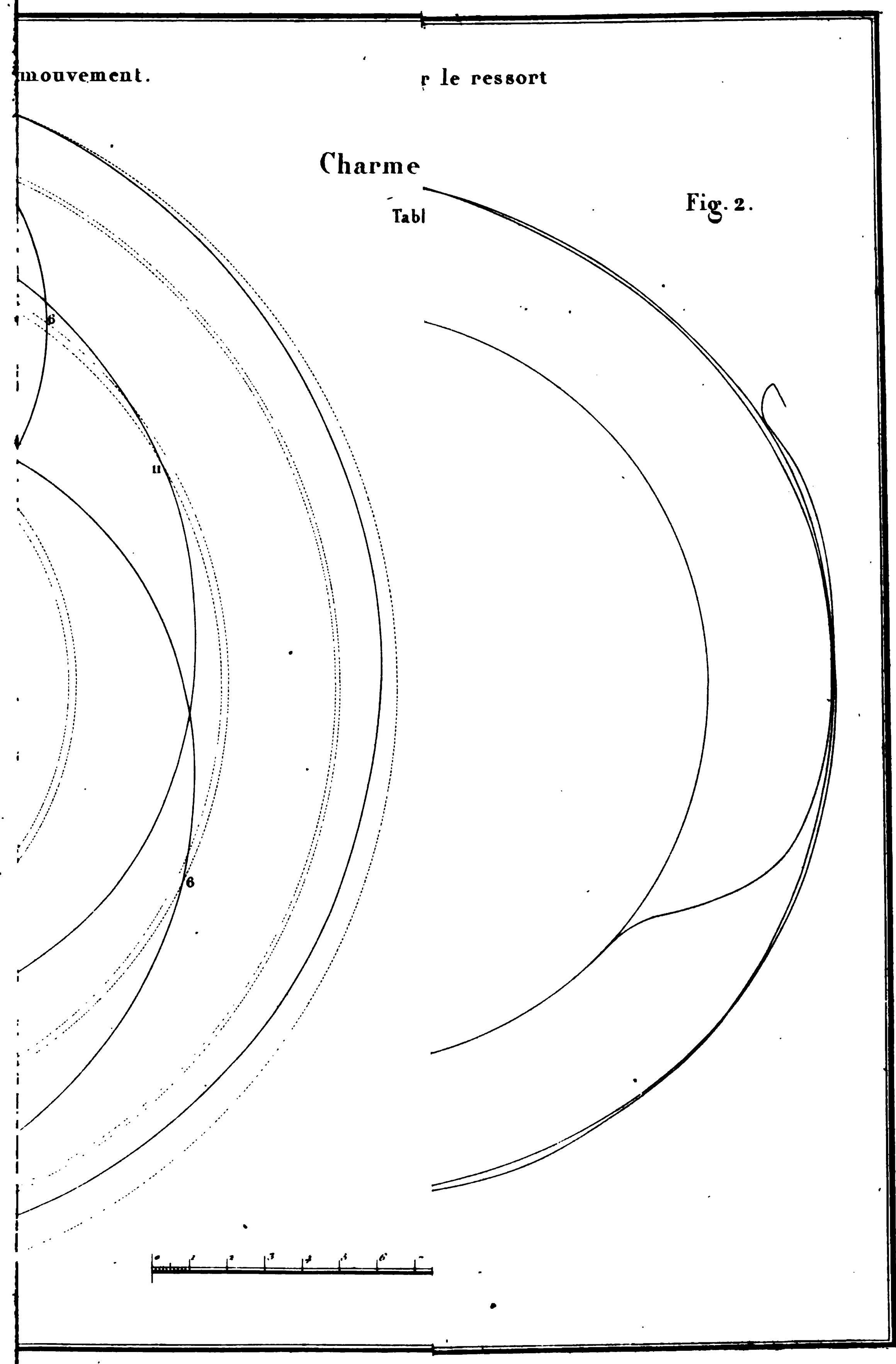
On voit donc qu'en la négligeant dans tous les cas, nous ne pouvons pas commettre une erreur comparable à celle que la nature même des expériences peut donner.

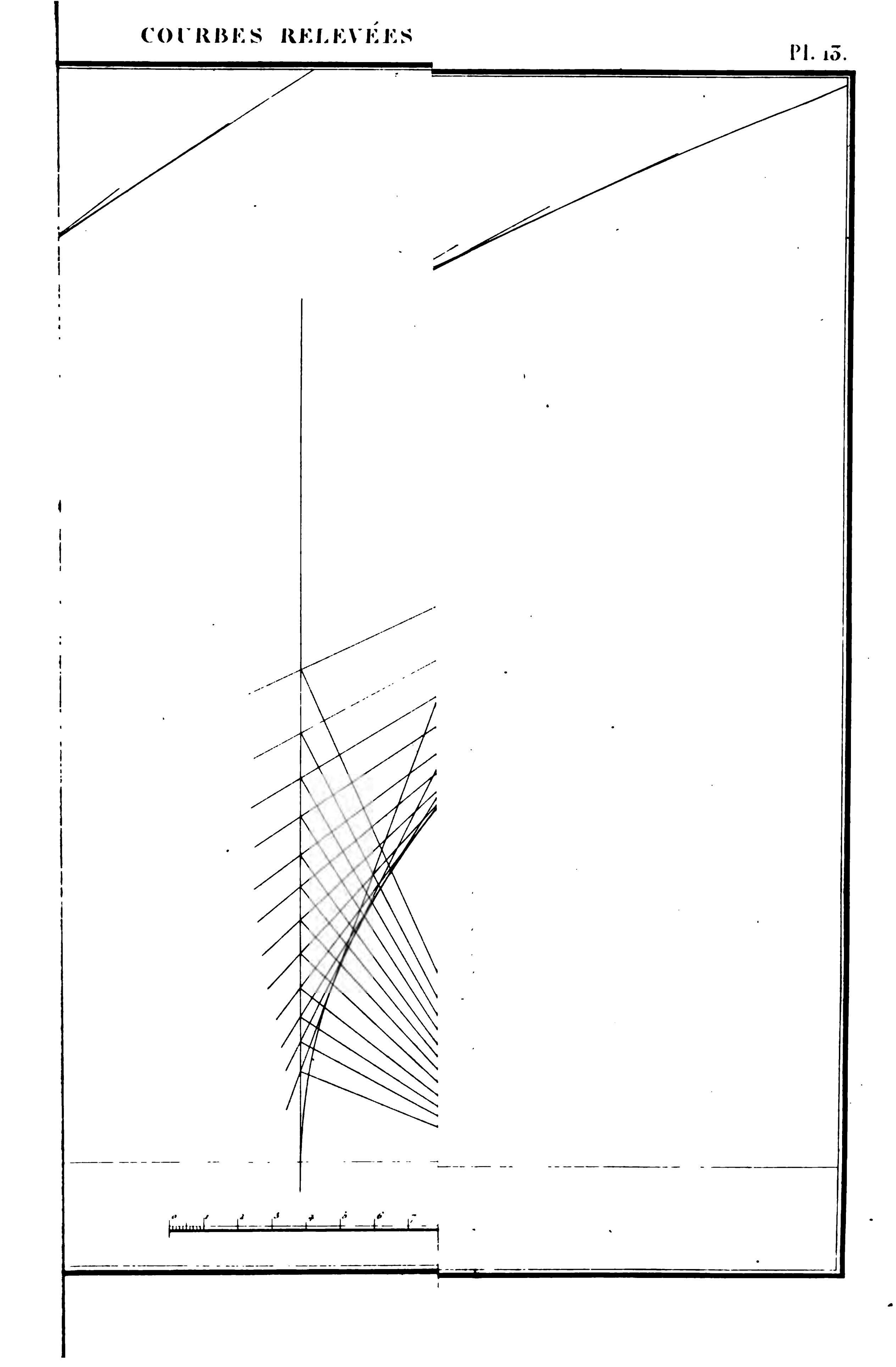
FIN DE LA NOTE.

ıeau adopté en 1832.

ınale.




mouvement.
r le ressort
Charme
Tabl
Fig. 2.
6
11
6



EXPÉRIENCES

SUR LES

ROUES HYDRAULIQUES

A AUBES PLANES,

ET SUR

LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS,

PAR

ARTHUR MORIN,

CAPITAINE D'ARTILLERIE, ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, PROFESSEUR DE MACHINES A L'ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE, MEMBRE DE L'ACADÉMIE ROYALE DE METZ.



METZ.

Mme THIEL, LIBRAIRE, RUE DU PALAIS.

PARIS.

A LA LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE ET INDUSTRIELLE DE MATHIAS, QUAI MALAQUAIS.

CARILLAN-GOEURY, QUAI DES AUGUSTINS.

1836.

RAPPORT

SUR UN MÉMOIRE AYANT POUR TITRE :

EXPÉRIENCES SUR LES ROUES HYDRAULIQUES,

PRÉSENTÉ PAR M. ARTHUR MORIN, CAPITAINE D'ARTILLERIE, PROFESSEUR A L'ÉCOLE D'APPLICATION DE METZ.

COMMISSAIRES, MM. GIRARD, NAVIER, PONCELET Rapporteur.

(Extrait des Comptes rendus de l'Académie des Sciences, séance du 12 septembre 1836.)

Nous avons été chargés, par l'Académie, MM. Girard, Navier et moi, de lui rendre compte d'un travail de M. *Morin*, qui a pour objet l'exposition de résultats d'expériences en grand, faites par lui, à diverses époques, dans la vue de constater les effets mécaniques des principales roues hydrauliques en usage. Ce travail se recommande d'autant plus à l'attention de l'Académie, qu'indépendamment de l'importance des objets dont il traite pour le progrès de notre industrie manufacturière, il a, en outre, le mérite de fournir plusieurs vérifications utiles aux théories de la science, dont d'excellents esprits dédaignent encore, de nos jours, les applications, parce que fort souvent, en effet, elles manquent du point d'appui que peut seul leur prêter le flambeau de l'expérience. M. Morin peut être rangé au nombre, encore si petit, des hommes

éminemment utiles qui se sont consacrés à l'art difficile d'interroger la nature, pour en faire tourner les enseignemens au perfectionnement de la théorie des machines. Les belles et ingénieuses expériences sur le frottement et le choc des corps, qui lui sont dues, et dont les résultats ont précédemment obtenu les suffrages de l'Académie, peuvent donner une idée du soin, du degré de précision qu'on est en droit d'attendre des nouvelles recherches expérimentales dont nous avons à vous entretenir.

Ces recherches ont principalement porté : 1° sur les roues à aubes planes, se mouvant dans un coursier circulaire et recevant le choc de l'eau entre la base et le diamètre horizontal, ce qui les a fait nommer *roues de côté* (*breast-wheels*); 2° sur les *roues à augets* qui reçoivent l'eau au sommet ou un peu au-dessous du sommet; 3° sur la vérification des formules qui ont été exposées, par l'un de nous, dans les leçons du Cours de machines de l'Ecole d'Application de Metz, pour calculer l'effet utile des roues à augets, à grande vitesse, et les pertes de force vive dues aux chocs des marteaux.

Les premières expériences entreprises pour constater les effets des roues hydrauliques, sont dues à de Parcieux (*) et à Smeaton (**), célèbre ingénieur anglais dont les travaux, quoique publiés cinq ans plus tard, paraissent dater à-peu-près de la même époque. La méthode employée dans ces expériences, faites sur de simples modèles de roues à augets et à palettes, consistait à leur faire élever des poids suspendus à une ficelle qui, au moyen d'un renvoi de poulie, venait s'enrouler sur l'arbre de la machine. Cette méthode a été employée depuis, dans des expériences analogues, par Bossut,

---

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, de 1754, pag. 603.

(**) *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent*, traduction de M. Girard, membre de l'Institut. La partie de ces recherches qui concerne les roues hydrauliques, a été présentée à la Société royale de Londres, le 24 mai 1759.

et, plus récemment encore, elle a été appliquée à des modèles de roues hydrauliques d'un autre genre; mais elle ne peut l'être, sans inconvénients, à l'appréciation du travail des grandes roues pour lesquelles on lui a généralement substitué celle qui consiste dans l'application du *frein dynamométrique*, instrument aussi simple qu'ingénieux dont M. de Prony a, le premier, fait usage en 1821, pour la mesure du travail des machines, et sur le perfectionnement duquel nous aurons bientôt à revenir.

Il est très-digne de remarque d'ailleurs, que les règles auxquelles Smeaton a été conduit par deux belles suites d'expériences, sont sensiblement d'accord avec celles qui se déduisent du principe des forces vives, dont Borda a le premier fait une exacte application aux roues hydrauliques. Malgré cette conformité et quoique Smeaton ait annoncé, dans son travail, qu'il avait eu le soin de vérifier les règles dont il s'agit dans leur application à la pratique, on ne peut cependant disconvenir que ses expériences laissaient encore beaucoup à désirer, soit sous le rapport d'une vérification plus rigoureuse des formules de la théorie, dont les coëfficients ne se trouvaient convenablement établis qu'aux environs du maximum d'effet, soit parce que ces expériences étaient, en elles-mêmes, incomplètes quant aux roues, de chaque espèce, qui reçoivent l'eau entre l'axe et le point inférieur; soit enfin à cause des différences notables que présente le dispositif des modèles employés par ce célèbre ingénieur, avec celui des puissantes roues aujourd'hui mises en usage par l'industrie.

Plusieurs savants et ingénieurs se sont occupés, dans ces derniers temps, à combler une pareille lacune, mais aucun ne l'a fait avec plus de persévérance et de succès, que M. Morin, dont les premiers travaux sur ce sujet, remontent à 1828 et 1829, époque à laquelle il fut chargé, par le ministre de la guerre, d'une mission spéciale relative à la comparaison à établir entre les différens moteurs des

usines du gouvernement et des particuliers. Les résultats des expériences qu'il entreprit à cette époque, sur la roue à augets de la belle filature de MM. Schlumberger et compagnie, à Guebwiller (Haut-Rhin), sur les roues de la fonderie de canons de Toulouse et de la manufacture d'armes de Chatellerault, se trouvent consignés dans uu Mémoire, inséré au III[e] numéro du *Mémorial de l'Artillerie*, imprimé en 1830, par les soins du comité de cette arme. Ces résultats sont également rapportés dans le travail dont nous avons à rendre compte à l'Académie, mais d'une manière sommaire et corrigés dans les chiffres qui servent à apprécier l'effet utile du moteur pour chaque cas. Ou fera remarquer, à ce sujet, que l'une des causes d'incertitude qui accompagnent l'exécution d'expériences en grand, sur les roues hydrauliques, c'est l'impossibilité de se débarrasser ou de tenir compte exactement des résistances étrangères à cet effet, et qui proviennent, dans les cas les plus favorables, tout au moins du frottement des tourillons et de la résistance de l'air.

Dans les expériences en petit, dont il a été parlé, on apprécie avec une approximation suffisante, l'influence simultanée de ces deux causes de résistance, en faisant tourner la roue à vide par l'action seule et inverse du poids, que d'abord elle avait servi à soulever, et eela de manière à lui imprimer la vitesse propre à chacune des expériences en charge : la somme de ce poids et de celui qu'avait primitivement enlevé la roue, dans les mêmes conditions de mouvement, représente alors *l'effet utile total* ou *absolu* de cette roue, tandis que le second de ces mêmes poids se rapporte uniquement à l'effet utile proprement dit, qu'on est convenu de nommer *l'effet* ou *le travail disponible*.

Dans les expériences en grand, faites au moyen du frein dynamométrique, que des dispositions locales ne permettent pas toujours d'appliquer à l'arbre même de la roue hydraulique, on obtient

l'effet disponible ou *pratique*; mais pour remonter à l'effet utile total, le seul que donnent les formules de la théorie, il est nécessaire de calculer directement les résistances étrangères d'après le résultat d'expériences d'une autre espèce, et l'on se voit même, faute de semblables expériences, obligé de négliger entièrement la résistance de l'air, qui, au surplus, ne paraît par exercer une grande influence pour les vitesses ordinaires des roues hydrauliques. Or, à l'époque où M. Morin a fait ses premières recherches sur ces roues, on ne connaissait rien de mieux que les résultats obtenus par l'illustre Coulomb, pour évaluer le frottement des machines; résultats précieux, il est vrai, mais trop incomplets pour mettre à même d'apprécier avec une suffisante exactitude, dans chaque cas, cette cause de résistance, dont on appréciera l'importance dans celui dont il s'agit, si nous disons que la roue de Guebwiller, toute construite en fer et en fonte, pèse, à elle seule, plus de 25000 kilogrammes, et porte sur des tourillons qui ont $0^{m},236$ de grosseur ou diamètre. M. Morin avait cru devoir adopter, d'après Coulomb, le coëfficient 0,12 pour évaluer le rapport du frottement des axes à la pression, mais les expériences plus précises, dont il a soumis tout récemment le résultat au jugement de l'Académie, ayant fait descendre ce coëfficient à 0,075 moyennement, pour le cas des tourillons graissés à la manière ordinaire, et même à 0,054 pour celui où l'enduit est sans cesse renouvelé, il a cru devoir refaire tous ses calculs primitifs, en adoptant le coëfficient 0,08, qui ainsi est encore plutôt trop fort que trop faible. Les nombres auxquels il est ainsi parvenu pour les effets utiles absolus des trois roues de Toulouse, de Chatellerault et de Guebwiller, sont inférieurs à ceux qu'il avait d'abord obtenus, et s'accordent aussi beaucoup mieux avec ceux des autres observateurs et des expériences qu'il a exécutées lui-même dans l'été de 1834, sur les roues d'une espèce analogue et dont il sera bientôt parlé.

En insistant, comme on vient de le faire, sur la rectification que M. Morin a fait subir au résultat de ses premières expériences, on a uniquement en vue de fixer l'attention sur les difficultés et les causes d'incertitude qui accompagnent ordinairement les expériences en grand, de cette espèce, et auxquelles il faut joindre encore l'incertitude sur le poids effectif des pièces de la machine, sur la dépense ou le volume de fluide moteur appliqué à la roue dans chaque cas; enfin, sur les indications du frein dynamométrique qui sert à mesurer le travail transmis à l'arbre ou à quelqu'un des arbres du système.

Nous avons la conviction que les poids des pièces de la machine ont été convenablement évalués par l'auteur du Mémoire qui nous occupe. Quant à la mesure des dépenses d'eau, elle ne peut guère influer que sur la valeur absolue du nombre qui, dans chaque série d'expériences, marque le rapport de l'effet utile total à celui que donne la formule, dans laquelle cette dépense entre simplement comme facteur; de plus, pour l'évaluation dont il s'agit et pour celle de la vitesse d'arrivée du liquide sur la roue, M. Morin a mis à profit, avec toute l'intelligence qu'on lui connaît dans la matière, les résultats du petit nombre d'expériences qui sont bien constatées, et qu'il a eu occasion de contrôler par des observations ou des calculs contradictoires et simultanés, établis sur la dépense des orifices. Enfin, il a apporté au frein dynamométrique dont il s'est servi en dernier lieu, des perfectionnements très-importants empruntés à M. Egen, ingénieur allemand distingué, qui, de son côté, a exécuté en 1828 et 1829, par ordre du gouvernement de Prusse, des expériences très-intéressantes sur les effets des machines hydrauliques de la Westphalie rhénane (*), expériences d'ailleurs

(*) Les résultats de ces expériences sont consignés dans un ouvrage imprimé en allemand, sous le titre : *Untersuchungen uber den effekt einiger in Rheinland-Westphalen bestehenden Wasserwerke*, von P. N. E. Egen, Berlin 1831.

dirigées dans des vues plutôt pratiques que théoriques, et que, pour ce motif même, il serait peut-être utile de publier dans notre langue.

Les perfectionnemens dont il s'agit consistent principalement à substituer, au coussinet inférieur du frein à levier de M. de Prony, une chaîne en plaques de tôle articulées, servant à embrasser l'arbre ou le manchon de friction, qui lui-même se trouve remplacé par un collier à gorge, en fonte, composé de deux parties réunies par des boulons; ce collier est assez grand pour pouvoir être ajusté sur des arbres de diverses formes et grosseurs, au moyen de longues vis de pression latérales, qui servent à le centrer, à régler l'intervalle qui sépare sa couronne de l'arbre, et qu'on a soin de garnir symétriquement de coins à faces parallèles, afin d'empêcher le glissement du collier. Ce dispositif ingénieux, qui réunit à la facilité du transport, l'avantage de pouvoir être immédiatement appliqué à toute espèce d'arbres tournants, même à ceux qui ne seraient point exactement centrés, a été décrit avec soin et sur une grande échelle, par M. Morin, qui se loue beaucoup de son usage et le recommande à tous les constructeurs et propriétaires d'usines.

Après avoir fait connaître les moyens et les précautions dont ce savant officier a usé pour assurer le succès de ses expériences, il nous reste à rendre compte des résultats qu'il en a déduits, et qui sont consignés dans dix tableaux numériques fort étendus, contenant les divers éléments de calcul, les diverses données qui peuvent intéresser la pratique ou la théorie. Trois de ces tableaux concernent les roues hydrauliques dont il a déjà été parlé comme ayant fait l'objet d'expériences entreprises dans les années 1828 et 1829; les sept autres se rapportent: 1° aux roues à augets du moulin de Senelles, près de Longwy, de l'aiguiserie de Fleur-Moulin, près de Metz, du gros marteau de forge de l'usine de la Renardière, à Framont (Vosges); 2° à la roue à aubes planes, en bois, de la

sécherie artificielle de la poudrerie de Metz, recevant l'eau par le côté, et qui est emboîtée dans une portion circulaire du coursier. Les expériences sur cette dernière roue, sont dues, en grande partie, au zèle de M. Bardin, professeur aux écoles d'artillerie, qui se recommande à plus d'un titre, à l'estime des amis de la science.

Les profils de ces quatre roues et des trois précédentes sont dessinés dans les cinq dernières planches du Mémoire. Parmi ces roues, celles qui portent des augets à la circonférence, et reçoivent l'eau vers le sommet, embrassent à-peu-près, quant aux proportions de grandeur, de vitesse et de force, tous les cas de pratique, et par conséquent les expériences dont elles ont été l'objet, ne laissent absolument rien à désirer à cet égard. Mais il n'en est pas ainsi des roues de côté, à coursier circulaire, dont aucune ne se rapporte au cas où l'eau est reçue à la surface même du réservoir, d'après le système des constructeurs anglais; M. Morin se propose de compléter, sous ce point de vue, l'objet de ses expériences aussitôt que l'occasion favorable s'en présentera (*).

Voici maintenant le résultat sommaire de la comparaison qu'il a établie entre les effets utiles directement observés, et ceux que fournit la formule théorique connue, dont il suffit ici de rappeler la décomposition en deux termes exprimant, l'un, la quantité d'action ou de travail due à la pression, au poids seul de l'eau, pendant sa descente sur la roue, l'autre, la quantité d'action due au choc de cette même eau, et qui équivaut à la moitié de la force vive transmise à la machine par ce choc.

Pour les roues à aubes planes, emboîtées exactement dans un coursier circulaire, et principalement applicables aux moyennes chutes :

1° La formule affectée du coëfficient 0,74 représente, à $\frac{1}{14}$ ou $\frac{1}{15}$

(*) Voyez la note de la page xj.

près, les résultats de l'expérience, tant que le volume d'eau dépensé ne dépasse point celui qui peut être admis librement entre les aubes ou sans déverser, et que d'ailleurs la vitesse de la roue ne dépasse pas celle d'arrivée du fluide, décomposée dans le sens de sa circonférence extérieure. Au-delà et même près de ces limites, le coëfficient dont il s'agit éprouve des variations très-fortes, qui ne permettent plus d'appliquer la formule au calcul de l'effet utile de la roue.

2° Il est avantageux de diminuer la tête d'eau, tout en conservant à la lame affluente une épaisseur de $0^m,15$ à $0^m,20$ au moins, et alors même on peut donner à la circonférence extérieure de la roue, des vitesses voisines de 2^m par seconde, sans craindre de voir l'effet utile s'affaiblir sensiblement, le deuxième terme de la formule, relatif aux forces vives, conservant alors une influence peu appréciable vis-à-vis de l'autre.

3° Enfin l'effet utile réellement disponible de ces roues est susceptible de varier, dans les circonstances favorables de vitesse, de charge et d'épaisseur de la lame d'eau, entre les 0,40 et les 0,50 de l'effet ou du travail absolu du fluide dépensé; mais M. Morin pense que, pour des roues mieux disposées que celles qui ont fait l'objet de ses expériences, et où notamment les résistances nuisibles n'exerceraient point une aussi grande influence, ce rapport pourrait s'élever à 0,60 au moins (*).

Pour les roues à augets, recevant l'eau vers le sommet et bien établies :

1° Le coëfficient de la formule théorique ne doit porter que sur

(*) Depuis la présentation du Mémoire qui fait l'objet de ce rapport, cette partie des expériences sur les roues à aubes planes a été complétée par l'auteur, au moyen de trois séries d'expériences sur les belles roues de côté de la cristallerie de Baccarat, et l'on peut voir aux chapitres IV et V que ces roues, dont les vannes sont en déversoir, rendent un effet utile, ou travail disponible, égal à 0,70 et même 0,75 du travail absolu du moteur.

le premier terme, le deuxième représentant ainsi exactement les effets dus au choc et aux pertes de force vive. Sa valeur moyenne, applicable à toutes les roues mises en expérience, est, à $\frac{1}{15}$ et même à $\frac{1}{20}$ près, 0,78, tant que les augets ne sont qu'à moitié remplis, et que la vitesse de la roue n'excède pas 2^m par seconde, si elle est petite, et $2^m,5$ si elle est grande; mais au-delà de ces limites, il devient indispensable d'abandonner la formule pour lui substituer celle dont il sera fait mention plus loin.

2° Pour les chutes de 4 à 5^m, on peut, sans crainte de diminuer sensiblement l'effet utile, adopter une charge ou tête d'eau de $0^m,4$ à $0^m,5$, dans les conditions de mouvement de la roue et de dépense d'eau dont il vient d'être parlé.

3° Enfin l'effet utile réellement disponible peut s'élever jusqu'aux 0,65 de l'effet absolu de la chute pour les petites roues, et jusqu'aux 0,70 pour les grandes, dans les conditions les plus favorables sous lesquelles, toutefois, la vitesse de la roue peut varier entre les 0,30 et les 0,75 de la vitesse de l'eau affluente, s'il s'agit d'une grande chute, et entre les 0,4 et 0,6 de cette même vitesse, s'il s'agit d'une médiocre chute, sans que, pour cela, l'effet disponible s'écarte sensiblement du maximum indiqué.

Cette dernière circonstance, que M. Morin regarde comme très avantageuse pour l'établissement des roues à augets, tient évidemment ici encore à la faible influence du deuxième terme de la formule, relatif aux forces vives, dans tous les cas où la hauteur due à la vitesse d'arrivée du fluide est petite par rapport à la chute totale.

L'exposé de ces divers résultats se trouve d'ailleurs accompagné, dans le Mémoire qui nous occupe, d'utiles observations sur la marche et les produits de la plupart des machines dont les roues hydrauliques ont été soumises à l'expérience; mais nous négligerons

ces détails afin d'arriver, de suite, aux résultats des expériences que M. Morin a faites sur la roue de la forge de la Renardière de Framont, spécialement dans la vue de vérifier les théories ou formules nouvelles concernant les roues à augets à grande vitesse ou fortes dépenses d'eau et les pertes de force vive, dues au choc des marteaux.

On conçoit, en effet, que les variations du coëfficient à appliquer à la formule ordinaire des roues à augets, pour le cas des grandes vitesses ou des fortes dépenses d'eau, et surtout la nécessité de faire porter ce coëfficient sur le premier de ses deux termes à l'exclusion de l'autre, sont des indices certains que, dans la théorie, on n'a pas tenu un compte exact de toutes les causes qui peuvent influer sur les résultats, et au nombre desquelles on doit ici principalement ranger celle qui provient du déversement de l'eau des augets et de l'action de la force centrifuge, qui fait sans cesse varier le niveau en lui donnant la forme d'une surface cylindrique concave, à base circulaire, dont l'axe horizontal, parallèle à celui de la roue et situé dans son plan vertical, en est éloigné, au-dessus, à une distance qui dépend uniquement de la vitesse angulaire de la roue et de l'intensité de la gravité en chaque lieu.

En tenant compte exactement de ces effets, le premier terme de l'ancienne formule se trouve remplacé par une intégrale qui exprime la somme des quantités d'action développées réellement, par l'eau, durant sa présence dans les augets, et alors il devient absolument inutile d'appliquer aucun coëfficient numérique ou de correction aux résultats, si l'on a soin de n'adopter, dans les calculs, pour le volume de la dépense d'eau, que celui qui est réellement admis dans les augets, et dont les mêmes considérations théoriques permettent de calculer les limites pour chaque cas. Or, les expériences citées de M. Morin, prouvent, qu'en effet, il en est ainsi, puisque les erreurs, en plus ou en moins, de la nouvelle formule,

ne s'élèvent, terme moyen, qu'aux 0,04 du résultat obtenu directement à l'aide du frein dynamométrique. Néanmoins, comme cette expression rigoureuse de l'effet utile entraîne à des calculs qui ne laissent pas que d'être pénibles, l'auteur recommande la formule pratique dont il a été question plus haut, pour tous les cas où une grande vitesse de roue serait accompagnée d'une très faible dépense d'eau *et vice versâ*, pourvu toujours que cette vitesse n'excède pas les 0,75 de celle de l'eau affluente, et que les augets ne soient jamais plus qu'à moitié remplis.

Les expériences dont nous venons de rendre compte à l'Académie, ayant mis M. Morin en état de connaître exactement l'effet utile de la roue hydraulique, quand elle était employé à faire mouvoir le gros marteau de la forge de la Renardière, pesant environ 696 kil. avec son manche, il a mis à profit la circonstance du lever qu'avait à faire, de cette usine, M. Virlet, lieutenant d'artillerie, alors élève à l'école d'Application de Metz, pour faire la vérification, déjà annoncée, des formules qui servent à calculer les pertes de force vive dans les machines de cette espèce : toutes les données de ce calcul ont été prises avec exactitude et sous la direction de M. Morin, qui a aussi vérifié, avec soin, les résultats que cet élève distingué avait déduits des formules exposées dans le cours, et qui sont rapportées, sans démonstation, dans le Mémoire que nous analysons. Le marteau frappant 100 coups à la minute, et la roue faisant 24,25 tours pendant ce temps, on trouve, par ces mêmes formules, qui tiennent compte à la fois du frottement développé, avant, pendant et après le choc, sur les différentes parties de la machine, que la dépense de travail, par seconde, pour faire mouvoir l'arbre de la roue hydraulique, est de $866^{\text{k.m}}$ (866^{kil} élevés à 1 mètre de hauteur), environ 11,55 *chevaux dynamiques* de $75^{\text{k.m}}$, tandis que la formule qui exprime l'effet utile de cette roue, et qui est presque rigoureusement vérifiée par l'emploi du frein dyna-

mométrique, en a donné une de $876^{k.m}$,5 ; ce qui porte la différence aux 0,012 seulement, du résultat le plus fort, et offre ainsi une coïncidence dont on aurait lieu d'être surpris, eu égard aux causes probables d'erreurs dans ce genre d'expériences, si M. Morin n'ajoutait que cette confirmation de la théorie s'est également présentée dans d'autres applications des formules, à des usines d'un genre analogue, faites par des élèves de l'école d'artillerie et du génie, notamment à des marteaux et à des scieries dont le chassis à mentonnet est mu par le choc.

Une pareille vérification des formules ne mérite pas moins l'intérêt des savants et des praticiens que les résultats des nouvelles expériences entreprises, par ce professeur distingué, dans la vue de constater, sur une plus grande échelle qu'on ne l'avait fait avant lui, les effets des roues hydrauliques le plus universellement en usage dans les usines. Nous pensons que la partie du Mémoire de M. Morin, qui contient cette vérification et ces résultats, est digne de paraître dans le *Recueil des Savants étrangers*, et que l'auteur doit être invité à compléter et à étendre aux autres roues de ce genre, l'objet de ses utiles recherches expérimentales.

L'Académie adopte ces conclusions.

AVANT-PROPOS.

Je me propose dans ce Mémoire, de réunir les résultats des expériences que diverses occasions favorables m'ont permis de faire, à différentes époques, sur les roues hydrauliques, et dont quelques-unes, exécutées en 1828 et 1829, ont été insérées dans le troisième numéro du Mémorial de l'artillerie. En reproduisant ici ces expériences, j'ai dû refaire les calculs auxquels elles donnent lieu, par le motif suivant, qui expliquera la différence qui existe entre les résultats que j'en déduis actuellement et ceux auxquels j'étais parvenu à cette époque.

Les usines où j'ai opéré en 1828 et 1829 sont la filature de MM. N. Schlumberger et compagnie, à Guebwiller, la fonderie de Toulouse et la manufacture d'armes de Chatellerault. Dans aucune d'elles, il ne m'avait été possible d'isoler la roue hydraulique de toutes les communications de mouvement, et dans la première et la troisième, je n'avais pu placer le frein sur l'arbre même de cette roue. Une portion du travail moteur était donc consommée par le frottement occasionné par les divers organes de communication, et il était nécessaire d'en tenir compte, pour pouvoir

apprécier l'effet utile ou la quantité de travail totale, transmise à la roue hydraulique. C'est ce que j'ai fait aussi exactement que possible, à l'aide des règles connues de la Mécanique et des résultats d'expérience sur le frottement. Mais, à cette époque, on ne possédait à-peu-près, sur cette résistance passive, que les travaux de Coulomb, qui assigne au rapport du frottement à la pression pour des tourillons en fer sur des coussinets en bronze, avec un enduit de saindoux, la valeur $f=0,12$; tandis que les expériences plus récentes que j'ai eu l'occasion de faire dans ces dernières années (*) et dont la quatrième partie, particulièrement relative au frottement des tourillons sur leurs coussinets, est en ce moment soumise au jugement de l'Académie des sciences, n'assignent à ce rapport, dans le cas actuel, que la valeur $f=0,08$ environ. Ces nouvelles expériences ayant d'ailleurs été faites dans des circonstances tout-à-fait analogues à celles de la pratique des constructions, j'ai dû apporter à mes calculs la modification qu'elles indiquent.

Telle est l'origine des seules différences que l'on remarquera entre les résultats insérés au troisième numéro du Mémorial de l'artillerie et ceux que je présente actuellement; j'ai cru devoir en donner l'explication préliminaire, avec d'autant plus de motifs, que ces expériences ayant été récemment reproduites dans les Annales des ponts et chaussées et dans celles des mines, à une époque où je connaissais déjà la modification à apporter aux calculs, j'ai regretté que les rédacteurs de ces recueils ne m'aient pas fait part de l'intention où ils étaient de leur donner une publicité dont je ne puis accepter la solidarité.

Dans la comparaison des résultats de l'expérience à ceux de la

(*) Nouvelles expériences sur le frottement, faites à Metz en 1831, 1832, 1833 et 1834, imprimées, par ordre de l'Académie des Sciences, dans le recueil *des savans étrangers*, chez Bachelier, libraire à Paris.

théorie, j'ai employé les formules connues, déduites de celle des récepteurs hydrauliques, exposée dans les ouvrages de Mécanique et particulièrement dans les notes de M. Navier sur l'Architecture hydraulique de Bélidor, et dans le Cours lithographié professé par M. Poncelet, à l'école d'Application de Metz. En outre, pour les roues à augets à grande vitesse, j'ai comparé les résultats de l'expérience à la théorie que ce dernier géomètre a développée dans un Mémoire présenté à l'Académie des sciences, le 3 mars 1834 et par laquelle il tient compte des effets de la force centrifuge sur le versement de l'eau. Cette comparaison, faite dans des circonstances tout-à-fait analogues à celles de la pratique, conduit à une vérification complète de cette théorie. De plus, de cette première vérification découle subséquemment, comme on le verra au chapitre X, celle de la théorie du mouvement des marteaux, en ayant égard aux pertes de force vive produites par le choc, due au même auteur. Des applications de cette théorie, faites en 1834 par deux élèves distingués de l'école d'Application, aujourd'hui lieutenans d'artillerie, montrent que cette théorie, fondée sur les principes de la Mécanique, mérite toute confiance.

Ces deux exemples remarquables de l'accord de la théorie avec l'expérience, dans des questions aussi délicates, paraîtront sans doute assez frappans, pour faire revenir quelques bons esprits d'une prévention fâcheuse contre l'emploi des considérations mathématiques et directes à l'étude des phénomènes physiques.

EXPÉRIENCES

SUR

LES ROUES HYDRAULIQUES.

INTRODUCTION.

1. *Description du frein à anneau mobile.* La construction et la disposition du frein dynamométrique que M. de Prony a, le premier, appliqué à la mesure de l'effet utile des moteurs est bien connue des mécaniciens, mais je crois devoir néanmoins décrire en peu de mots celui dont je me suis servi récemment et dont j'ai emprunté les formes principales à un ingénieur allemand, M. Egen, qui a publié sur le même sujet un recueil d'expériences fort intéressant.

L'appareil se compose d'un collier annulaire en fonte (Pl. I, Fig. 1 et 2), en deux parties qui s'assemblent en *b*, *b* par des oreilles avec boulons et écrous. Le diamètre intérieur de ce collier est de $0^m,80$, ce qui permet de le placer sur de gros arbres de roues, son épaisseur, au milieu, et sur une largeur de $0^m,16$ est de $0^m,03$; mais l'usage m'a montré qu'elle n'était peut-être pas suffisante, ainsi que je le dirai plus loin. Sur les côtés, le collier est renforcé par un rebord de $0^m,03$ de saillie destiné à le rendre plus rigide et à empêcher les pièces frottantes de s'échapper latéralement.

2. *Manière de centrer l'anneau ou collier du frein.* La surface extérieure de la gorge a été tournée avec soin, de sorte qu'il suffit de la centrer par rapport à l'arbre sur lequel on monte le collier pour obtenir une surface

cylindrique exactement concentrique à cet arbre. C'est pour rendre cette opération sûre et facile que six grandes vis à tête quarrée *c*, *c* sont disposées symétriquement à l'extérieur de l'anneau, en traversant des oreilles *d*, *d* qui leur servent d'écrou. L'anneau étant posé et assemblé sur l'arbre, on voit qu'en manœuvrant convenablement ces vis de centrage, il sera très-facile d'ajuster sa surface extérieure. Cette opération étant très-importante pour le succès des expériences, il est indispensable de la faire avec le plus grand soin. Les vis *c*, *c* ont environ $0^m,25$ de longueur filetée, ce qui suffit pour la plupart des cas. Cependant, si l'on devait opérer sur un arbre de moins de $0^m,45$ de rayon, elles seraient trop courtes, mais on remédierait à cet inconvénient en faisant presser les vis sur des cales intermédiaires d'une épaisseur suffisante. Il n'y a que les arbres en fonte ou en fer sur lesquels on ne puisse établir cet appareil, sans y monter préalablement un noyau cylindrique ou prismatique d'une dimension suffisante.

On pourra donc centrer facilement le collier, mais, l'effort, qui tend à le faire tourner d'un mouvement propre autour de l'arbre, étant souvent très-grand, les vis pourraient être faussées ou sillonner la surface de l'arbre, s'il était en bois, et, pour éviter ces inconvéniens, il faut, après le centrage, caler fortement le collier sur l'arbre, à l'aide de coins disposés deux à deux, de manière que leurs faces extérieures soient toujours parallèles à l'axe. Trois ou quatre paires de coins, ainsi disposés et convenablement serrés, suffisent pour fixer solidement le collier, mais il faut avoir l'attention de les frapper peu à peu et tour à tour, afin de ne pas faire prendre à la surface annulaire une courbure excentrique; c'est ce qui exigerait, je crois, que cette partie eût une plus grande épaisseur que celle de $0^m,03$ que je lui ai donnée et qui cependant a toujours été suffisante, en prenant les précautions convenables.

3. *Chaîne de pression articulée.* Le collier étant ainsi monté concentriquement sur l'arbre, on l'entoure d'une bande de frottement à articulations, composée de huit plaques de tôle de $0^m,005$ d'épaisseur, sur $0^m,10$ de largeur, réunies à charnière par des boulons de $0^m,005$ à $0^m,006$ de diamètre et cintrées suivant un rayon de courbure un peu plus grand que celui du collier, afin que les angles des articulations puissent recevoir la graisse et les corps étrangers qui s'introduisent entre les surfaces frottantes. Par cette disposition on obtient sur la surface du collier, une répartition plus symétrique de la pression qu'avec une simple bande de tôle forte.

La chaîne articulée est terminée par deux demi-mailles renforcées au bout et formant les femelles d'une charnière, pour recevoir les têtes plates et percées de deux gros boulons *e*, *e* de 0^m,60 de longueur sur 0^m,03 de diamètre, auxquels elles sont réunies par de petits boulons de 0^m,015 de diamètre.

4. *Levier du frein.* Les boulons *e*, *e* traversent perpendiculairement une pièce de sapin de 0^m,15 à 0^m,20 d'équarrissage au gros bout, selon la force du moteur à étudier, et qui forme *le bras de levier du frein*, et ils sont garnis d'écrous avec de larges rosettes. Le dessous du bras de levier du frein reçoit, par embrèvement, un coussinet en bois dur, qui repose sur le collier par une partie cylindrique concentrique à sa surface. Un ou plusieurs trous percés à travers le levier et le coussinet permettent de verser de l'huile pour lubrifier la surface du collier.

A l'extrémité du levier est un crochet de suspension *f* pour un plateau de balance ou une caisse, où l'on place les poids, qui forment la charge du frein. Il convient que ce crochet ait deux écrous, l'un en-dessus, l'autre en-dessous, ou un écrou en-dessus et un épaulement en-dessous, entre lesquels le levier soit serré afin que, dans les à-coups, la suspension ne se dérange pas.

Les parties essentielles de ce frein se composent donc du collier, de la chaîne, des boulons, du coussinet, du crochet et d'une clé pour serrer les écrous; le tout ne pèse pas plus de 200 à 250 kilogrammes. Cet appareil est donc suffisamment transportable pour qu'un constructeur de machines en ait un qui lui serve à apprécier la force des moteurs établis ou à constater celle de ceux qu'il livre à l'industrie. Il me semble fort à désirer que son usage devienne familier à tous les praticiens, car il leur fournirait, d'une part, des bases certaines pour l'établissement des projets d'usines, et de l'autre il éviterait bien des contestations sur les effets des moteurs.

5. *Manière de faire usage du frein dynamométrique.* C'est ce qui m'engage à donner quelques renseignemens sur la manière de faire usage du frein dynamométrique, pour assurer le succès des expériences et éviter les dangers qu'elles peuvent offrir.

Il convient d'abord de reconnaître si la roue, sur laquelle on veut opérer, est centrée, tant sous le rapport des formes extérieures que sous celui de la coïncidence de son centre de gravité avec son axe de rotation. Il faudra donc remettre les aubes ou augets en bon état, faire en sorte qu'ils aient

le même jeu, par rapport aux coursiers d'arrivée ou de fuite et aux parois; puis, si la roue n'est pas en équilibre autour de son axe, ce dont on s'apercevra facilement, on ajoutera intérieurement aux endroits convenables des contre-poids capables de rétablir l'équilibre. Cela fait, on visitera les tourillons et coussinets, on les graissera convenablement et l'on s'assurera qu'il n'y a pas de frottement d'épaulemens contre les extrémités de l'arbre ou des tourillons.

Le frein étant ajusté, comme nous l'avons dit, on placera le levier dans une position horizontale, puis on disposera, en avant et en arrière de l'arbre, des chantiers ou points d'appui, qui, en lui laissant en-dessus et en-dessous de cette position un jeu de deux à trois degrés, limitent ses oscillations d'une manière invariable. Cette disposition, qui est bien préférable aux cordages, ou chaînes de retenue, employés quelquefois dans le même but, évitera tous les dangers que pourrait occasionner l'accroissement accidentel du frottement de la chaîne articulée et du collier, par suite duquel le levier serait soulevé et tendrait à être entraîné, avec sa charge, dans le mouvement général de la roue. Elle a de plus l'avantage de donner aux expériences une précision suffisante, quand on a l'attention de ne regarder le levier du frein comme étant réellement en équilibre, que quand il oscille légèrement entre ses deux appuis.

Il faut en outre s'assurer que l'inertie des masses en mouvement ne développe pas, pendant la durée de l'expérience, des quantités de travail assez grandes pour influer d'une manière sensible sur les résultats, et l'on y parviendra, en comptant à plusieurs reprises la durée du temps nécessaire pour un certain nombre de révolutions. Quand elle sera constante, on sera sûr que le mouvement est uniforme ou au moins périodique et que, pour l'intervalle considéré, la quantité de travail totale développée par l'inertie est nulle.

L'appareil étant une fois monté, les expériences se font très-aisément et en fort peu de temps, et l'on devra toujours profiter de cette facilité pour en faire diverses séries, correspondantes aux différentes ouvertures de vanne et charges d'eau sous lesquelles la machine peut fonctionner. Enfin dans chaque série, il conviendra de faire varier la charge progressivement depuis zéro ou le poids propre du frein rapporté à la distance du point de suspension, jusqu'à celle qui arrête la machine ou du moins aussi près de cette dernière qu'on le pourra sans danger. On déterminera, ainsi,

facilement par l'expérience, la vitesse sous laquelle le moteur fonctionne le plus avantageusement.

6. *Limites des efforts que le frein peut équilibrer.* Les dimensions du frein, que j'ai indiquées précédemment, sont telles qu'il peut être appliqué à la mesure de l'effet utile d'un grand nombre de moteurs. Néanmoins, la pression de la chaîne, et par suite le frottement contre le collier, devant augmenter avec la puissance de la machine ou la quantité de travail à mesurer, ils atteignent dans quelques cas une limite supérieure qu'ils ne peuvent dépasser, sans que les surfaces en contact ne se rôdent; ce qui, outre l'inconvénient de détériorer l'appareil, aurait encore celui d'ôter aux résultats la précision désirable, en produisant des à-coups. Il conviendra donc de ne pas s'y exposer, et dans le cas où l'on aurait à mesurer le travail de moteurs d'une grande force, en plaçant le frein sur des arbres animés de faibles vitesses, on pourra déterminer le diamètre du collier, à l'aide du résultat d'observation suivant.

Dans toutes les expériences où le frein décrit aux n°s 1 et suivans a été employé, j'ai toujours reconnu que, malgré l'emploi d'un enduit d'huile ou de saindoux, la chaîne et le manchon se rôdaient, quand le frottement à la circonférence devait être de 1000 à 1200 kilogrammes, pour faire équilibre à l'effort du moteur. En appréciant donc à-peu-près l'effort maximum que le moteur peut exercer dans certaines circonstances, les plus défavorables, sous ce rapport, on pourra facilement déterminer le rayon du manchon, de manière que le frottement qui servirait à mesurer cet effort maximum n'atteigne jamais la valeur limite que nous venons d'indiquer. C'est ce qui deviendra d'ailleurs évident par le calcul suivant, qui établit en même temps la théorie de cet appareil.

7. *Théorie du frein dynamométrique.* Lorsque le frein dynamométrique est monté et serré de manière que le levier et sa charge soient tenus en équilibre et oscillent légèrement entre les points d'appui, tandis que, sous une ouverture d'orifice et une charge d'eau constantes, la roue marche à une vitesse uniforme, il est évident que tout le travail disponible transmis à la roue ou à l'arbre, sur lequel l'appareil est placé, est consommé par le frottement de la bride articulée contre le collier et qu'en appelant,

P' l'effort moyen disponible à la distance R de l'axe de rotation (*) qui, dans le cas où le frein sera monté sur l'arbre même de la roue hydraulique, sera le rayon extérieur de cette roue,

v la vitesse à la circonférence du rayon R,

S le frottement qui se produit à la surface du collier,

r le rayon de cette surface,

On aura à chaque instant

$$P'v = S\frac{r}{R}v \quad \text{ou} \quad P'R = Sr.$$

Mais d'une autre part, le levier du frein, ainsi que sa charge, étant maintenus en équilibre par le frottement S, on a, en désignant par

F la charge totale du frein,

L la distance horizontale du point de suspension de cette charge au plan vertical de l'axe de rotation,

$$FL = Sr \quad \text{et par suite} \quad P'v = F\frac{L}{R}v.$$

Or $\frac{L}{R}v$ est évidemment le chemin que parcourrait le point de suspension de la charge en 1″, si le levier marchait avec l'arbre de la roue.

On voit donc que *le produit de la charge totale* F *du frein par le chemin que le point de suspension tend à parcourir en* 1″, *mesure la quantité de travail disponible transmise à l'arbre sur lequel on a placé le collier.*

On remarquera que, quand on aura estimé approximativement à sa valeur maximum, relative aux cas les plus défavorables, l'effort P', et que la valeur limite de S sera fixée à 1000 ou 1200 kilogrammes, comme on l'a vu au n° 6, il sera facile de déterminer la grandeur du rayon r à donner au collier du frein en fonction de ces quantités et du bras de levier R de P'.

8. *On doit tenir compte du travail consommé par les résistances passives.* Le produit $P'v = F\frac{L}{R}v$, qui mesure la quantité de travail disponible est, pour l'appréciation de l'effet utile d'un moteur établi, le résultat le plus important à connaître, sous le rapport industriel, mais dans des expériences

(*) Cet effort moyen P' est évidemment moindre que celui qui est transmis à l'extrémité du rayon R et que nous désignerons plus tard par P, attendu qu'une partie de celui-ci est employé à vaincre le frottement sur l'axe de rotation, c'est pourquoi je distingue P' par le nom *d'effort disponible.*

où il s'agit d'apprécier la construction d'un récepteur, les effets de l'action de l'eau, l'influence de la vitesse, et des autres circonstances de la marche de la machine, ou quand on n'a pas pu placer le frein sur l'arbre même de la roue, il faut, pour obtenir le travail total utilisé par le récepteur, ajouter à cette quantité de travail $P'v$ celle qui est consommée par le frottement des diverses pièces en mouvement. En effet, si, par des considérations étrangères au mode d'action de l'eau, on a été conduit à donner à ces pièces des dimensions et des poids considérables, elles peuvent consommer des quantités de travail notables et dont la valeur est tout-à-fait indépendante de la plus ou moins bonne disposition du récepteur et qui absorbent une portion de celle qu'il utilise réellement. C'est pourquoi, dans toutes les expériences, dont il est question dans ce Mémoire, j'ai toujours fait entrer, dans l'effet utile total du récepteur, ces quantités de travail consommées par les résistances passives, tout en indiquant, dans une colonne séparée, la quantité de travail disponible, qui était mesurée par le frein.

Au reste, dans certains cas, le frein ayant été placé sur un autre arbre que celui de la roue et dans d'autres sur cet arbre même, et les résultats étant sensiblement identiques dans tous les cas, cet accord est une vérification des formules et des règles de calcul employées.

Quant à la manière de faire les expériences elle est assez connue pour que je puisse me dispenser de la décrire et je me bornerai à indiquer la notation et les résultats principaux insérés dans les tableaux.

9. *Notations adoptées et disposition générale des tableaux*. Les quantités de travail sont exprimées en kilogrammes élevés à un mètre de hauteur en une seconde, et désignées par l'indice *k.m* placé à droite et un peu au-dessus des nombres.

On trouve dans chaque tableau et pour chaque expérience :

La quantité de travail absolu dépensée par le moteur, ou le produit du poids de l'eau écoulée, par la hauteur totale de chûte,

La quantité de travail disponible mesurée par le frein,

La quantité de travail consommée par les frottemens,

La quantité de travail totale utilisée par le récepteur,

La quantité de travail théorique, déduite des formules connues de la Mécanique,

Le rapport de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente,

Le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique ou le coëfficient de correction de la formule théorique,

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.

Toutes les données et les résultats des calculs sont d'ailleurs insérés dans les tableaux dont les titres sont, je pense, assez clairs pour qu'il soit superflu de les expliquer.

EXPÉRIENCES

SUR

LES ROUES A AUBES PLANES.

CHAPITRE PREMIER.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA FONDERIE DE TOULOUSE.

10. *Description sommaire*. Les expériences dont il est ici question ont été faites en 1828, et les résultats en sont insérés dans le troisième numéro du Mémorial de l'artillerie, je crois néanmoins devoir les reproduire, tant pour les lier à celles qui suivent, qu'à cause de quelques modifications que de nouvelles expériences sur le frottement m'ont conduit à apporter aux calculs, ainsi que j'en ai prévenu plus haut.

La roue à aubes de la fonderie de Toulouse participe un peu des propriétés des roues de côté, en ce que l'intervalle entre les aubes est à moitié fermé par un fond et qu'elle reçoit l'eau à $0^m,50$ au-dessus de son point inférieur, de sorte que ce liquide y agit d'abord par le choc, puis par son poids.

La vanne est inclinée à 34° 30′ sur la verticale (Pl. I, Fig. 4), l'eau, qui s'écoule de l'orifice, suit un plan incliné à 9°,25 et de $0^m,78$ de longueur; à partir de l'extrémité de ce plan, un coursier concentrique à la roue l'emboîte exactement, en ne laissant au plus qu'un centimètre de jeu au fond et sur les côtés.

Le diamètre extérieur de la roue est de six mètres et le nombre des aubes de trente-six; elles sont dirigées dans le sens du rayon et ont $0^m,50$ de large sur $1^m,60$ de longueur parallèle à l'axe.

L'arbre de la roue hydraulique pénètre dans l'atelier de la forerie et

porte une roue conique à double denture en fonte *a* (Fig. 3), qui, de part et d'autre, fait tourner deux autres roues coniques à dents en fonte *b*, *b*. Sur l'axe de chacune de ces roues *b* est montée une roue plane *c* à dents en fonte, qui transmet le mouvement à deux autres roues planes à dents en bois *d*, *d*. Celles-ci entraînent les pièces à tourner dans leur mouvement, au moyen de manchons d'embrayage.

11. *Données constantes du calcul et de l'expérience*. Ces détails suffisent pour l'intelligence du calcul des expériences, et nous nous bornerons à ajouter que le frein était placé sur l'arbre même de la roue, qui avait été tourné à cet effet. Les poids étaient suspendus à 3^{m} du plan vertical passant par l'axe de la roue et le poids du frein, rapporté à cette distance, équivalait à 60^{kil}. Cette quantité augmentée de $5^{kil},63$ pour tenir compte, comme nous allons l'indiquer, des frottemens résultant de la communication du mouvement, formait ce que l'on a nommé *la charge constante du frein*.

La largeur de l'orifice était de $1^{m},55$, et il était disposé de manière qu'il n'y avait pas de contraction sur le fond ni sur les côtés, et comme la vanne était inclinée à 34° 30′, nous avons pris 0,75 pour le coëfficient de la dépense, d'après les expériences de M. Poncelet (*). Le niveau de l'eau était tenu constant pendant les expériences et rapporté à un repère fixe.

On a pris pour chute totale la hauteur de ce niveau au-dessus du point inférieur de la roue, qui correspondait au niveau d'aval.

La vitesse de la roue était observée à l'aide d'une montre à secondes mortes; on en a déduit la vitesse de sa circonférence extérieure. Quant à la vitesse de l'eau affluente, elle a été calculée en ajoutant à la charge sur le centre de l'orifice, la pente $0^{m},128$ du plan incliné, et en regardant cette somme comme la hauteur à laquelle était due la vitesse cherchée. On voit que l'on a cru pouvoir négliger l'influence de la résistance des parois du coursier, vu sa faible longueur.

12. *Marche suivie pour tenir compte du travail consommé par les frottemens*. La disposition de l'usine ne permettant pas de désengrener les roues de la communication du mouvement, il en résultait que pendant les expériences le frottement des tourillons de ces roues sur leurs coussinets, et celui des dents d'engrenage consommaient une certaine quantité de travail, dont il convient de tenir compte dans les calculs; ce qui revient

(*) Mémoire sur les roues à aubes courbes; deuxième édition.

à déterminer quel est le poids constant à ajouter à la charge du frein pour représenter l'effort employé à vaincre ces résistances passives.

A cet effet, appelons,

q le poids d'une des quatre roues égales d à dents en bois,

f_1 le rapport du frottement à la pression pour les axes en fer avec coussinets en bronze,

ρ'' le rayon du tourillon de l'arbre de la roue d,

R'' le rayon du cercle primitif de l'engrenage de la roue d.

L'effort à exercer à la circonférence du cercle primitif de rayon R'', pour vaincre le frottement de cette roue sur ses coussinets aura pour expression

$$f_1 q \frac{\rho''}{R''};$$

en y substituant les données numériques relatives à cette roue $f_1 = 0{,}08$, $q = 390^{kil}$, $\rho'' = 0^{m},07$, $R'' = 0^{m},65$, on en déduit pour l'effort cherché la valeur

$$3^{kil},35.$$

En le considérant comme la résistance que doit vaincre l'engrenage de la roue à dents en fonte c, le frottement, qui en résultera entre ces dents et celles de la roue d, aura pour valeur moyenne

$$3^{kil},35 \times f'\pi \frac{m+m'}{mm'},$$

expression dans laquelle on a $f' = 0{,}07$ pour rapport du frottement à la pression pour des dents en fonte frottant sur des dents en bois, avec enduit de suif, $\pi = 3{,}14$, $m = m' = 50$, nombre de dents des roues c et d.

On trouve, en conséquence, tous calculs faits,

$$0^{kil},029,$$

pour l'effort moyen à exercer à la circonférence primitive de la roue c pour vaincre le frottement de l'engrenage; de sorte que, pour chacune des deux roues d, il faut transmettre à la circonférence primitive des roues c, un effort égal à

$$3^{kil},35 + 0^{kil},029 = 3^{kil},38.$$

Ce qui fait pour les deux roues d qui engrènent avec une même roue c

$$6^{kil},76.$$

La roue c n'est pressée sur ses coussinets que par son propre poids, parce que des deux résistances qu'elle éprouve de la part des roues d, l'une tend à l'appuyer, l'autre à la soulever, et qu'il y a compensation. La pression de la roue b tend de même à augmenter le frottement de l'une des roues c sur ses coussinets et à diminuer celui de l'autre; et les poids ainsi que les dimensions étant très-sensiblement les mêmes de part et d'autre, il y a encore compensation.

Si donc nous appelons

q' le poids de l'arbre, de la roue c et de la roue d'angle b,

ρ' le rayon de ses tourillons,

f' le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons et leurs coussinets,

R''' le rayon du cercle primitif de l'engrenage conique b,

$$\frac{f'q'\rho'}{R'''}$$

sera l'expression de l'effort à exercer à la circonférence du cercle primitif pour vaincre le frottement des tourillons de l'une des roues c.

La substitution des valeurs $q' = 835^{kil}$, $f' = 0,08$, $\rho' = 0^{m},07$, $R''' = 0^{m},65$ donne pour cet effort

$$7^{kil},18;$$

ce qui, joint à celui de $6^{kil},76$ trouvé plus haut, produit

$$13^{kil},94$$

pour la résistance qu'éprouve l'engrenage conique.

Il résulte de plus de cette résistance, entre les dents en fonte des deux roues coniques, un frottement, dont l'effort moyen a pour expression

$$f \times 13^{kil},94 \times \pi \frac{m+m'}{mm'} = 0^{kil},14;$$

attendu que l'on a $f = 0,08$, $m = m' = 50$, $\pi = 3,14$.

L'effort moyen total que la roue a doit exercer pour vaincre la résistance due à la communication du mouvement située de l'un des côtés de l'arbre est donc égal à

$$13^{kil},94 + 0^{kil},14 = 14^{kil},08;$$

et comme l'autre communication est entièrement semblable de poids et de dimensions, il s'ensuit que la résistance totale qu'elles opposent toutes

deux au mouvement de la roue peut être remplacée dans les calculs par un effort de

$$28^{kil},6$$

exercé à la circonférence primitive de la roue conique *a* montée sur l'arbre.

Le rayon moyen de la roue *a* étant de 0^m60, et le bras de levier du frein étant de 3^m, on voit que cette résistance équivaudra à une augmentation constante de la charge du frein égale à

$$\frac{0^m,60}{3} \times 28^{kil},16 = 5^{kil},63.$$

La résistance des communications de mouvement étant également répartie à droite et à gauche de l'arbre, elle ne produit aucune pression sur ses coussinets, et celle qui a lieu est due,

1° Au poids propre de l'arbre de la roue, de l'engrenage *a*, des tourillons, ferrures, etc. que nous désignerons par M et qui est égal en tout à $5289^{kil},5$;

2° A la charge totale du frein, que nous appellerons F et qui agit verticalement, ainsi que le poids M auquel elle s'ajoute;

3° A l'effort horizontal transmis par le moteur à la circonférence extérieure des aubes et que nous désignerons par P.

La résultante de la pression verticale M + F et de l'effort horizontal P, peut être exprimée rationnellement à $\frac{1}{25}$ près par la valeur (*)

$$0,96\,(M + F) + 0,4P,$$

et le frottement qu'elle produit sur les tourillons est

$$0,96f(M + F) + 0,4fP:$$

$f = 0,08$ représentant le rapport du frottement à la pression pour les tourillons et leurs coussinets.

Cela posé, lorsque le mouvement est parvenu à l'uniformité, il doit y avoir équilibre autour de l'axe de l'arbre, d'une part entre l'effort P, et de l'autre entre la charge F du frein et le frottement des tourillons. Si donc nous appelons

$L = 3^m$ le bras de levier du frein,

$\rho = 0^m,06$ le rayon des tourillons de la roue,

(*) Cours de Mécanique appliquée de M. Poncelet, note première de la troisième section, éditions lithographiées de 1828 et de 1833.

$R = 3^m$ le rayon de la circonférence extérieure de la roue, nous aurons pour l'équation d'équilibre autour de l'axe

$$PR = FL + 0{,}96f(M + F)\rho + 0{,}4fP\rho$$

d'où

$$P = \frac{F(L + 0{,}96f\rho) + 0{,}96fM\rho}{R - 0{,}4f\rho}.$$

En y substituant pour les quantités constantes leurs valeurs connues, cette relation se réduit à

$$P = 1{,}002F + 8{,}15^{kil}.$$

Il ne s'agira donc plus, pour connaître la valeur de l'effort P, qui représente celui que l'eau exerce à la circonférence de la roue, que de substituer dans cette formule la valeur de F relative à chaque expérience. Puis, en la multipliant par la vitesse v de la circonférence de la roue, le produit Pv représentera *l'effet utile total ou la quantité de travail transmise* à la roue.

13. *Comparaison des résultats de l'expérience à ceux de la théorie.* La comparaison des quantités de travail, ainsi déduites de l'expérience, avec la valeur de celles que fournit la formule théorique des roues de côté

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)v$$

nous donnera le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique ou le coëfficient de correction de cette formule, dans laquelle on sait que

Q représente le volume d'eau écoulé par seconde et exprimé en mètres cubes.

h la hauteur du point de rencontre du filet moyen avec la circonférence extérieure de la roue au-dessus du point inférieur de cette roue.

V la vitesse d'affluence de l'eau sur la roue, laquelle est, d'après la disposition du vannage, à très-peu-près tangente à leur circonférence.

v la vitesse de la circonférence extérieure de la roue.

Les résultats de l'expérience et ceux du calcul, ainsi que les données sont consignés dans le tableau suivant.

Expériences faites en septembre 1828, *sur la*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	LEVÉES de la vanne sur une largeur de 1m,55.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde 1000 Q	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde	NOMBRE de tours de la roue en une minute.	VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde V	RAPPORT de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. $\frac{v}{V}$	CHARGE Constante.
		m	m.q	m	kil	m	k.m		m	m		kil
1	1	0,049	0,0759	1,42	301	1,95	588	7,24	2,27	5,52	0,41	68,47
	2							7,50	2,36		0,43	68,47
	3			1,46	305	1,99	607	8,33	2,62	5,59	0,47	68,47
	4							8,50	2,67		0,48	68,47
	5							9,25	2,90		0,52	68,47
2	1	0,099	0,1535	1,40	604	1,95	1178	9,00	2,83	5,47	0,52	68,47
	2							9,67	3,04		0,56	68,47
	3							11,09	3,46		0,63	68,47
	4							12,50	3,92		0,71	68,47
	5							13,00	4,08		0,74	68,47
3	1	0,147	0,2279	1,35	878	1,92	1686	9,75	3,06	5,38	0,57	68,47
	2							10,50	3,30		0,61	68,47
	3							14,03	4,41		0,82	68,47
4	1	0,192	0,2976	1,26	1109	1,84	2046	8,33	2,62	5,22	0,50	68,47
	2							9,37	2,94		0,56	68,47
5	1	0,198	0,3069	1,27	1151	1,87	2152	12,50	3,92	5,24	0,74	68,47
	2							13,50	4,24		0,81	68,4
6	1	0,248	0,3846	1,18	1389	1,80	2507	9,23	2,90	5,07	0,57	68,4
7	1	0,247	0,3829	1,20	1392	1,82	2540	9,34	2,93	5,10	0,57	68,4
	2							9,50	2,97		0,58	68,4
	3							11,50	3,61		0,71	68,4
	4							12,19	3,88		0,76	68,4
	5							13,50	4,24		0,83	68,4
8	1	0,297	0,4604	1,10	1605	1,74	2793	9,75	3,06	4,91	0,62	68,4
	2							11,21	3,52		0,71	68,4
	3							12,19	3,88		0,79	68,4

roue à aubes planes de la fonderie de Toulouse.

DU FREIN. Variable.	DU FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension le la charge tendait à prendre en une seconde	EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde	EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v$. 1000 Qh.	$\frac{1000\,Q}{g}(V-v)v$	Pv.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
50	118,47	2,27	270	17	287	119	226	345	0,83	0,46	
40	108,47	2,35	256	19	275	119	228	347	0,74	0,43	
30	98,47	2,62	258	21	279	121	238	359	0,78	0,42	
20	88,47	2,67	237	21	258	121	238	359	0,72	0,39	
10	78,47	2,90	229	15	244	121	239	360	0,68	0,38	
110	178,47	2,83	505	19	524	255	461	716	0,73	0,42	
90	158,47	3,04	482	22	504	255	438	693	0,73	0,41	
60	128,47	3,46	446	28	474	255	428	683	0,70	0,38	
30	98,47	3,92	388	27	415	255	375	630	0,66	0,33	
20	88,47	4,08	362	29	391	255	350	605	0,45	0,30	
130	198,47	3,06	609	18	627	391	630	1021	0,62	0,36	
110	178,47	3,30	589	21	610	391	609	990	0,62	0,35	
30	98,47	4,41	435	30	465	391	380	771	0,60	0,26	
200	268,47	2,62	705	20	725	520	755	1275	0,57	0,34	
170	238,47	2,94	702	25	727	520	743	1263	0,58	0,34	
100	168,47	3,92	662	77	699	540	605	1145	0,61	0,31	
60	128,47	4,24	546	25	571	540	498	1038	0,55	0,25	
230	298,47	2,90	866	25	891	689	890	1579	0,56	0,34	
250	318,47	2,93	935	24	959	689	900	1589	0,60	0,37	
230	298,47	2,97	887	26	913	689	895	1584	0,58	0,35	
160	228,47	3,61	826	28	854	689	760	1449	0,59	0,32	
130	198,47	3,88	770	31	801	689	670	1359	0,59	0,32	
100	168,47	4,24	715	35	750	689	517	1206	0,59	0,38	
250	318,47	3,06	976	27	1003	835	924	1759	0,57	0,34	
200	268,47	3,52	947	27	974	835	798	1633	0,60	0,33	
150	218,47	3,88	850	34	884	835	654	1489	0,60	0,32	

14. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on reconnaît que cette roue fonctionne d'une manière beaucoup plus favorable quand la dépense d'eau est faible, que quand elle est considérable. En effet, en réunissant les expériences des deux premières séries, pour lesquelles le rapport des vitesses v et V n'a pas dépassé 0,63, c'est-à-dire les huit premières du tableau, on voit que la valeur moyenne du coëfficient de correction de la formule théorique est 0,74, et que la valeur moyenne du rapport du travail disponible au travail absolu du moteur est 0,41.

Nous pouvons donc regarder les résultats de l'expérience comme assez exactement représentés par la formule

$$Pv = 0{,}74\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)\,v\right]$$

pour tous les cas où la levée de la vanne n'excède pas $0^{m},10$, et où le rapport $\frac{v}{V}$ est au-dessous de 0,65. Ces limites, pour la roue qui nous occupe, correspondent aux cas où les augets ne recevraient au plus qu'un volume d'eau égal à 0,28 de la capacité totale.

Il paraît d'ailleurs que le rapport le plus convenable des vitesses v et V serait celui de 0,40 à 0,45.

Lorsque la dépense d'eau augmente, cette roue ne fonctionne plus d'une manière aussi favorable, ce qui tient sans doute à ce que, dans les faibles vitesses de la roue, il se produit un choc nuisible contre le fond des augets, et un rejaillissement d'eau à l'intérieur de la roue, et que dans les grandes vitesses la force vive possédée par l'eau à la sortie de la roue est encore considérable. Nous verrons plus tard que cette explication est d'accord avec les observations faites sur la manière dont l'eau s'introduit et se distribue dans ces roues, à l'occasion de celles de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz.

On éviterait ce défaut et l'on augmenterait l'effet utile de la roue de la fonderie de Toulouse, en supprimant le fond des aubes et en leur donnant plus de largeur dans le sens du rayon.

En exécutant ces expériences, j'aurais désiré pouvoir faire varier entre des limites plus étendues le rapport $\frac{v}{V}$, mais divers motifs et quelques sujétions relatives au service de cette usine m'en ont empêché.

Quoique dans la dernière partie des expériences la roue ne fonctionnât

pas avantageusement, on peut néanmoins en déduire quelques conséquences utiles pour la pratique. Ainsi les six dernières séries nous montrent que pour des levées de vannes de $0^m,15$ à $0^m,30$ et des rapports de vitesses compris entre 0,50 et 0,80, les résultats de l'expérience sont à très-peu-près représentés par la formule pratique

$$Pv = 0{,}60\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V-v)v\right],$$

et que le rapport moyen du travail disponible au travail absolu du moteur est égal à

0,33.

Dans ces circonstances qui se produisent souvent dans le travail de l'usine, cette roue, malgré le soin apporté à sa construction, le peu de jeu des aubes dans le coursier et l'inclinaison du vannage, n'utilise donc pas plus du tiers du travail absolu du moteur.

15. *Quantité de travail nécessaire au service d'une forerie de canons.* Nous terminerons ce qui concerne la roue hydraulique de la fonderie de Toulouse, en faisant remarquer que cette roue ne fournit, avec les plus fortes levées de vanne, qu'une quantité de travail disponible de 900 à $975^{k.m}$, ce qui correspond à une force de 12 à 13 chevaux de $75^{k.m}$ l'un.

Des observations suivies pendant les diverses périodes du travail, et lorsque plusieurs pièces étaient montées sur les bancs, et parvenues à des états différens d'avancement, ont montré que les quatre bancs n'exigeaient habituellement qu'une force de 10 chevaux, quoique dans certains cas le travail d'un seul banc exigeât plus de trois chevaux de force.

Ainsi, par exemple, pour passer

Le rouleau et le couteau à............. 1 pièce de 16.
Le foret et le couteau à................ 1 pièce de 16.
Le foret et le couteau à................ 1 pièce de 12 de place.

La vanne était levée de $0^m,184$, mesure prise verticalement.

La charge sur le centre de l'orifice était de $1^m,808$.

La dépense d'eau était donc de $0{,}75\times1^m{,}55\times0{,}184\sqrt{2g\times1^m{,}808}=1^{m.c},275$.

La chute totale étant de $2^m,40$, le travail absolu du moteur était de

$3060^{k.m}$,

et comme le travail disponible n'en est, dans ce cas, que 0,33, il s'ensuit que la force employée par ces trois bancs était de 13,4 chevaux de $75^{k.m}$.

Une autre observation faite au moment où l'on forait une pièce de 24, en même temps qu'on la tournait extérieurement au premier renfort, a fourni les données suivantes :

Levée de la vanne........................	$0^{m},086$.
Charge sur le centre de l'orifice...............	$1^{m},857$.
Chute totale	$2^{m},400$.
Travail absolu du moteur..................	$1450^{k.m}$.
Effet utile ou travail disponible...............	$430^{km} = 6^{chx.},4$.

Malgré ces exemples où la consommation du travail moteur pouvait, jusqu'à un certain point, être augmentée par la pression que l'ouvrier exerçait sur les outils, on peut admettre que pour une forerie à quatre bancs, il suffit que le moteur ait la force de 12 à 14 chevaux. Mais si l'on avait à établir un moteur pour un seul banc, on devrait se précautionner contre les cas accidentels où il pourrait exiger une force 4 à 5 chevaux.

CHAPITRE DEUXIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA SÉCHERIE ARTIFICIELLE DE LA POUDRERIE DE METZ.

16. *Description sommaire.* Les expériences dont nous allons offrir les résultats dans ce chapitre, sont beaucoup plus complètes et plus variées que celles dont il a été précédemment question. Elles ont été faites en 1834, dans des circonstances plus favorables, attendu que l'usine ne fonctionnant pas pendant l'été, époque où l'on sèche les poudres au soleil, nous avons pu en disposer entièrement, et qu'il était d'ailleurs facile d'isoler la roue des autres parties de l'usine (*).

Cette roue, employée à faire marcher le ventilateur de la sécherie artificielle, est exactement emboîtée dans un coursier en pierres de taille, où elle n'a qu'un jeu de $0^{m},005$ au plus par le fond et par les côtés. Elle est construite en bois; sa vanne est verticale et située à une petite distance en amont. Voyez planche I, fig. 5. Le seuil de l'orifice se raccorde

(*) M. Bardin, professeur de dessin aux écoles d'artillerie, a bien voulu m'aider à l'exécution de ces expériences dont une grande partie lui est due.

par un plan horizontal et un arc de cercle avec le fond du coursier circulaire, et il est dans le prolongement du radier d'amont; à $0^m,80$ en aval de l'axe de la roue, un ressaut de $0^m,10$ facilite le dégorgement de l'eau. Le nombre des aubes est de 24; leur écartement à la circonférence extérieure est de $0^m,518$, leur largeur dans le sens du rayon est de $0^m,30$. Le diamètre extérieur de la roue est de $3^m,96$.

En dégageant la chaîne sans fin, qui transmet le mouvement à l'arbre de couche du ventilateur, la roue était tout-à-fait isolée des autres parties de l'usine, et le frein placé sur son arbre mesurait directement la quantité de travail disponible qui était communiquée à la roue.

17. *Données constantes.* Les charges d'eau sur le centre de l'orifice ont varié dans les expériences, depuis $0^m,450$ jusqu'à $0^m,150$, et dans la dernière série l'orifice était découvert à sa partie supérieure ou en déversoir. Il était de plus, comme nous l'avons déjà dit, accompagné d'un radier horizontal en amont et d'un coursier horizontal à son origine en aval. Enfin, la disposition des parois verticales annulait les effets de la contraction sur les côtés. Ces diverses circonstances nous ont conduit à rechercher d'abord la valeur qu'il convenait, pour chaque série d'expériences, d'assigner au coëfficient de la dépense, attendu qu'on sait, par les expériences récentes de MM. Poncelet et Lesbros, que sous d'aussi faibles charges la présence du radier et du coursier diminue sensiblement la dépense. A l'aide des résultats d'observation que le premier de ces deux habiles ingénieurs a bien voulu me communiquer et qui seront, il faut l'espérer, bientôt publiées, j'ai pu assigner, dans chaque cas, au coëfficient de la dépense la valeur convenable, telle qu'elle est relatée dans la colonne d'observations du tableau suivant.

18. *Formule employée pour tenir compte du travail consommé par le frottement, et calcul de l'effet utile total de la roue.* Dans le calcul de la quantité de travail totale transmise à la circonférence de la roue, j'ai dû tenir compte de celle qui était consommée par le frottement des tourillons, ce qui n'offrait aucune difficulté, puisqu'en appelant

P l'effort exercé par l'eau sur les aubes et rapporté à la circonférence extérieure de la roue,

F la charge totale du frein,

$M = 1927^{kil}$ poids de la roue, y compris celui du levier du frein, mais en négligeant l'influence de la charge variable du frein sur la pression

supportée par les tourillons, ce qui est évidemment permis pour la simplicité des calculs.

$R = 1^m,78$ le rayon extérieur de la roue,

$\rho = 0^m,03$ le rayon des tourillons de la roue,

$L = 2^m,51$ la distance horizontale du point de suspension de la charge au plan vertical passant par l'axe de la roue,

v la vitesse à la circonférence extérieure de la roue,

$v' = v \frac{L}{R}$ la vitesse que le point de suspension de la charge tendait à prendre,

$f = 0,08$ le rapport du frottement à la pression pour les tourillons et les coussinets avec enduit de suif.

On a évidemment,

$$Pv = F'v' + fM \frac{\rho}{R} v.$$

C'est en substituant successivement dans cette formule les données relatives à chaque expérience, que l'on a déterminé la valeur correspondante des quantités de travail totales transmises à la circonférence de la roue. Puis en comparant le résultat avec celui de la formule des roues de côté

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)v,$$

on a déterminé le coëfficient de correction à lui appliquer, pour la faire concorder avec l'expérience.

19. *Détermination de la vitesse d'arrivée* V *de l'eau sur la roue.* Dans cette équation théorique de l'effet utile de la roue, on a déterminé la vitesse V d'arrivée de l'eau de la manière suivante :

En nommant U la vitesse moyenne dans une section de la veine située en aval de l'orifice, à une distance égale à une fois et demie la hauteur de cet orifice, on a, d'après les expériences de Dubuat, l'expression

$$U = \sqrt{\left(\frac{2gH}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}\right)}$$

dans laquelle H représente la charge sur le centre de l'orifice et m le coëfficient de correction de la dépense, particulier à chaque série.

Connaissant la vitesse dans cette section, et la dépense Q de fluide étant d'ailleurs donnée par la relation

$$Q = mA\sqrt{2gH},$$

dans laquelle A est l'aire de l'orifice, on a pu déterminer l'aire A′ du profil de la veine à l'endroit où la vitesse moyenne était U, à l'aide de la formule

$$A' = \frac{Q}{U};$$

pour en déduire l'épaisseur E de la lame d'eau, d'après la largeur $L = 0^m,76$ du coursier et l'on a eu

$$E = \frac{A'}{L} = \frac{Q}{UL};$$

ce qui a donné la position du filet moyen de la lame d'eau, et comme cette lame suivait ensuite la direction du coursier, il a été facile de déterminer le point de rencontre de ce filet moyen avec la circonférence extérieure de la roue. La hauteur de ce point au-dessous du centre de la section où la vitesse était U étant ajoutée à la hauteur due à cette vitesse, on a obtenu la hauteur totale génératrice de la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, et l'angle et l'inclinaison de cette vitesse avec celle v de la circonférence de la roue étant très-petit, on a admis que son cosinus était sensiblement égal à l'unité.

Dans ce calcul, on a négligé l'influence de la résistance des parois du coursier, ce qui, vu sa faible longueur, peut être d'autant plus permis que ses effets sont déjà en partie implicitement introduits dans les résultats par la valeur assignée au coëfficient de la dépense, d'après les expériences de MM. Poncelet et Lesbros.

Le point de rencontre du filet moyen avec la circonférence extérieure étant déterminé de la manière indiquée ci-dessus, sa hauteur au-dessus du fond du coursier a déterminé la valeur de h à introduire dans la formule théorique de l'effet utile de la roue.

20. *Résultats des expériences.* Les résultats de la comparaison de l'effet utile réel à l'effet théorique sont consignés dans le tableau suivant, ainsi que toutes les données nécessaires au cacul.

Expériences faites en 1834 sur la roue à aubes planes

Numéros des séries.	Numéros des expériences.	Levées de la vanne sur une largeur de 0m,76.	Aire de l'orifice.	Charge d'eau sur le centre de l'orifice.	Poids de l'eau dépensée en une seconde. 1000Q	Chute totale.	Travail absolu du moteur en une seconde.	Nombre de tours de la roue en une minute.	Vitesse de la circonférence de la roue en une seconde. v	Vitesse de l'eau affluente en une seconde. V	Rapport de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. v/V	Charg[e] Constant[e]
		m	m.q	m	kil	m	k.m		m	m		kil
1	1	0,050	0,038	0,445	72,30	0,970	70,00	7,13	1,476	2,728	0,541	11,86
	2			0,450	72,70	0,975	70,80	4,50	0,838	2,741	0,305	18,66
	3			0,448	72,60	0,973	70,50	3,16	0,653	2,737	0,238	18,66
	4			0,448	72,60	0,973	70,50	2,48	0,512	2,737	0,187	18,66
	5			0,448	72,60	0,973	70,50	2,02	0,416	2,737	0,152	18,66
	6			0,448	72,60	0,973	70,50	1,62	0,335	2,737	0,122	18,66
	7			0,448	72,60	0,973	70,50	1,42	0,292	2,737	0,107	18,66
	8			0,448	72,60	0,973	70,50	1,16	0,240	2,737	0,088	18,66
	9			0,448	72,60	0,973	70,50	0,60	0,124	2,737	0,045	18,66
	10			0,448	72,60	0,973	70,50	»	»	»	»	18,66
2	1	0,100	0,076	0,450	142,00	1,000	142,00	12,25	2,500	2,726	0,917	11,86
	2			0,450	142,00	1,000	142,00	6,52	1,331	2,726	0,488	18,66
	3			0,455	142,80	1,005	143,80	5,65	1,155	2,742	0,421	18,66
	4			0,454	142,20	1,004	143,10	4,28	0,874	2,738	0,319	18,66
	5			0,457	143,00	1,007	144,00	4,05	0,827	2,748	0,300	18,66
	6			0,457	143,00	1,007	144,00	3,43	0,720	2,748	0,262	18,66
	7			0,457	143,00	1,007	144,00	2,27	0,478	2,748	0,174	18,66
	8			0,450	142,00	1,000	142,00	1,76	0,346	2,726	0,126	18,66
	9			0,450	142,00	1,000	142,00	»	»	2,726	»	18,66
3	1	0,150	0,114	0,410	207,00	0,985	203,00	14,30	2,885	2,578	1,119	11,86
	2			0,413	207,50	0,988	205,00	13,60	2,693	2,588	1,040	19,06
	3			0,420	208,50	0,995	208,00	12,50	2,525	2,008	0,972	19,06
	4			0,410	207,00	0,985	203,00	10,90	2,203	2,578	0,847	19,06
	5			0,410	207,00	0,985	203,00	9,67	1,951	2,578	0,756	19,06
	6			0,448	215,00	1,023	221,00	9,10	1,836	2,696	0,681	19,06
	7			0,448	215,00	1,023	221,00	8,00	1,616	2,696	0,599	19,06
	8			0,450	215,50	1,025	221,50	7,50	1,515	2,699	0,557	19,06
	9			0,450	215,50	1,025	221,50	5,87	1,188	2,699	0,440	19,06
	10			0,450	215,50	1,025	221,50	5,66	1,143	2,699	0,423	19,06
	11			0,448	215,00	1,023	221,50	5,39	1,082	2,696	0,401	19,06
	12			0,302	175,00	0,877	155,20	2,79	0,561	2,213	0,253	19,06
	13			0,282	171,00	0,857	147,00	»	»	2,138	»	19,06

de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz.

DU FREIN. Variable.	DU FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v$. 1000 Qh.	$\frac{1000Q}{g}(V-v)v$	Pv.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
»	11,86	1,874	22,23	3,45	25,68	20,25	13,60	33,85	0,79	0,32	$m = 0,646$.
»	18,66	1,064	19,86	1,96	21,72	20,35	11,68	32,03	0,67	0,28	
5	23,66	0,829	19,62	1,56	21,18	20,30	10,95	31,25	0,68	0,28	
10	28,66	0,650	18,63	1,20	19,83	20,30	8,45	28,75	0,70	0,26	
15	33,66	0,528	17,78	0,98	18,76	20,30	7,15	27,45	0,70	0,25	
20	38,66	0,425	16,44	0,79	17,23	20,30	5,95	26,25	0,66	0,23	
25	43,66	0,370	16,19	0,68	16,87	20,30	5,30	25,60	0,66	0,23	
30	48,66	0,304	14,83	0,56	15,39	20,30	4,45	24,75	0,62	0,21	
35	53,66	0,157	8,45	0,29	8,74	20,30	2,40	22,70	0,36	0,12	
40	58,66	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
								Moyennes..	0,708	0,278	
»	11,86	3,216	38,14	5,85	43,99	49,50	8,20	57,70	0,76	0,27	$m = 0,626$.
15	33,66	1,712	57,66	3,12	60,78	49,50	26,80	76,30	0,78	0,41	
20	38,66	1,486	57,45	2,70	59,15	49,80	26,70	76,50	0,77	0,40	
25	43,66	1,124	49,11	2,05	51,16	49,80	23,70	73,50	0,67	0,34	
30	48,66	1,064	51,77	1,97	53,74	50,00	23,25	73,25	0,73	0,36	
35	53,66	0,926	49,71	1,69	51,40	50,00	21,40	71,40	0,72	0,34	
45	63,66	0,615	39,16	1,12	40,28	50,00	15,80	65,80	0,64	0,27	
55	73,66	0,445	32,80	0,81	33,61	49,50	11,90	61,40	0,59	0,23	
70	88,66	»	»	»	»	49,50	9,75	59,25	»	0,21	
								Moyennes..	0,738	0,37	
»	11,86	3,750	44,48	6,78	51,26	85,20	−18,70	66,50	0,77	0,22	$m = 0,631$.
»	19,06	3,500	56,72	6,30	53,02	85,30	− 6,05	79,25	0,67	0,28	
5	24,06	3,280.	78,98	5,97	84,95	86,00	4,45	90,45	0,90	0,38	Anomalie.
10	29,06	2,860	83,25	5,16	88,41	85,20	18,80	104,00	0,85	0,41	
15	34,06	2,540	86,52	4,57	90,09	85,20	26,80	109,00	0,83	0,43	
20	39,06	2,320	90,88	4,30	95,18	89,00	34,80	123,80	0,77	0,41	
25	44,06	2,100	92,56	3,77	96,33	89,00	38,40	127,40	0,75	0,42	
30	49,06	1,970	97,62	3,55	101,17	89,00	39,50	128,50	0,79	0,44	
35	54,06	1,540	83,49	2,76	86,25	89,00	39,50	128,50	0,67	0,38	
40	59,06	1,480	87,75	2,67	90,42	89,00	39,25	128,25	0,70	0,40	
45	64,06	1,400	90,80	1,53	91,73	89,00	38,50	127,50	0,71	0,41	
50	69,06	0,730	50,36	1,33	51,69	73,00	16,80	89,80	0,58	0,32	
60	79,06	»	51,75	»	»	70,50	14,40	84,90	»	»	
								Moyennes..	0,751	0,415	

Suite des *Expériences faites en 1834 sur la roue à aubes*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	LEVÉES de la vanne sur une largeur de 0m,76.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	NOMBRE de tours de la roue en une minute.	VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V	RAPPORT de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. $\frac{v}{V}$	CHARG[E] Constante.
		m	m.q	m	kil	m	k.m		m	m		kil
4	1	0,200	0,152	0,240	191,00	0,840	161,00	13,35	2,69	1,91	1,42	11,86
	2			0,240	191,00	0,840	161,00	12,25	2,47	1,91	1,29	19,06
	3			0,240	191,00	0,840	161,00	11,11	2,24	1,91	1,17	19,06
	4			0,235	187,00	0,835	154,00	9,54	1,92	1,89	1,02	19,06
	5			0,235	187,00	0,835	154,00	8,12	1,63	1,89	0,86	19,06
	6			0,235	187,00	0,835	154,00	7,50	1,51	1,89	0,80	19,06
	7			0,227	184,00	0,827	152,00	6,39	1,29	1,85	0,69	19,06
	8			0,223	182,00	0,823	150,00	5,83	1,17	1,84	0,64	19,06
	9			0,214	179,00	0,814	146,00	4,42	0,89	1,80	0,49	19,06
	10			0,210	177,00	0,810	143,50	3,66	0,74	1,78	0,41	19,06
	11			0,210	177,00	0,810	143,50	3,45	0,69	1,78	0,39	19,06
	12			0,212	177,50	0,812	144,50	2,94	0,59	1,79	0,33	19,06
5	1	0,250	0,190	0,185	210,00	0,810	179,50	13,05	2,61	1,61	1,63	11,86
	2			0,185	210,00	0,810	179,50	12,00	2,41	1,61	1,50	19,66
	3			0,185	210,00	0,810	179,50	10,18	2,01	1,61	1,27	19,66
	4			0,185	210,00	0,810	179,50	8,70	1,74	1,61	1,08	19,66
	5			0,180	205,70	0,805	166,00	8,00	1,60	1,59	1,01	19,66
	6			0,180	205,70	0,805	166,00	7,14	1,43	1,59	0,90	19,66
	7			0,170	200,00	0,795	159,25	5,83	1,17	1,54	0,77	19,66
	8			0,165	197,00	0,790	156,00	5,46	1,09	1,52	0,72	19,66
	9			0,155	192,00	0,780	149,00	4,77	0,97	1,47	0,66	19,66
	10			0,150	187,50	0,775	146,00	»	»	1,45	»	19,66
				Charge sur le seuil de l'orifice.								
6	1	»	»	0,360	252,00	0,860	216,00	13,92	2,81	1,61	1,75	11,86
	2			0,350	242,00	0,850	205,00	12,50	2,50	1,58	1,59	20,96
	3			0,337	227,50	0,837	191,00	11,65	2,28	1,62	1,41	20,96
	4			0,335	225,00	0,835	188,00	10,00	2,01	1,61	1,25	20,96
	5			0,330	220,00	0,830	183,00	8,96	1,80	1,60	1,12	20,96
	6			0,330	220,00	0,830	183,00	7,79	1,57	1,60	0,98	20,96
	7			0,323	213,50	0,823	175,00	6,98	1,40	1,58	0,89	20,96
	8			0,315	206,00	0,815	167,00	6,25	1,26	1,56	0,80	20,96
	9			0,310	201,00	0,810	163,00	5,56	1,12	1,56	0,71	20,96
	10			0,310	201,00	0,810	163,00	4,84	0,97	1,56	0,62	20,96

lanes de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz.

DU FREIN. Variable.	DU FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v$. 1000 Qh.	$\frac{1000Q}{g}(V-v)v$	Pv.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
»	11,86	3,49	41,41	6,35	47,76	85,50	-41,00	44,50	1,07	0,28	$m = 0,572$.
»	19,06	3,21	61,12	5,83	66,95	85,50	-27,00	58,50	1,14	0,38	
5	24,06	2,91	70,00	5,28	75,28	85,50	-14,60	70,90	1,06	0,44	
10	29,06	2,49	72,46	4,53	76,99	85,00	-10,70	74,30	1,04	0,47	
15	34,06	2,12	72,30	3,84	76,14	85,00	8,05	93,05	0,82	0,47	
20	39,06	1,96	76,72	3,56	80,28	85,00	11,20	96,20	0,83	0,50	
25	44,06	1,67	73,66	3,04	76,70	83,50	13,80	97,30	0,79	0,48	
30	49,06	1,52	74,81	2,72	75,53	83,00	14,70	97,70	0,77	0,50	
35	54,06	1,15	62,40	2,10	64,50	81,20	14,90	96,10	0,67	0,43	
45	64,06	0,96	61,37	1,75	63,12	80,40	14,10	94,50	0,67	0,43	
55	74,06	0,90	66,82	1,63	68,45	80,40	13,70	94,10	0,73	0,47	
75	94,06	0,77	72,40	1,39	73,79	80,75	13,00	93,75	0,79	0,50	
								Moyennes..	0,760	0,47	
»	11,86	3,42	40,61	6,13	46,74	103,00	-56,00	47,00	0,99	0,23	$m = 0,572$.
»	19,66	3,15	61,94	5,67	67,61	103,00	-40,75	62,25	1,08	0,35	
5	24,66	2,67	65,84	4,73	70,57	103,00	-18,60	84,40	0,84	0,37	
10	29,66	2,28	67,72	4,08	71,80	103,00	- 5,00	98,00	0,73	0,38	
15	34,66	2,10	72,78	3,75	76,53	101,00	- 0,54	100,46	0,76	0,47	
20	39,66	1,87	74,35	3,34	77,69	101,00	4,70	105,70	0,73	0,45	
25	44,66	1,53	67,27	2,74	70,01	97,75	9,00	106,75	0,66	0,42	
30	49,66	1,43	71,10	2,55	73,65	97,00	9,40	106,40	0,70	0,46	
35	54,66	1,27	70,46	2,27	72,73	93,75	9,50	103,25	0,70	0,47	
45	64,66	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
								Moyennes..	0,713	0,44	
»	11,86	3,65	43,28	6,60	49,88	145,00	-86,50	58,50	0,82	0,20	$m = 0,336$.
»	20,96	3,27	68,50	5,85	74,35	138,50	-57,50	81,00	0,93	0,33	
5	25,96	2,96	76,84	5,34	81,18	126,00	-34,80	91,20	0,89	0,40	
10	30,96	2,61	80,90	4,72	85,62	125,00	-18,40	106,60	0,80	0,43	
15	35,96	2,34	84,15	4,22	88,37	123,00	- 8,00	115,00	0,77	0,46	
20	40,96	2,04	83,44	3,68	187,12	123,00	1,24	124,24	0,70	0,46	
25	45,96	1,82	83,83	3,28	187,11	117,00	5,50	122,50	0,71	0,48	
30	50,96	1,63	83,27	2,95	86,22	113,00	8,10	121,10	0,71	0,50	
35	55,96	1,45	81,26	2,62	83,88	105,50	10,30	115,80	0,72	0,50	
45	65,96	1,27	83,43	2,27	85,70	105,50	11,80	117,30	0,74	0,51	
								Moyennes..	0,722	0,49	

21. ***Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.*** En examinant les résultats contenus dans ce tableau, nous voyons, qu'en laissant de côté les expériences dans lesquelles la vitesse de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, ce qui rendait négatif le second terme de la formule théorique et celles où la vitesse de la roue était 0,25 et moins de celle de l'eau, le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique est 0,74.

En effet, on trouve pour la valeur de ce rapport dans la

1re série	0,708
2e	0,738
3e	0,751
4e	0,760
5e	0,713
6e	0,722
Moyenne générale	0,737 ou 0,74

si, au lieu de prendre pour valeur moyenne de ce rapport la moyenne arithmétique entre les moyennes de chaque série, on prend la valeur moyenne des rapports fournis par chaque expérience, on trouve pour la moyenne générale 0,736.

On voit donc qu'en appliquant à la formule théorique le coëfficient de correction 0,74 la formule pratique

$$Pv = 0{,}74\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)\,v\right]$$

ou

$$Pv = 740\,Q\left[h + \frac{(V - v)v}{g}\right];$$

qui en résultera, représentera avec une exactitude bien suffisante, les résultats de l'expérience entre les limites précédentes, qui comprennent presque tous les cas de la pratique.

Les troisième et quatrième séries, qui sont celles où le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique est le plus grand, et qui prises ensemble donnent pour sa valeur moyenne 0,755, étant relatives à des levées de vanne de $0^{m},15$ et $0^{m},20$, il semblerait que ces ouvertures seraient celles qui conviennent le mieux aux roues du genre de celles qui nous occupent.

Mais, si l'on compare les valeurs du rapport du travail disponible au

travail absolu du moteur, on voit que la moyenne des valeurs de ce rapport est, entre les limites indiquées, pour la

1re série	0,28
2e	0,37
3e	0,42
4e	0,47
5e	0,44
6e	0,49

d'où il paraîtrait résulter qu'il augmente avec la levée de la vanne au-delà de $0^m,20$ et jusqu'à $0^m,30$.

22. ***Manière dont l'eau s'introduit et agit sur les aubes.*** En examinant attentivement le mouvement de la roue et la manière dont l'eau agissait sur les aubes, on a remarqué les circonstances suivantes. Dès que la roue marchait à une vitesse un peu moindre que celle de l'eau affluente, celle-ci formait le long de leur surface un remou qui s'élevait d'autant plus que la différence de vitesse était plus grande. Avec des levées de vanne de $0^m,10$ à $0^m,15$, les aubes ayant $0^m,30$ de largeur dans le sens du rayon, ce remou commençait à dépasser le côté intérieur de la palette, et à se déverser dans l'intervalle inférieur, lorsque le rapport de la vitesse de la circonférence extérieure à celle de l'eau affluente était d'environ 0,25 à 0,26.

Il est d'ailleurs évident que ce déversement aurait eu lieu plus tard si la palette avait eu, à proportion, plus de largeur dans le sens du rayon. C'est par exemple, ce qui est arrivé pour la 1re série, où il n'a commencé que vers la valeur de $\frac{v}{V} = 0,155$.

Pour les levées de vanne supérieures, il n'a pas été possible de ralentir la vitesse de la roue au-delà du rapport $\frac{v}{V} = 0,62$ environ, parce que vers cette limite son mouvement devenait irrégulier et incertain.

On remarquera de plus, que dans les quatre premières séries d'expériences, le rapport de l'effet utile réel à l'effet théorique n'est sensiblement constant, ainsi que celui de l'effet utile disponible au travail absolu du moteur, qu'entre les limites de $\frac{v}{V} = 1$ et $\frac{v}{V}$ égal à la valeur pour laquelle le déversement dont nous venons de parler a lieu. C'est donc entre ces limites seulement qu'il conviendra d'employer la formule expérimentale du n° 21, et

dans les applications, il suffira de regarder la manière dont l'eau s'introduit dans la roue pour s'assurer si le rapport $\frac{v}{V}$ est effectivement compris entre les limites convenables.

Cet examen que la disposition de la roue de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz a rendu facile, fait voir que, s'il y avait eu un fond à cette roue, la veine fluide serait venue le choquer, toutes les fois qu'elle a passé par-dessus l'aube, et que par conséquent, il y aurait eu une perte de force vive, dont la formule théorique ne tient pas compte, tandis que, par la disposition existante, le terme relatif à l'effet du choc se trouve, il est vrai, diminué, quand une portion de l'une se déverse dans l'intervalle inférieur, mais celui qui représente l'effet de la pesanteur est augmenté, et qu'il peut encore, entre certaines limites, se faire une sorte de compensation entre ces effets contraires.

On voit donc que, dans les roues à aubes garnies d'un fond, toutes les fois que ce choc se produira avec une certaine intensité, l'effet utile total ne sera plus les 0,74 de l'effet théorique. C'est ce qui est arrivé pour la roue de la fonderie de Toulouse, où la charge d'eau sur le seuil étant assez forte, la vitesse de l'eau était considérable et où les palettes de $0^m,50$ de largeur dans le sens du rayon avaient un fond.

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur diminuant en même temps que celui de l'effet utile réel à l'effet théorique, il faut aussi conclure de ce qui précède, que dans les roues à aubes planes marchant sous de fortes hauteurs d'eau, il est nuisible de former un fond, et qu'il vaudrait beaucoup mieux donner aux aubes une plus grande largeur dans le sens du rayon.

23. *Observations diverses.* On observera de plus que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur paraît être sensiblement le même, et toujours voisin de son maximum, tant que le rapport $\frac{v}{V}$ est compris entre 0,55 et 0,80, sans qu'il soit possible, d'après ces expériences, d'indiquer exactement à quelle valeur correspond ce maximum, qui semble néanmoins se rapprocher du cas où $\frac{v}{V} = 0,66$.

Enfin le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur étant sensiblement plus grand pour les dernières séries que pour les premières, et s'élevant moyennement à 0,463 pour les trois dernières, où les levées

de vanne ont été de $0^m,20$, $0^m,25$ et $0^m,30$ avec une charge sur le centre de $0^m,33$ environ, tandis que pour la roue de la fonderie de Toulouse, il n'est, avec les mêmes levées et de plus fortes charges d'eau, que de 0,41, il faut en conclure :

1° Qu'il convient dans les roues de ce genre d'employer de fortes levées de vannes ou épaisseurs de lame d'eau;

2° Que ces roues sont plus avantageuses pour les très-petites chutes que pour les grandes.

On sait déjà, et l'on verra confirmer plus tard, par l'expérience, que dans tous les cas, il y a avantage à prendre l'eau par la surface.

CHAPITRE TROISIÈME.

EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES DE CÔTÉ DE LA MANUFACTURE D'ARMES DE CHATELLERAULT.

24. *Description sommaire.* Les expériences dont il va être question sont en trop petit nombre pour qu'on puisse en tirer des conclusions bien positives sur les roues de côté; aussi n'est-ce qu'en attendant une occasion favorable pour en faire de plus complètes qu'on les a jointes aux précédentes. Elles ont été exécutées en 1828, et les résultats en sont insérés dans le troisième numéro du Mémorial de l'artillerie, mais il y a lieu aujourd'hui d'y apporter les corrections indiquées par suite des nouvelles expériences sur le frottement (*).

Les usines de la manufacture d'armes de Châtellerault sont établies sur la Vienne, et en 1828 toutes les roues déjà construites étaient des roues de côté, exactement semblables les unes aux autres, de même diamètre et différant seulement par leur largeur parallèle à l'axe. Pour les expériences on a choisi celle du martinet placé en aval et à gauche, dans la forge de l'arme blanche.

La roue en fonte, avec aubes et fond en bois (Pl. I, Fig. 6), est em-

(*) Il avait été fait en 1828 un bien plus grand nombre d'expériences qu'on n'en rapporte ici. Mais celles que l'on insère dans ce Mémoire sont les seules où le volume d'eau que l'orifice débitait pouvait être admis dans la roue, et pour lesquelles il soit possible par conséquent d'établir une comparaison entre les résultats de l'expérience et ceux de la théorie.

5.

boîtée dans un coursier circulaire en fonte, et entre deux bajoyers en pierre de taille. Elle n'a que le jeu strictement nécessaire pour son passage.

L'orifice d'écoulement est pratiqué dans une paroi inclinée à 40° environ, et démasqué par une vanne qui s'abaisse en laissant habituellement une petite charge d'eau sur le sommet de l'ouverture. La vanne, à sa partie supérieure, a dans le sens de la veine fluide une largeur de $0^m,35$ environ, et est arrondie de manière à diriger les filets fluides presque horizontalement; ce qui annulle à-peu-près la contraction sur ce côté, et les deux côtés verticaux de l'orifice étant de plus dans le prolongement des parois du canal, la contraction est aussi supprimée sur ces deux côtés, d'où il résulte qu'elle n'a lieu que sur le côté supérieur, et le vannage étant incliné à 45° sur le seuil de l'orifice, il convient, d'après les expériences connues de M. Poncelet (*), d'assigner au coëfficient de la formule théorique de la dépense, la valeur 0,75.

25. *Formule employée pour le calcul de la dépense d'eau.* D'après cela le volume d'eau écoulée par seconde a été calculé par la formule

$$Q = 0,75 L (H - H') \sqrt{2g \frac{H + H'}{2}};$$

dans laquelle

Q exprime en mètres cubes le volume d'eau dépensé en 1'',

$L = 1^m,28$ la largeur libre de l'orifice, déduction faite de l'épaisseur des crémaillères de la vanne, qui en obstruent une partie,

H la charge d'eau sur le seuil de l'orifice,

H' la charge d'eau sur le sommet de l'orifice.

26. *Détermination des diverses données du calcul de l'effet théorique.* On a pris pour la vitesse V de l'eau affluente à la circonférence extérieure de la roue celle qui correspond à la hauteur du côté inférieur de l'orifice, attendu que c'est à-peu-près la position moyenne entre celle où les aubes reçoivent l'action de l'eau. La direction de cette vitesse V faisant moyennement un angle $\gamma = 25°$ avec celle de la circonférence extérieure de la roue, on a $\cos\gamma = 0,90$ environ.

La hauteur du seuil de l'orifice au-dessus du bas du coursier ou du niveau d'aval, a donné la hauteur h que l'eau parcourait verticalement sur la roue.

La vitesse v de la circonférence extérieure des augets a été déduite de l'observation du nombre de tours de la roue dans un temps donné.

(*) Mémoire sur les roues à aubes courbes; seconde édition.

On a donc eu ainsi tous les élémens de la formule théorique

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$$

à employer pour cette roue, et l'on a pu en déduire la quantité de travail théorique utilisée.

27. *Formule employée pour le calcul de l'effet utile total, en tenant compte des frottemens.* L'arbre de la roue hydraulique porte une roue d'engrenage qui transmet le mouvement à l'arbre à cames, et c'est sur ce dernier que l'on a placé le frein, à un endroit où sa surface avait été tournée pour recevoir un volant. Une partie du travail réellement utilisé par la roue était donc consommée par les frottemens des axes et de l'engrenage, et pour pouvoir apprécier l'effet total de la roue, il était nécessaire d'ajouter ce travail à celui que le frein mesurait et que nous avons nommé le travail disponible. C'est ce que nous avons fait de la manière suivante : soient

F la charge totale du frein,
L son bras de levier,
P'' l'effort transmis par la roue dentée à la circonférence primitive du pignon de l'arbre à cames,
r'' le rayon de ce cercle primitif,
p le poids de l'arbre à cames, du pignon et du cercle à cames,
ρ'' le rayon des tourillons de l'arbre à cames.

Le frottement sur les tourillons de l'arbre à cames est dû à la pression

$$p + F - P''$$

et si nous nommons f_1 le rapport du frottement à la pression pour un tourillon de fonte sur un coussinet en bronze avec enduit de saindoux, nous aurons pour le frottement sur les tourillons de l'arbre à cames

$$f_1(p + F - P'')$$

et lorsque le mouvement de la machine sera parvenu à l'uniformité, on aura la relation d'équilibre

$$P''r'' = FL + f_1\rho''(p + F - P'');$$

d'où

$$P'' = \frac{F(L + f_1\rho'') + f_1\rho'' p}{r'' + f_1\rho''}.$$

La substitution des données numériques $L = 3^m,60$, $f_1 = 0,08$, $\rho'' = 0^m101$,

$r'' = 0^{m},488$, $p = 5527^{kil}$, dans cette expression la réduit à

$$P'' = 7,274\,F + 90^{kil},09.$$

Cet effort P'', considéré comme résistance, produit entre les dents du pignon et celles de la roue, un frottement dont l'effort moyen a pour expression

$$fP''\pi\frac{m+m'}{mm'};$$

dans laquelle $f = 0,07$ est le rapport du frottement à la pression pour des dents en fonte et des dents en bois avec enduit gras, $\pi = 3,1416$, $m = 128$, $m' = 33$, les nombres respectifs des dents de la roue et du pignon; il en résulte que l'effort qui doit être transmis à la circonférence primitive de la roue à dents en bois pour vaincre ce frottement et la résistance P'' a pour valeur

$$P''\left[1 + f\pi\frac{m+m'}{mm'}\right] = 1,0084\,P''.$$

Appelons-le P' pour la simplicité des calculs et considérons ce qui se passe autour de l'axe de la grande roue dentée et de la roue hydraulique.

Les arbres de ces deux roues sont accouplés par un manchon, et leurs axes étant exactement dans le prolongement l'un de l'autre, on peut, dans le calcul, les regarder comme n'en faisant qu'un. D'après cela nommant

q le poids de l'arbre intérieur et la roue dentée,

ρ' le rayon des tourillons de cet arbre,

M le poids de la roue hydraulique et de son arbre,

ρ le rayon de ses tourillons,

P l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue,

α l'angle formé par sa direction moyenne avec la verticale,

f le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons et leurs coussinets,

On aura pour la somme des momens des frottemens des tourillons de ces arbres,

$$f(P'+q)\rho' + f\rho\sqrt{(M+P\cos\alpha)^2 + P^2\sin\alpha^2}$$

ou à $\frac{1}{23}$ près pour le second terme

$$f(P'+q)\rho' + 0,96\,f(M+P\cos\alpha)\rho + 0,4\,fP\sin\alpha.\rho.$$

Par conséquent, lorsque le mouvement de la roue sera parvenu à l'uniformité, on aura l'équation d'équilibre

$$PR = P'r' + f(P' + q)\rho' + 0{,}96 f\rho (M + P\cos\alpha) + 0{,}4 f\rho P \sin\alpha,$$

dans laquelle, $R = 3^{m},25$ est le rayon extérieur de la roue,
$r' = 1^{m},893$ le rayon du cercle primitif de l'engrenage,
$f = 0{,}08$, $q = 3221^{kil}$, $\rho' = 0^{m},094$, $M = 21017^{kil}$, $\rho = 0^{m},14$, $\alpha = 65°$, $\cos\alpha = 0{,}423$, $\sin\alpha = 0{,}906$, et qui, par la substitution de ces valeurs, se réduit à

$$P = 0{,}587 P' + 80^{kil}.$$

Mais nous avons déjà

$$P' = 1{,}0084 P'' = 1{,}0084 (7{,}274 F + 90{,}09)$$

et en introduisant cette valeur dans celle de P, elle devient

$$P = 4{,}310 F + 133^{kil},33.$$

Cette expression nous donnera donc pour chaque expérience la valeur de l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue, en y substituant celle de F' ou de la charge totale du frein correspondante; puis en multipliant cette valeur de P par la vitesse v de la circonférence extérieure de la roue, nous aurons la quantité de travail totale réellement transmise à la roue. C'est ce produit qu'il faudra ensuite comparer au résultat de la formule théorique relative à cette roue, pour en déduire le coëfficient de correction à appliquer à cette formule.

28. *Comparaison de l'effet utile total déduit de l'expérience et de l'effet théorique.* Il y a deux manières de faire cette comparaison; la première consiste à rechercher la valeur du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique, et à prendre cette valeur pour le coëfficient de correction de la formule, ce qui revient à affecter d'une seule et même correction les deux termes de l'équation théorique. Cette méthode est celle que l'on suit généralement; la seconde est d'admettre à priori que le second terme relatif aux variations de la force vive de l'eau, depuis son entrée jusqu'à sa sortie, représente exactement les effets produits, et que la correction doit porter en entier sur le premier terme, pour tenir compte des fuites et de la résistance des parois du coursier.

Dans le tableau suivant on a établi ces deux comparaisons, et l'on peut voir par les résultats qu'il n'y a guère plus d'accord entre les valeurs des coëfficens de correction déduits de l'une ou de l'autre.

Expériences faites en octobre 1828, sur l'une des roues

NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de $2^m,28$.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde 1000 Q	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde	VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde V	RAPPORT de la vitesse de la circonférence extérieure de la roue à celle de l'eau affluente. $\frac{v}{V}$	CHARGE DU	
										Constante.	Variable.
	m	m.q	m	kil	m	k.m	m	m		kil	kil
1	0,10	0,228	0,340	441	1,67	736	1,025	2,77	0,37	71	»
2	0,15	0,342	0,425	740	1,68	1243	1,260	3,13	0,40	110,5	25
3	0,15	0,342	0,352	672	1,65	1112	1,510	2,90	0,52	71	13
4	0,20	0,456	0,375	927	1,65	1534	2,050	3,05	0,67	71	13
5	0,25	0,570	0,395	1189	1,65	1962	2,280	3,20	0,71	71	13
6	0,25	0,570	0,395	1189	1,65	1962	2,440	3,20	0,76	71	»

29. *Conséquences des résultats consignés dans le tableau précédent.* L'examen des résultats contenus dans le tableau précédent, montre que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique est moyennement égal à 0,75, et cette valeur ne s'éloigne que de $\frac{1}{14}$, à $\frac{1}{15}$ au plus de celles qui en diffèrent le plus. Par conséquent les résultats de l'expérience seront représentés avec cette approximation par la formule pratique

$$Pv = 0,75\left[1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)\,v\right].$$

30. *Quand la valeur de* h *est grande par rapport à celle de* $\frac{V^2}{2g}$ *la vitesse* v *de la roue peut, sans inconvénient, varier entre des limites assez étendues.* On remarquera de plus que, dans ces expériences, le rapport de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente a varié depuis 0,37 jusqu'à 0,67, sans que celui de l'effet utile total à l'effet théorique, et même celui du travail disponible au travail absolu du moteur s'éloignassent sensiblement de leurs valeurs moyennes, ce qui montre que, dans les roues de ce genre, il n'y a pas d'inconvéniens à augmenter un peu la vitesse, et qu'on peut la porter jusqu'à 2^m par seconde, quoique la théorie indique qu'elle doit être la plus petite possible. Il semble néanmoins que c'est aux valeurs de $\frac{v}{V}$ comprises entre 0,40 et 0,67 que correspond le maximum d'effet.

de martinet de la manufacture d'armes de Chatelleraut.

FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde	EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde	EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde	EFFET UTILE THÉORIQUE $P\nu = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - \nu)\nu$. 1000 Qh.	1000Q : g × (V cos γ − ν)ν	Pν.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m				
71	4,38	312	148	460	564	68	632	0,73	0,69	0,42	
125,5	5,39	676	172	848	875	250	1123	0,75	0,68	0,55	
84	6,49	545	203	748	753	186	939	0,80	0,74	0,49	
84	8,77	737	278	1015	1088	207	1295	0,78	0,74	0,48	
84	9,74	818	312	1130	1344	274	1618	0,70	0,64	0,42	
71	10,44	741	327	1070	1344	214	1558	0,69	0,64	0,38	
							Moyennes..	0,75	0,69		

Cette faible influence de la vitesse de la roue entre des limites assez étendues, tient à ce que dans les roues de ce genre, qui prennent l'eau à la surface du réservoir, ou à-peu-près, la hauteur h que l'eau parcourt en descendant sur la roue étant assez grande et constante, quelle que soit la vitesse de la roue, le terme $1000\,Qh$ est invariable et ordinairement très-grand par rapport au terme $\frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - \nu)\nu$, sur lequel influe le rapport des vitesses, et que des différences même assez notables dans la valeur de celui-ci, ne peuvent avoir une grande influence sur le résultat total. Nous verrons cette observation se reproduire pour d'autres roues à aubes planes et pour les roues à augets.

La recherche du coëfficient de correction qu'il conviendrait d'appliquer au premier terme de la formule théorique, en regardant le second comme représentant exactement les effets de la variation de force vive, nous donne pour sa valeur moyenne 0,69, qui s'éloigne de $\frac{1}{13}$ à $\frac{1}{14}$ de celles qui en diffèrent le plus. Ce mode de comparaison semble donc moins approché que le premier auquel il nous paraît plus convenable, quant à présent, de s'arrêter.

31. *Rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.* Quant au rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, sa valeur moyenne prise sur les cinq premières expériences est 0,47; mais je ferai

6

remarquer que les résistances passives ayant absorbé une quantité de travail considérable, tant à cause du poids excessif des pièces que des dimensions exagérées des tourillons, ce rapport est beaucoup moindre qu'il n'eût été, si l'on eût pu placer le frein sur l'arbre même de la roue hydraulique, et que si, au lieu de s'élever au quart de l'effet total, le travail consommé par les frottemens n'en eût été que le dixième ou le douzième, comme pour les roues précédentes, le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur eût atteint 0,60 au moins, ce qui rend manifeste l'avantage qu'il y a de prendre l'eau à la surface du réservoir d'amont, pour l'introduire sur la roue.

CHAPITRE QUATRIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA TAILLERIE DE LA CRISTALLERIE DE BACCARAT, DÉPARTEMENT DE LA MEURTHE (*).

32. *Description sommaire.* Cette roue, construite en 1816 par MM. Aitken et Steel (Pl. II, Fig. 1), est emboîtée dans un coursier circulaire, en pierre de taille, qui lui est exactement concentrique. Son arbre est en fonte, ainsi que les bras et les couronnes dans lesquelles sont assemblés les bracons des aubes. Le jeu de celles-ci dans le coursier est réduit à quelques millimètres, tant sur le fond que sur les côtés. La vanne s'abaisse pour laisser passer l'eau comme sur un déversoir, elle a $3^{m},90$ de largeur. Le rayon de la roue est de $2^{m},003$; sa largeur, parallèlement à l'axe, est la même que celle de la vanne, la chute totale a varié, pendant les expériences, de $2^{m},008$ à $2^{m},079$. Le nombre des aubes est de 32 et leur capacité de $0^{m.c},493$ environ.

33. *Formule employée pour calculer la dépense d'eau.* Les abaissemens de la vanne au-dessous du niveau général du réservoir, ont été successivement de $0^{m},112$, $0^{m},175$, $0^{m},220$ et $0^{m},260$, et par conséquent dans

(*) Ces expériences ont été entreprises, ainsi que celles dont il sera parlé au chapitre suivant, à l'invitation de M. Toussaint, mon ancien camarade à l'école Polytechnique, aujourd'hui directeur de la belle cristallerie de Baccarat, qui m'a aidé à les exécuter.

la formule qui donne la dépense de cet orifice en déversoir

$$Q = mLH\sqrt{2gH},$$

et dans laquelle on désigne par

Q la dépense effective en 1″ exprimée en mètres cubes,

L = 3m,90 la largeur de l'orifice,

H la hauteur du niveau général du réservoir, au-dessus du sommet du déversoir,

$g = 9^{m},8088$, m un coëfficient numérique.

Il faudra, d'après les expériences de MM. Poncelet et Lesbros, prendre respectivement pour chaque série les valeurs suivantes de m

0,393, 0,390, 0,385 et 0,385.

Pour déterminer la vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, on a d'abord recherché le point où le filet moyen de la lame d'eau rencontre la circonférence extérieure de la roue, l'on a pris pour V la vitesse due à la hauteur de ce point, au-dessous du niveau général du réservoir. L'angle γ formé par cette vitesse V avec celle v de la circonférence de la roue, ou avec la tangente à cette circonférence, a été déduit du tracé de la parabole décrite par le filet moyen.

La hauteur du point de rencontre de ce filet moyen au-dessus du point inférieur de la roue est celle que l'eau parcourt depuis le moment de son introduction jusqu'à celui de sa sortie, ou la valeur de h.

La vitesse v de la circonférence de la roue a été déduite du nombre de tours faits dans un temps donné, observé à l'aide d'une montre à secondes mortes.

On a eu ainsi tous les élémens de la formule théorique

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)\,v$$

à employer pour cette roue, et l'on a pu en déduire la quantité de travail théorique utilisé.

34. *Formule employée pour le calcul de l'effet utile total, en tenant compte des frottemens.* Les localités ne permettaient pas de placer le frein sur l'arbre même de la roue, et on a été obligé de le monter sur un second arbre de couche, animé d'une vitesse beaucoup plus grande que la roue.

Il a donc été nécessaire de tenir compte, dans le calcul, de l'effet utile total de la roue, des quantités de travail consommé par les frottemens des axes de rotation et des engrenages. C'est ce que l'on a fait à l'aide des formules suivantes.

En appelant

F la charge totale du frein, y compris le poids de son levier rapporté au crochet de suspension,

$L = 2^{m},503$ la distance horizontale du point de suspension de cette charge au plan vertical qui passe par l'axe du second arbre de couche,

S' l'effort disponible à la circonférence primitive de l'engrenage, qui fait équilibre à la charge du frein et au frottement des tourillons de cet arbre,

$r' = 0^{m},38$ le rayon du cercle primitif de ce pignon,

$N'' = 730^{kil}$ le poids du second arbre de couche, y compris celui du pignon, du collier et d'une partie du levier du frein,

$\rho = 0^{m},05$ le rayon des tourillons de cet arbre,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression, pour ces tourillons enduits de saindoux ou d'huile;

On a, entre ces quantités, la relation

$$S'r' = FL + 0,96 f\rho''(N'' + F) + 0,4 f\rho'' S'$$

d'où l'on tire

$$S' = \frac{F(L + 0,96 f\rho'') + 0,96 f\rho N''}{r' - 0,4 f\rho''},$$

ou, en y substituant les données numériques précédentes,

$$S' = 6,612\,F + 6,47^{kil}$$

$n = 152$ et $n' = 44$ étant respectivement les nombres des dents de la roue d'engrenage du premier arbre de couche et du pignon du second arbre, et $f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression, pour les dents en bois et en fonte enduites de saindoux, on a pour l'effort S qui doit être transmis à la circonférence de cette roue, pour vaincre la résistance S' et le frottement de l'engrenage

$$S = S'\left(1 + f\pi \frac{n + n'}{nn'}\right) = 1,0062\,S' = 6,661\,F + 6,509^{kil}.$$

Désignant ensuite par

Q' l'effort disponible à la circonférence primitive du premier pignon pour surmonter la résistance S et le frottement des tourillons du premier arbre de couche,

$r = 0^m,435$ le rayon du cercle primitif du pignon,

$R'' = 1^m,27$ le rayon du cercle primitif de la roue d'engrenage du premier arbre de couche ou le bras de levier de la résistance S,

$N' = 1084^{kil}$ le poids total du premier arbre de couche, de son engrenage et de son pignon,

$\rho' = 0^m,062$ le rayon des tourillons de cet arbre,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour les tourillons enduits de saindoux,

$a = 32^\circ$ l'inclinaison de la ligne des centres de la roue hydraulique et du premier arbre de couche à l'horizon,

On aura, entre ces quantités la relation,

$$Q'r = SR'' + 0,96\, f\rho'\, (N' - Q' \cos a) + 0,4\, f\rho' (Q' \sin a + S)$$

d'où l'on tire

$$Q' = \frac{S(R'' + 0,4 f\rho') + 0,96 f\rho' N'}{r + 0,96 f\rho' \cos a - 0,4 f\rho' \sin a}$$

qui, par la substitution des données numériques précédentes, se réduit à

$$Q' = 2,958\,S + 15,613^{kil} = 19,703\,F + 25,763^{kil},$$

$m = 146$, $m' = 35$, étant respectivement les nombres de dents de la roue d'engrenage A et du pignon B, $f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces dents enduites de saindoux,

On a, pour l'effort disponible Q, qui doit être transmis à la circonférence primitive de la roue A, pour vaincre la résistance Q' et le frottement de l'engrenage,

$$Q = Q'\left(1 + f\pi \frac{m + m'}{mm'}\right) = 1,008\,Q = 19,861\,F + 25,97^{kil}.$$

Enfin, autour de l'arbre de la roue hydraulique, nommant

P l'effort exercé à la circonférence extérieure de cette roue,

$R = 2^m,003$ le rayon de cette circonférence,

$R' = 1^m,815$ le rayon du cercle primitif de la roue d'engrenage montée sur l'arbre de la roue hydraulique,

$b = 45^\circ$ l'angle de la direction moyenne de l'effort P avec l'horizontale,

$N = 13025^{kil}$ le poids total de la roue hydraulique, de son arbre, de la roue d'engrenage, en négligeant le poids propre de l'eau contenue dans la roue, et qui est en grande partie supporté par le coursier,

$\rho = 0^m,135$ le rayon des tourillons de l'arbre de la roue,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons enduits de saindoux,

On a, entre ces quantités, la relation

$$PR = QR' + 0,96 f\rho\,(N + P\cos b - Q\cos a) + 0,4 f\rho\,(P\sin b - Q\sin a)$$

d'où l'on tire

$$P = \frac{Q(R' - 0,96 f\rho\cos a - 0,4 f\rho\sin a) + 0,96 f\rho N}{R - 0,96 f\rho\cos b - 0,4 f\rho\sin b}.$$

La substitution des données précédentes réduit cette valeur de P à

$$P = 17,974F + 82,14^{kil}.$$

Cette expression nous donnera donc pour chaque expérience, la valeur de l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue, en y substituant celle de F ou de la charge totale du frein correspondante; puis, en multipliant cette valeur de P par la vitesse v de la circonférence extérieure de la roue, nous aurons la quantité de travail totale réellement transmise à la roue. C'est ce produit qu'il faudra ensuite comparer au résultat de la formule théorique relative à cette roue, pour en déduire le coëfficient de correction à appliquer à cette formule.

35. *Résultats des expériences.* Les résultats de cette comparaison et de celle de la quantité de travail disponible mesurée par le frein au travail absolu du moteur, ainsi que tous les élémens des calculs sont réunis dans le tableau suivant.

***Expériences** sur la roue à aubes planes d*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR du niveau du réservoir sur le sommet de la vanne en déversoir sur une largeur de 3m,90.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v	VITESSE d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue décomposée dans le sens de cette circonférence V cos γ	RAPPORT des vitesses v et V cos γ.	CHARGE DU FREIN. Constante.	CHARGE DU FREIN. Variable.	CHARGE DU FREIN. Totale. F
		m	kil	m	k.m	m	m		kil	kil	kil
1	1	0,118	276	2,008	552	0,847	1,061	0,80	15,625	7	22,625
	2	0,118	276	2,008	552	0,671	1,061	0,63	15,625	12	27,625
	3	0,118	276	2,008	552	0,582	1,061	0,53	15,625	17	32,625
	4	0,118	276	2,008	552	0,513	1,061	0,48	15,625	22	37,625
2	1	0,171	477	2,052	978	1,518	1,033	»	15,625	7	22,625
	2	0,174	484	2,055	995	1,341	1,033	»	15,625	12	27,625
	3	0,174	484	2,055	1095	1,163	1,033	»	15,625	17	32,625
	4	0,176	497	2,057	1095	0,873	1,033	0,84	15,625	27	42,625
	5	0,176	497	2,057	1095	0,742	1,033	0,72	15,625	32	47,625
	6	0,175	493	2,056	1014	0,728	1,033	0,71	15,525	37	52,625
	7	0,174	484	2,055	995	0,671	1,033	0,65	15,625	42	57,625
	8	0,174	484	2,055	995	0,623	1,033	0,60	15,625	47	62,625
	9	0,174	484	2,055	995	0,554	1,033	0,54	15,625	52	67,625
	10	0,174	484	2,055	995	0,520	1,033	0,50	15,625	57	72,625
	11	0,175	493	2,056	1014	0,484	1,033	0,47	15,625	62	77,625
3	1	0,219	682	2,064	1410	2,330	1,145	»	15,625	7	22,625
	2	0,219	682	2,064	1410	1,838	1,145	»	15,625	17	32,625
	3	0,218	678	2,063	1400	1,452	1,145	»	15,625	27	42,625
	4	0,220	687	2,065	1422	1,162	1,145	»	15,625	37	52,625
	5	0,220	687	2,065	1422	0,969	1,145	0,84	15,625	47	62,625
	6	0,218	678	2,063	1400	0,830	1,145	0,73	15,625	57	72,62
	7	0,218	678	2,063	1400	0,727	1,145	0,63	15,625	67	82,62
	8	0,219	682	2,064	1410	0,645	1,145	0,56	15,625	77	92,62
	9	0,222	696	2,067	1440	0,514	1,145	0,45	15,625	87	102,6
4	1	0,245	810	2,062	1675	1,586	1,145	»	15,625	32	47,62
	2	0,252	944	2,069	1745	1,342	1,145	»	15,625	42	57,62
	3	0,256	865	2,073	1790	1,058	1,145	0,925	15,625	57	72,62
	4	0,258	875	2,075	1819	0,894	1,145	0,78	15,625	67	82,62
	5	0,259	878	2,076	1824	0,794	1,145	0,69	15,625	77	92,62
	6	0,262	893	2,079	1858	0,698	1,145	0,61	15,625	87	102,62
	7	0,262	893	2,079	1858	0,794	1,145	0,69	15,625	77	92,62
	8	0,262	893	2,079	1858	0,918	1,145	0,80	15,625	67	82,62
	9	0,262	893	2,079	1858	0,995	1,145	0,87	15,625	57	72,62
	10	0,262	893	2,079	1858	1,162	1,145	»	15,625	47	62,625
	11	0,257	870	2,074	1806	1,452	1,145	»	15,625	37	52,625
	12	0,257	870	2,074	1806	1,745	1,145	»	15,625	27	42,625

la taillerie de la cristallerie de Baccarat.

VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$ 1000Q*h*.	1000Q : *g* ×(V cos γ - *v*)*v*.	P*v*.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
15,30	347	69	416	521	6	527	0,790	0,626	
12,10	335	54	389	521	11	532	0,752	0,605	
10,50	343	47	390	521	14	535	0,730	0,620	
9,25	348	41	389	521	15	536	0,729	0,630	
						Moyennes. .	0,750	0,620	
27,35	618	126	744	920	— 22	898	0,831	0,631	
24,20	670	107	777	934	— 15	919	0,846	0,673	
20,96	685	93	778	934	— 5	929	0,838	0,687	
15,73	672	69	741	960	9	969	0,764	0,660	
13,38	638	58	696	960	11	971	0,713	0,685	
13,10	690	58	748	954	12	966	0,775	0,679	
12,10	698	51	749	934	19	953	0,778	0,703	
11,24	703	48	751	934	21	955	0,777	0,707	
9,98	676	42	718	934	24	958	0,751	0,680	
9,40	684	37	721	934	26	960	0,751	0,687	
8,74	680	35	715	954	29	983	0,728	0,669	
						Moyennes. .	0,755	0,673	
41,90	950	»	1140	1309	— 85	1224	0,930	0,673	
33,10	1080	»	1225	1309	— 81	1258	0,975	0,758	
26,20	1136	»	943	1299	— 24	1275	0,745	0,810	
20,95	1102	»	1193	1319	— 4	1315	0,922	0,774	
17,45	1093	»	1180	1319	10	1309	0,888	0,768	
14,99	1089	»	1154	1309	19	1290	0,777	0,777	
13,20	1090	»	1148	1309	32	1277	0,863	0,778	
11,65	1080	»	1130	1309	32	1277	0,844	0,765	L'eau rejaillit un peu entre les aubes.
9,25	950	»	990	1335	43	1292	0,714	0,660	*Idem.*
						Moyennes. .	0,817	0,751	
28,59	1360	128	1488	1529	— 36	1493	0,995	0,812	
24,18	1393	97	1490	1598	— 18	1580	0,944	0,798	
19,04	1385	85	1470	1642	8	1650	0,891	0,774	
16,12	1332	68	1400	1663	22	1685	0,831	0,734	L'eau rejaillit en dedans de la roue.
14,30	1325	65	1390	1670	30	1700	0,818	0,727	*Idem.*
12,59	1293	52	1345	1700	40	1740	0,774	0,697	*Idem.*
14,30	1325	65	1390	1700	31	1731	0,803	0,714	*Idem.*
16,53	1369	79	1448	1700	20	1720	0,842	0,737	*Idem.*
18,48	1342	83	1425	1700	14	1714	0,832	0,724	
20,95	1315	110	1430	1700	— 2	1698	0,843	0,714	
26,20	1380	118	1498	1650	— 27	1523	0,983	0,765	
31,40	1340	145	1485	1650	— 53	1597	0,930	0,741	
						Moyennes. .	0,829	0,744	

7

36. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, et laissant de côté les expériences où la vitesse de la circonférence extérieure de la roue était plus grande que celle du filet moyen de la veine fluide, ce qui rendait négatif le second terme de la formule théorique; on voit que le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique est pour

La 1re série d'expériences	0,750
La 2e série	0,755
La 3e série	0,817
La 4e série	0,829

On remarquera que ce rapport paraît croître un peu avec l'épaisseur de la lame d'eau. Il en est à peu près de même du rapport du travail disponible mesuré par le frein au travail absolu dépensé par le moteur. En effet, la valeur de ce second rapport est pour

La 1re série	0,620
La 2e série	0,673
La 3e série	0,751
La 4e série	0,744

si l'augmentation ne s'est pas manifestée davantage à cette dernière série d'expériences, c'est que le volume d'eau considérable qui était dépensé par l'orifice, atteignait ou dépassait parfois les deux tiers de la capacité des augets, et qu'une portion était projetée à l'intérieur de la roue en pure perte.

De cette observation l'on doit conclure qu'il faut disposer ces roues de manière que l'abaissement de la vanne, en déversoir, au-dessous du niveau du réservoir soit de $0^m,20$ à $0^m,25$: ce qui offre en outre l'avantage de diminuer, autant que possible leur largeur parallèle à l'axe.

L'accroissement du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique avec l'épaisseur de la lame d'eau qui passe sur la vanne, est assez faible pour que nous puissions adopter pour sa valeur moyenne, la moyenne arithmétique entre les précédentes qui est

0,788,

et qui ne diffère de chacune des moyennes particulières à chaque série que de $\frac{1}{25}$ au plus, de sorte qu'en appliquant à la formule théorique des roues de côté, ce rapport, comme coëfficient de correction, le résultat de toutes

les expériences précédentes, sera représenté à moins de $\frac{1}{15}$ par la formule pratique

$$P v = 0{,}788 \left[1000\, Q h + \frac{1000\, Q}{g} (V \cos\gamma - v) v\right]$$

ou

$$P v = 788\, Q \left[h + \frac{(V \cos\gamma - v) v}{g}\right].$$

37. *Observations relatives à la vitesse de la roue.* Dans les expériences qui ont conduit à cette formule pratique, le rapport de la vitesse de la circonférence de la roue à la vitesse d'affluence V cosγ de l'eau dans le sens de la précédente, a varié depuis 0,47 jusqu'à l'unité, et la vitesse v de la circonférence de la roue depuis $0^m,48$ jusqu'à $1^m,80$ par seconde, sans que ni l'effet utile total, ni la quantité de travail disponible mesurée par le frein ait varié notablement. On voit donc que ces roues ont la propriété de pouvoir marcher à des vitesses très-différentes, sans que leur effet utile s'éloigne de sa valeur maximum. Cela tient, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer au n° 30 du chapitre précédent, à ce que l'influence du terme qui dépend des vitesses V et v est très-faible, par rapport à celui de la hauteur h que l'eau parcourt sur la roue.

38. *Le volume d'eau introduit dans les augets ne doit pas dépasser la moitié de leur capacité.* Il est d'ailleurs en général avantageux de faire marcher ces roues assez vite, parce que l'on diminue ainsi les fuites ou pertes d'eau, que l'on a besoin de moins d'engrenages pour transmettre la vitesse convenable aux outils; mais surtout parce qu'en tournant vite, la roue peut admettre un volume d'eau considérable, sans que ses augets soient trop remplis.

Cette dernière condition est importante à satisfaire, car lorsque le volume d'eau que chaque auget doit admettre, approche de celui qui est compris entre deux aubes, une portion du liquide est projetée dans l'intérieur de la roue et perdue pour l'effet utile. C'est, par exemple, ce qui est arrivé dans la 4e série des expériences précédentes, et surtout aux 4e, 5e, 6e, 7e expériences, où le volume d'eau que chaque auget devait admettre, était respectivement de $0^{m.c},451$, $0^{m.c},510$, $0^{m.c},451$, $0^{m.c},384$, tandis que la capacité totale de l'auget, sans déduction relative à l'ouverture du fond, n'était que de $0^{m.c},493$. C'est cette cause qui a diminué l'effet utile dans ces expériences, et contribué à rendre moins grand le rapport de cet effet à l'effet théorique.

De cette observation il résulte que dans l'établissement des roues de côté il conviendra que la vitesse, la largeur de la roue et la capacité des augets soit tellement proportionnées, que le volume d'eau qui devra y être introduit, ne dépasse jamais les 0,50 de cette capacité.

En définitive, cette roue transmettant au second arbre de couche, et déduction faite de toutes les résistances passives, une quantité de travail qui, pour les fortes levées de vanne, sous lesquelles elle fonctionne habituellement, n'est pas moindre que 0,75 du travail absolu du moteur, on voit qu'elle est d'un emploi fort avantageux, et qu'elle peut être regardée comme l'une des mieux construites en ce genre.

CHAPITRE CINQUIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE L'ATELIER DES MEULES A BACCARAT.

39. *Description sommaire.* Il a été construit récemment à la cristallerie de Baccarat, une autre roue à aubes planes (Pl. II, Fig. 2), emboîtée dans un coursier circulaire et destinée à faire mouvoir une paire de meules employées à pulvériser les matières et des tours à tailler les cristaux. Cette roue, représentée en coupe (Fig. 3), se compose de deux joues en bois, dans lesquelles s'assemblent les aubes et le fond; les bras en bois sont engagés dans des embrassures en fonte, qui sont fixées sur un arbre en fonte. Un cercle d'engrenage, monté sur l'une des joues, communique le mouvement à l'arbre de couche sur lequel le frein était placé.

La roue a 40 aubes espacées de $0^{m},384$, et la capacité de chaque auget est de $0^{m.c},192$.

Le vannage incliné forme un angle de 71° avec l'horizontale; le fond du canal d'arrivée est en pierres de taille, ainsi que ses parois verticales et les trois côtés correspondans de l'orifice sont dans le prolongement de ces parois, de sorte qu'il n'y a de contraction que sur le côté supérieur de l'orifice. Dans l'état habituel, il y a sur ce côté supérieur, une charge d'eau de $0^{m},30$ à $0^{m},40$, et d'après sa disposition, le coëfficient de la dépense théorique doit être pris égal à 0,70.

Mais la vanne pouvant, à volonté, être levée assez haut pour que l'orifice devînt un déversoir, nous avons profité de cette facilité pour faire deux

séries distinctes d'expériences. La première dans les circonstances ordinaires de l'usine, où l'eau sort par un orifice avec charge sur le côté supérieur, et la seconde en laissant écouler l'eau par un orifice en déversoir. Nous avons donc pu établir, d'après ces expériences, faites sur la même roue, une comparaison entre les deux modes d'admission de l'eau, sous le rapport de l'effet utile obtenu.

40. *Formules employées pour le calcul des dépenses d'eau.* Dans la première série d'expériences, la dépense d'eau par seconde nous était donc donnée par la formule

$$Q = 0{,}70L(H - h)\sqrt{\frac{2g(H+h)}{2}}$$

dont la notation est connue (n° 25), et dans le second, l'orifice étant un déversoir, il aurait fallu employer la formule relative à ce dispositif, mais comme cet orifice était raccordé avec le canal d'arrivée par un avant-radier et des bajoyers en maçonnerie et qu'on sait, d'après les récentes expériences de MM. Poncelet et Lesbros, que cette circonstance altère notablement la dépense, nous avons eu recours à un autre moyen de jaugeage. En amont du vannage et à l'origine du canal particulier de prise d'eau de la roue, est une large vanne verticale en bon état, qui sert à en régler l'alimentation, et c'est en observant les dimensions de son orifice, et la charge d'eau sur son seuil en amont et en aval, que nous avons calculé la dépense d'eau par seconde.

Nous avons alors employé pour ce calcul la formule

$$Q = 0{,}70\,LO\sqrt{2g(H - h)}$$

dans laquelle

L est la largeur de l'orifice,

O la levée de la vanne,

$H - h$ la différence de niveau de l'eau en amont et en aval de l'orifice et en prenant pour coëfficient de la dépense 0,70, attendu que la contraction était supprimée sur le fond et les côtés de cet orifice.

41. *Formule théorique.* On observait aussi à chaque expérience la hauteur générale du niveau du canal d'arrivée, au-dessus du seuil de l'orifice, de sorte que pour l'une comme pour l'autre série d'expériences, il était facile d'obtenir la vitesse de sortie du filet moyen de la veine fluide, et par suite la vitesse d'arrivée V de l'eau au point de rencontre de ce filet avec la

circonférence extérieure de la roue, ainsi que l'angle γ, qu'elle formait avec la tangente à cette circonférence ou avec la vitesse v. On déduisait d'ailleurs cette dernière de l'observation du nombre de tours faits dans un temps donné. Enfin, la hauteur du point de rencontre du filet moyen avec la circonférence extérieure au-dessus du point inférieur du coursier sous l'axe de la roue, donnait la valeur de h.

On connaissait donc ainsi tous les élémens de la formule théorique de l'effet utile de cette roue

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)\,v.$$

42. *Formule employée pour tenir compte des résistances passives.* Le frein étant placé, comme nous l'avons dit au n° 39, sur l'arbre de couche, il était nécessaire, dans le calcul de l'effet utile total, de tenir compte de la quantité de travail consommé par les résistances passives, ce qui n'offre aucune difficulté. En effet, en nommant toujours

F la charge totale du frein,

$L = 2^m,503$ son bras de levier,

Q' l'effort qui doit être transmis à la circonférence primitive du pignon de l'arbre de couche, pour faire équilibre à la charge F et aux frottemens des tourillons,

$r = 0^m,323$ le rayon de cette circonférence primitive,

$N' = 516^{kil}$ le poids de l'arbre de couche, de son pignon, etc., y compris le collier et une partie du poids du frein,

$\rho' = 0^m,058$ le rayon de ses tourillons,

$N'' = 54^{kil}$ le poids d'un arbre de couche embrayé avec le premier, et qui n'avait pu être dégagé,

$\rho'' = 0^m,034$ le rayon des tourillons de cet arbre,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons enduits de saindoux,

On aura, autour de l'axe de l'arbre de couche, la relation

$$Q'r = FL + 0,96 f\rho' N' + 0,96 f\rho' F + 0,4 f\rho' Q + f\rho'' N'';$$

d'où l'on tire, en substituant les données précédentes,

$$Q' = 7,81F + 6,69^{kil};$$

$m = 256$ et $m' = 37$ étant les nombres respectifs des dents de la roue et

du pignon, et $f' = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces dents enduites de graisse et mouillées d'eau, on a, pour l'effort Q qui doit être transmis à la circonférence primitive de la roue d'engrenage fixée sur l'une des joues de la roue hydraulique pour vaincre la résistance Q' et le frottement de l'engrenage,

$$Q = Q'\left(1 + f\pi\frac{m+m'}{mm'}\right) = 1,0067\,Q'.$$

Maintenant en nommant

P l'effort exercé par l'eau, rapporté à la circonférence extérieure de la roue hydraulique,

$R = 2^{m},477$ le rayon de cette circonférence,

$R' = 2^{m},197$ le rayon de la circonférence primitive de la roue d'engrenage,

$N = 5155^{kil}$ le poids total de la roue hydraulique, de son arbre, etc.,

$\rho = 0^{m},0685$ le rayon de ses tourillons,

$f = 0,07$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons enduits de saindoux,

Puis observant que l'effort P fait, avec l'horizontale, un angle moyennement égal à 45°, on aura, autour de l'axe de la roue hydraulique, la relation d'équilibre

$$PR = QR' + 0,96f\rho N + 0,96f\rho P\cos 45° + 0,4f\rho P\sin 45° - 0,4f\rho Q,$$

d'où, par la substitution des données numériques précédentes, l'on tire

$$P = 7,092\,F + 15,81^{kil}.$$

En introduisant dans cette expression la valeur de F relative à chaque expérience, on en déduira donc facilement la valeur de l'effort P exercé par l'eau à la circonférence de la roue, pour faire équilibre à la charge du frein et aux résistances passives, puis, en multipliant cet effort P par la vitesse v, ou par le chemin parcouru en 1″ par son point d'application, on aura la quantité de travail totale utilisé par la roue hydraulique.

La comparaison de cet effet utile total avec l'effet théorique nous conduira, dans chaque cas, à la détermination du rapport de ces quantités ou à la valeur du coëfficient de correction de la formule théorique.

43. *Résultats des expériences.* Les données de chaque expérience et les résultats de cette comparaison sont consignés dans les tableaux suivans.

***Expériences** sur la roue à aubes planes de l'atelier des meules d*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,228.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v	VITESSE d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue dans le sens de v. V cos γ	RAPPORT des vitesses v et V cos γ.	CHARGE D[…] Constante.	CHARGE D[…] Varia[…]
		m	m	kil	m	k.m	m	m		kil	kil
1	1	0,059	0,5375	164,8	1,893	312	1,565	1,812	0,865	15,625	0
	2	0,059	0,5395	164,9	1,902	313	1,135	1,815	0,625	15,625	7
	3	0,059	0,5415	165,0	1,904	314	0,975	1,815	0,537	15,625	12
	4	0,059	0,5415	165,0	1,904	314	0,757	1,815	0,417	15,625	17
	5	0,059	0,5415	165,0	1,904	314	0,667	1,815	0,367	15,625	21
2	1	0,100	0,5520	283,0	1,895	537	2,390	1,990	»	15,625	0
	2	0,100	0,5520	283,0	1,895	537	1,818	1,990	0,914	15,625	7
	3	0,100	0,5580	285,0	1,901	542	1,818	2,000	0,907	15,625	7
	4	0,100	0,5520	285,0	1,895	537	1,513	1,990	0,762	15,625	12
	5	0,100	0,5580	285,0	1,901	542	1,512	2,000	0,756	15,625	12
	6	0,100	0,5560	284,0	1,899	539	1,260	1,995	0,632	15,625	17
	7	0,100	0,5520	283,0	1,895	537	1,080	1,990	0,543	15,625	17
	8	0,100	0,5540	284,0	1,897	538	1,170	1,995	0,587	15,625	22
	9	0,100	0,5520	283,0	1,895	537	0,945	1,990	0,475	15,625	27
	10	0,100	0,5530	283,0	1,896	537	0,945	1,995	0,475	15,625	27
	11	0,100	0,5540	284,0	1,897	538	0,840	1,995	0,421	15,625	32
	12	0,100	0,5530	283,0	1,896	537	0,840	1,995	0,421	15,625	32
	13	0,100	0,5530	283,0	1,896	537	0,756	1,995	0,379	15,625	37
3	1	0,150	0,4710	392,0	1,879	737	2,520	1,985	»	15,625	7
	2	0,150	0,4700	392,0	1,878	737	2,300	1,985	»	15,625	7
	3	0,150	0,4700	392,0	1,878	737	2,031	1,985	»	15,625	12
	4	0,150	0,4720	393,0	1,880	739	2,031	1,985	1,000	15,625	12
	5	0,150	0,4700	392,0	1,878	737	1,746	1,985	0,880	15,625	[illegible]
	6	0,150	0,4720	393,0	1,880	739	1,746	1,985	0,880	15,625	[illegible]
	7	0,150	0,4700	392,0	1,878	737	1,565	1,985	0,789	15,625	[illegible]
	8	0,150	0,4720	393,0	1,880	739	1,565	1,985	0,789	15,625	[illegible]
	9	0,150	0,4700	392,0	1,878	737	1,375	1,985	0,693	15,625	[illegible]
	10	0,150	0,4700	392,0	1,878	737	1,335	1,985	0,673	15,625	[illegible]
	11	0,150	0,4780	395,0	1,888	745	1,193	2,000	0,597	15,626	[illegible]
	12	0,150	0,4710	392,0	1,879	737	1,193	1,985	0,602	15,625	[illegible]
	13	0,150	0,4730	393,0	1,881	740	1,031	1,995	0,517	15,625	[illegible]
	14	0,150	0,4730	393,0	1,881	740	0,945	1,995	0,474	15,625	[illegible]
	15	0,150	0,4720	393,0	1,880	739	0,873	1,985	0,440	15,625	[illegible]

Baccarat. (L'eau s'écoule par un orifice, avec charge sur le côté supérieur.)

FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Q*h*.	1000Q : *g* $\times (V\cos\gamma - v)v$.	P*v*.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
15,625	10,85	170	22	199	221	6	227	0,838	0,544	$\gamma = 57°,5$.
22,625	7,86	178	16	201	221	13	234	0,829	0,568	
27,625	6,29	174	12	207	221	14	234	0,795	0,554	
32,625	5,24	171	10	187	221	13	234	0,774	0,538	
37,625	4,63	175	»	189	221	13	234	0,782	0,551	
							Moyennes..	0,804	0,551	
15,625	16,54	259	44	303	388	− 28	360	0,844	0,483	$\gamma = 53°,5$.
22,625	12,59	285	37	322	388	9	397	0,815	0,541	
22,625	12,59	285	37	322	391	10	401	0,800	0,526	
27,625	10,49	289	32	321	388	21	409	0,785	0,539	
27,625	10,49	289	32	321	391	21	412	0,780	0,534	
32,625	8,75	286	26	312	389	27	416	0,750	0,531	
32,625	7,49	245	23	268	388	28	416	0,645	0,457	
37,625	7,86	296	26	332	389	28	417	0,795	0,550	
42,625	6,55	280	21	301	388	28	416	0,725	0,521	
42,625	6,55	280	21	301	388	28	416	0,721	0,521	
47,625	5,83	278	20	298	389	28	417	0,715	0,516	L'eau jaillit dans la roue.
47,625	5,83	278	20	298	388	28	416	0,717	0,518	
52,625	5,24	276	19	295	388	27	415	0,711	0,515	
							Moyennes..	0,764	0,533	
22,625	17,48	396	50	446	549	− 34	515	0,865	0,538	$\gamma = 50°$.
22,625	16,57	375	48	423	549	− 27	522	0,810	0,509	
27,625	14,30	395	36	431	549	− 4	535	0,805	0,536	
27,625	14,30	395	36	431	551	− 4	547	0,790	0,560	
32,625	12,10	396	36	432	549	16	565	0,765	0,538	
32,625	12,10	396	36	432	551	16	567	0,761	0,536	
37,625	10,85	408	35	443	549	26	575	0,771	0,555	
37,625	10,85	408	35	443	551	26	577	0,768	0,552	
42,625	9,54	407	29	438	549	35	584	0,750	0,413	
42,625	9,25	395	30	425	549	35	584	0,729	0,536	
47,625	8,27	394	30	424	554	39	593	0,715	0,530	L'eau jaillit un peu dans la roue.
47,625	8,28	394	30	424	549	38	587	0,722	0,536	*Id.* plus fort.
52,625	7,15	377	26	403	551	40	591	0,684	0,516	*Id.* *id.*
57,625	6,55	378	24	402	551	40	591	0,683	0,511	*Id.* *id.*
62,625	6,05	379	23	402	551	39	590	0,684	0,513	*Id.* très-fort.
							Moyennes..	0,776	0,528	

Suite des *Expériences sur la roue à aubes planes de l'atelier des meules à*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,228.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v	VITESSE d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue dans le sens de v. V cos γ	RAPPORT des vitesses v et V cos γ.	CHARGE DU … Constante.	Variable.
		m	m	kil	m	k.m	m	m		kil	kil
4	1	0,200	0,432	502	1,865	937	2,67	1,43	»	15,625	7
	2	0,200	0,432	502	1,865	937	2,39	1,43	»	15,625	12
	3	0,200	0,432	502	1,865	937	2,12	1,43	»	15,625	17
	4	0,200	0,431	500	1,864	935	1,89	1,43	»	15,625	22
	5	0,200	0,431	500	1,864	935	1,68	1,43	»	15,625	27
	6	0,200	0,438	505	1,871	945	1,42	1,45	0,980	15,625	32
	7	0,200	0,441	507	1,874	951	1,26	1,45	0,869	15,625	37
	8	0,200	0,444	508	1,877	954	1,17	1,46	0,801	15,625	42
	9	0,200	0,445	509	1,878	957	1,03	1,47	0,705	15,625	47
	10	0,200	0,447	510	1,880	959	0,99	1,47	0,678	15,625	52
	11	0,200	0,447	510	1,880	959	0,77	1,47	0,527	15,625	57
5	1	0,251	0,404	608	1,862	1167	2,84	1,59	»	15,625	7
	2	0,251	0,408	612	1,866	1182	2,67	1,60	»	15,625	12
	3	0,251	0,407	611	1,865	1180	2,52	1,60	»	15,625	17
	4	0,251	0,406	610	1,864	1178	2,27	1,60	»	15,625	22
	5	0,251	0,405	609	1,863	1138	2,06	1,59	»	15,625	27
	6	0,251	0,407	611	1,865	1140	1,82	1,60	»	15,625	32
	7	0,251	0,409	613	1,867	1145	1,44	1,61	0,895	15,625	37
	8	0,251	0,411	614	1,869	1150	1,30	1,61	0,808	15,625	42
	9	0,251	0,411	614	1,869	1150	1,19	1,61	0,740	15,625	47

Baccarat. (L'eau s'écoule par un orifice, avec charge sur le côté supérieur.)

FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Qh.	1000 Q : g × (V cos γ - v)v.	Pv.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
22,625	18,49	418	56	474	716	−169	547	0,865	0,447	
27,625	16,54	457	50	507	716	−117	599	0,845	0,488	
32,625	14,63	478	43	521	716	− 74	642	0,813	0,511	
37,625	13,10	493	42	535	713	− 44	669	0,800	0,528	
42,625	11,65	497	39	536	713	− 22	691	0,775	0,532	L'eau commence à jaillir dans la roue.
47,625	9,83	468	35	503	722	2	724	0,695	0,496	*Idem.*
52,625	8,74	461	32	493	723	12	735	0,671	0,485	*Id.* plus fort.
57,625	7,86	454	29	483	725	17	742	0,651	0,476	*Id.* *id.*
62,625	7,14	447	29	476	726	23	749	0,636	0,467	*Id.* *id.*
67,625	6,84	463	27	490	728	24	752	0,651	0,483	*Id.* chocs violens contre les aubes et le fond.
72,625	5,33	388	21	409	728	28	756	0,541	0,352	
							Moyennes.	0,819	0,501	
22,625	19,65	445	57	502	885	−220	665	0,755	0,382	
27,625	18,49	511	55	566	890	−177	713	0,794	0,433	
32,625	17,45	570	53	623	888	−144	744	0,838	0,483	
37,625	15,73	593	50	643	887	− 94	793	0,810	0,503	
42,625	14,30	610	47	657	886	− 60	826	0,783	0,536	
47,625	12,60	600	45	645	888	− 25	863	0,747	0,527	L'eau jaillit dans la roue.
52,625	9,99	526	37	563	892	9	901	0,614	0,459	*Id.* plus fort.
57,625	8,99	518	36	554	893	15	908	0,610	0,451	*Id.* Il se produit des chocs violens contre le fond des aubes
62,625	8,28	519	39	550	893	31	924	0,595	0,451	
							Moyennes.	0,796	0,467	

44. *Observations sur les résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, et laissant de côté les expériences où l'eau rejaillissait fortement à l'intérieur de la roue, par l'ouverture laissée entre les aubes pour le passage de l'air, on voit que, même dans les cas où la vitesse de la circonférence extérieure de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, ce qui rendait négatif le second terme de la formule théorique, on voit, dis-je, que le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique est, pour

La 1re série d'expériences	0,804
La 2me id.	0,764
La 3me id.	0,776
La 4me id.	0,819
La 5me id.	0,796
Moyenne générale	0,792

Quant au rapport de la quantité de travail disponible transmise à l'arbre de couche et mesurée par le frein, au travail absolu du moteur, sa valeur moyenne est, pour

La 1re série d'expériences	0,551
La 2me id.	0,533
La 3me id.	0,528
La 4me id.	0,496
La 5me id.	0,467

d'où l'on voit que ce rapport diminue à mesure que les quantités d'eau dépensées augmentent, ce qui tient sans doute à ce que les augets recevant un plus grand volume de liquide, les chocs contre le fond de la roue et les aubes sont d'autant plus violens.

On observera aussi que, même pour la première série, ce rapport est beaucoup plus faible que celui qui a été trouvé pour la roue de la taillerie, qui recevait l'eau par une vanne en déversoir, et c'est ce qui sera encore remarqué au sujet des expérences faites sur la même roue de l'atelier des meules, quand l'orifice, qui lui fournissait l'eau, était un déversoir.

45. *Le volume d'eau introduit dans les augets ne doit pas dépasser la moitié de leur capacité.* Dans ces expériences, dès que le volume d'eau introduit dans chaque auget atteignait les 0,55 environ de leur capacité,

qui est de $0^{m.c},192$, le liquide commençait à jaillir dans l'intérieur ; et comme ce rapport était atteint d'autant plus tôt que le volume d'eau dépensé était plus grand, il s'ensuit que l'on était, pour les fortes levées de vanne, placé entre deux inconvéniens, celui de perdre une portion de l'eau quand la roue marchait lentement, et celui de voir les aubes choquer l'eau quand leur vitesse était trop grande.

Il résulte de cette observation que, dans les roues de ce genre, on devrait toujours proportionner leur vitesse à la capacité de leurs augets, de façon qu'ils ne fussent jamais qu'à moitié remplis.

D'après la valeur moyenne générale 0,792 du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique qui ne diffère pas de $\frac{1}{25}$ des moyennes particulières à chaque série, il suit que les résultats de toutes les expériences consignées dans le tableau précédent seront représentés, à moins de $\frac{1}{25}$, par la formule pratique

$$Pv = 792\,Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right].$$

Dans les expériences, qui conduisent à cette valeur moyenne, la vitesse v de la circonférence extérieure de la roue a varié depuis le double de celle de l'eau affluente décomposée dans la direction de la tangente à cette circonférence, jusqu'à 0,37 environ de la même quantité, sans que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique ait sensiblement changé. On voit donc qu'entre ces limites étendues, la formule ci-dessus représentera tous les résultats de l'expérience.

Expériences sur la roue à aubes planes de l'atelier des me…

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice de prise d'eau sur une largeur de 1m,95.	DIFFÉRENCE de niveau de l'amont à l'aval de la vanne de prise d'eau. H — h	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	HAUTEUR du niveau du canal au-dessus du seuil de l'orifice en déversoir.	VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v	VITESSE d'arrivée de l'eau à la circonférence de la roue dans le sens de v. V cos γ	RAPPORT des vitesses v et V cos γ.	VOLUME d'eau introduit dans chaque auget.	CH… Cour…
		m	m	kil	m	k.m	m	m	m		m.c	ht
1	1	0,077	0,367	282	1,558	439	0,225	2,270	0,935	»	0,048	15,62
	2	0,077	0,367	282	1,558	439	0,225	1,818	0,935	»	0,060	15,52
	3	0,077	0,360	279	1,554	433	0,221	1,513	0,935	»	0,071	15,5
	4	0,077	0,360	279	1,552	433	0,219	1,335	0,935	»	0,081	15,5
	5	0,077	0,360	279	1,552	433	0,219	1,135	0,935	»	0,095	15,6
	6	0,077	0,359	279	1,545	430	0,212	1,010	0,932	»	0,106	15,6
	7	0,077	0,359	279	1,545	430	0,212	0,908	0,932	0,976	0,118	15,6
	8	0,077	0,357	278	1,550	431	0,217	0,811	0,935	0,867	0,131	15,6
	9	0,077	0,356	277	1,554	431	0,221	0,732	0,935	0,783	0,146	15,625
	10	0,077	0,340	266	1,564	425	0,231	0,648	0,935	0,693	0,157	15,6
2	1	0,110	0,308	367	1,599	588	0,266	2,032	0,995	»	0,069	15,62
	2	0,110	0,308	367	1,599	588	0,266	1,815	0,995	»	0,078	15,62
	3	0,110	0,309	369	1,597	589	0,264	1,621	0,995	»	0,087	15,62
	4	0,110	0,308	367	1,599	588	0,266	1,419	0,995	»	0,099	15,62
	5	0,110	0,308	367	1,599	588	0,266	1,260	0,995	»	0,112	15,62
	6	0,110	0,305	366	1,599	586	0,266	1,135	0,995	»	0,124	15,6
	7	0,110	0,305	366	1,600	587	0,267	1,031	1,000	1,000	0,136	15,6
	8	0,110	0,306	367	1,601	589	0,268	0,945	1,000	0,945	0,149	15,6
	9	0,110	0,306	367	1,601	589	0,268	0,840	1,000	0,840	0,167	15,6
6	1	0,131	0,281	420	1,623	692	0,290	2,270	0,985	»	0,071	15,6
	2	0,131	0,281	420	1,623	692	0,290	2,032	0,985	»	0,080	15,6
	3	0,131	0,281	420	1,623	692	0,290	1,815	0,985	»	0,089	15,5
	4	0,131	0,280	419	1,623	681	0,290	1,621	0,985	»	0,099	15,6
	5	0,131	0,284	422	1,623	687	0,290	1,398	0,985	»	0,116	15,6
	6	0,131	0,285	424	1,623	689	0,290	1,260	0,985	»	0,129	15,6
	7	0,131	0,275	415	1,634	680	0,301	1,260	1,000	»	0,126	15,6
	8	0,131	0,247	383	1,654	635	0,321	1,135	1,028	»	0,129	15,6
	9	0,131	0,220	370	1,674	620	0,341	0,965	1,028	0,939	0,147	15,6

Baccarat. (L'eau s'écoule par un orifice en déversoir.)

U FREIN. ible.	U FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Qh.	$\frac{1000Q}{g} \times (V\cos\gamma - v)v$.	Pv.	RAPPORT de l'effet utile total à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
il	kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
o	15,625	15,73	243	45	288	406	− 81	325	0,886	0,557	
7	22,625	12,10	274	35	309	406	− 46	360	0,862	0,627	
2	27,625	10,50	290	31	321	400	− 27	373	0,862	0,661	
7	32,625	9,25	302	28	330	400	− 16	384	0,860	0,687	
2	37,625	7,86	296	25	321	400	− 7	393	0,817	0,674	
7	42,625	6,99	298	23	321	400	− 3	397	0,808	0,679	
2	47,625	6,29	300	21	321	400	0	400	0,804	0,685	L'eau commence à jaillir dans la roue.
7	52,625	5,61	295	21	316	398	3	401	0,785	0,673	L'eau jaillit plus fort.
2	57,625	5,07	292	20	312	397	5	402	0,775	0,665	*Id.* très-fort.
7	62,625	4,49	282	17	299	388	6	394	0,759	0,643	*Id.* *id.*
								Moyennes..	0,822	0,679	
7	22,625	14,30	324	41	365	529	− 104	425	0,860	0,552	
2	27,625	12,60	348	36	384	529	− 55	474	0,813	0,584	
7	32,625	11,24	367	33	400	530	− 38	492	0,813	0,623	
2	37,625	9,83	370	31	401	529	− 21	508	0,816	0,630	L'eau jaillit un peu dans la roue.
7	42,625	8,74	373	27	400	529	− 12	517	0,791	0,635	*Idem.*
2	47,625	7,86	375	27	402	527	− 6	521	0,805	0,640	L'eau jaillit davantage dans la roue.
7	52,625	7,15	377	25	402	527	− 1	526	0,803	0,643	*Id.* *id.*
2	57,625	6,55	377	24	401	529	2	531	0,794	0,652	*Id.* très-fort.
7	62,625	5,83	365	23	388	529	6	535	0,764	0,620	*Id.* *id.*
								Moyennes..	0,806	0,637	
7	22,625	15,73	356	45	401	621	− 123	498	0,805	0,576	
2	27,625	14,30	395	43	438	621	− 92	529	0,825	0,576	
7	32,625	12,60	411	37	448	621	− 63	558	0,805	0,603	
2	37,625	11,24	423	35	458	620	− 46	576	0,795	0,623	
7	42,625	9,68	413	32	445	625	− 25	600	0,715	0,603	L'eau jaillit encore un peu.
2	47,625	8,74	416	30	446	627	− 37	590	0,755	0,603	*Idem.*
7	52,625	8,74	460	32	492	616	− 25	591	0,832	0,678	*Idem.*
2	57,625	7,86	453	29	482	566	− 4	562	0,857	0,715	*Idem.*
7	62,625	6,69	419	27	446	549	2	551	0,810	0,676	*Idem.*
								Moyennes..	0,800	0,690	

46. *Observations sur les résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on voit d'abord que dans la première série d'expériences, où l'eau n'a commencé à jaillir dans la roue que quand le volume introduit dans chaque auget était de $0^{mc},118$ ou un peu plus que la moitié de sa capacité, on voit, dis-je, que le rapport moyen de l'effet utile total à l'effet théorique, a pour valeur

$$0,822$$

et que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, en laissant de côté, d'une part les expériences où la vitesse de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, et de l'autre celles où l'eau jaillissait très-fort dans l'intérieur, a pour valeur moyenne

$$0,679.$$

Pour la seconde et la troisième série, la valeur moyenne du rapport de l'effet utile total à l'effet théorique, est respectivement 0,800 et 0,806; de sorte que la valeur moyenne générale de ce rapport est, pour cette roue fonctionnant avec un orifice en déversoir,

$$0,809,$$

et que son effet utile sera représenté pour toutes les expériences, à $\frac{1}{20}$ près, par la formule pratique

$$Pv = 809 Q \left[h + \frac{(V \cos \gamma - v) v}{g} \right].$$

Quant à celui du travail disponible au travail absolu du moteur, il est moindre que pour la grande roue de la taillerie, marchant dans les mêmes circonstances; mais il est facile de reconnaître que cela tient à ce que, dans le cas des petites vitesses, l'eau rejaillissait à l'intérieur de la roue et que, dans celui des grandes, les palettes choquaient l'eau en sens contraire de leur mouvement, et comme, par suite de la petitesse des augets, par rapport au volume d'eau dépensée, on ne pouvait éviter l'un de ces inconvéniens sans tomber dans l'autre, il s'ensuit que le rapport de la quantité de travail disponible à celle du moteur a dû diminuer à mesure que la quantité d'eau dépensée augmentait.

Néanmoins la 1re série donne pour ce rapport la valeur...	0,679
La 2e	0,637
La 3e	0,690
Moyenne générale..................	0,668

tandis que la même roue, fonctionnant avec un orifice sur le sommet duquel il y avait une faible charge d'eau, n'a donné, pour la valeur du même rapport dans les deux premières séries d'expériences, les plus favorables, que 0,551 et 0,533.

47. *Il convient de disposer les vannes en déversoir.* Il suit évidemment de là qu'il y a de l'avantage à employer, pour ces roues, les vannes en déversoir au lieu des orifices avec charge sur le sommet. On voit facilement, d'ailleurs, la cause de cette différence, en examinant la formule théorique dans laquelle il est clair que, toutes choses égales d'ailleurs, le terme $1000\,Qh$ qui constitue principalement l'effet utile, sera d'autant plus grand que l'on prendra l'eau plus près du niveau supérieur.

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, ne paraît pas varier notablement tant que la vitesse de la roue ne dépasse pas celle de l'eau, et il semblerait même qu'on pourrait aller un peu au-delà sans inconvénient. Mais il vaudra mieux cependant ne pas atteindre cette limite pour que l'eau, conservant un excès de vitesse sur la roue, s'y introduise plus facilement.

CONCLUSIONS DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES A AUBES PLANES EMBOITÉES DANS DES COURSIERS CIRCULAIRES.

48. *Formule pratique pour les roues dont l'orifice a une charge d'eau sur le côté supérieur.* En résumant les résultats obtenus dans les expériences contenues dans les chapitres précédens, nous voyons

1° Que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique

$$Pv = 1000\,Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)\,v}{g}\right]$$

déduit de l'observation est, pour

La roue de la fonderie de Toulouse.................... 0,74
La roue de la sécherie artificielle de la poudrerie de Metz... 0,74
La roue de martinet de la manufacture d'armes de Chatellerault.. 0,75
La roue de l'atelier des meules de Baccarat............... 0,79

dont la valeur moyenne générale est.................. 0,755

et que par conséquent l'effet utile des roues à aubes planes exactement emboîtées dans des coursiers circulaires, sur une partie plus ou moins grande de la chute totale, et recevant l'eau par des orifices avec charge sur le sommet, est représenté, à moins de $\frac{1}{20}$ près, par la formule pratique

$$Pv = 755Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right].$$

49. *Formule pratique pour les roues dont l'orifice est formé par une vanne en déversoir.* 2° Que quand l'orifice est formé par une vanne en déversoir, placée le plus près possible de la roue, le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique déduit de l'observation est, pour

La grande roue de la taillerie de Baccarat................ 0,788
La roue de l'atelier des meules.......................... 0,809

dont la valeur moyenne générale est de................ 0,799

d'où résulte que l'effet utile de ces roues est représenté par la formule pratique

$$Pv = 799Q\left[h + \frac{(V\cos\gamma - v)v}{g}\right]$$

ce qui montre déjà l'avantage de cette dernière disposition.

50. *Il convient de disposer l'orifice en déversoir.* Mais cet avantage est rendu encore plus évident par la comparaison du rapport du travail disponible, directement mesuré par le frein, au travail absolu du moteur dans les diverses séries d'expériences. En effet, ce rapport qui n'est que de 0,40 quand la charge sur le seuil est les $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{3}{4}$ de la chute totale, s'élève graduellement à mesure que cette proportion diminue, devient 0,55 quand elle n'est que de $\frac{1}{4}$, et atteint enfin la valeur de 0,75, lorsque la vanne est en déversoir et que les épaisseurs de lame d'eau sont de $0^m,20$ à $0^m,25$.

On a vu aussi que ces roues avec vannes en déversoir peuvent marcher à des vitesses assez grandes et très-différentes entr'elles, sans que l'effet

utile s'éloigne notablement du maximum d'effet, ce qui est d'un grand avantage dans beaucoup de circonstances, et les rend très-propres à l'usage des usines où la vitesse doit varier fréquemment par suite de la nature du travail. Cette constance de l'effet utile tient à ce que, dans ces roues, le terme relatif aux variations de la vitesse est très-petit par rapport à celui qui est dû à la hauteur dont l'eau descend avec la roue, et montre qu'on doit peu s'inquiéter d'éviter les effets du choc sur les aubes elles-mêmes.

51. ***Règles pratiques pour la construction des roues à aubes planes, emboîtées dans des coursiers.*** **De là nous pouvons déduire les règles suivantes pour servir de base à l'établissement de ces roues :**

1° La vanne devra toujours être disposée en déversoir, et s'abaisser au-dessous du niveau général du résersoir, de $0^m,20$ à $0^m,25$;

2° La vitesse de la roue pourra, sans inconvéniens, atteindre alors $1^m,50$, $1^m,80$, et même parfois 2^m, par seconde, selon que l'abaissement de la vanne sera plus grand;

3° La capacité des augets ou de l'intervalle compris entre les aubes devra être le double du volume d'eau qui y sera admis; ce qui determinera la largeur de la roue parallèlement à l'axe;

4° La proportion des aubes et leur nombre seront déterminés par la condition que leur écartement à la circonférence extérieure et leur profondeur dans le sens du rayon soient compris entre $0^m,30$ et $0^m,40$: la première limite correspondant aux faibles abaissemens de la vanne jusqu'à $0^m,20$, et la seconde aux plus grands jusqu'à $0^m,30$;

5° Les aubes seront dirigées dans le sens du rayon, sans qu'on doive chercher à éviter les chocs de l'eau sur leur face, attendu qu'on n'empêcherait pas qu'il y eût une certaine perte de force vive dont l'influence sera toujours assez faible quand on aura suivi les règles précédentes.

Il est inutile d'ailleurs d'ajouter que le jeu de la roue dans le coursier et près des bajoyers, devra être réduit à quelques millimètres.

Quant au rayon de la roue, il n'a pas d'influence directe sur l'effet utile, et pourvu qu'il ne soit jamais plus petit que la chute totale, on pourra le déterminer d'après des conditions particulières à chaque usine, en évitant d'atteindre des dimensions exagérées, qui ne font qu'augmenter inutilement la pression, et par suite le frottement sur les tourillons.

EXPÉRIENCES

SUR

LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS.

CHAPITRE SIXIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS DE LA FILATURE DE MM. N^s SCHLUMBERGER ET Cie, A GUEBVILLER (HAUT-RHIN).

52. *Description sommaire.* Cette roue, de construction anglaise, est entièrement composée de parties en fonte ou en fer, et pèse environ 25000 kilogrammes. Son diamètre extérieur est de 30 pieds anglais, ou $9^m,10$ (Pl. II, Fig. 7). Sa largeur intérieure est de $3^m,155$. Elle porte 96 augets en tôle, espacés à la circonférence extérieure de $0^m,30$, et fixés à deux joues en fonte de $0^m,30$ de largeur dans le sens du rayon.

L'eau entre dans la roue à 50° degrés environ du sommet, au moyen d'une vanne inclinée à 40° degrés avec la verticale; en s'abaissant, cette vanne démasque un orifice garni de cloisons qui dirigent l'eau dans les augets, dont les faces sont à peu près dans leur prolongement. On s'est proposé par là d'éviter le choc de l'eau contre la face des augets, mais pour que ce but fût rempli, il faudrait que la direction de la paroi de l'auget fût celle de la résultante de la vitesse de l'eau et de la vitesse de la circonférence de la roue, prise en sens contraire. Cependant, comme l'angle formé par cette résultante et le prolongement des cloisons est assez petit, le choc de l'eau contre la face de l'auget est faible et il y a peu de rejaillissement.

La chute utilisée ou la distance du niveau du réservoir au point inférieur de la roue, varie entre $7^m,70$ et $7^m,80$.

Cette roue fait marcher environ 23000 broches de filature de coton, dont la moitié filent du numéro 30 à 50, et l'autre moitié du numéro 50 à 100, avec toutes les machines accessoires pour la préparation des matières. Elle donne de plus le mouvement aux tours d'un atelier de serruriers mécaniciens; sa force était estimée dans l'usine, et d'après les calculs des constructeurs, à 55 chevaux vapeur de $75^{k.m}$ en une seconde.

Nous ne nous occuperons pas davantage de la description de cette roue, et pour donner une idée de sa construction élégante et solide, nous renverrons à la Planche II.

53. *Détermination du coëfficient de la dépense à appliquer à l'orifice.* La présence des cloisons, qui conduisent l'eau dans les augets, pouvant apporter à l'écoulement, des modifications qui n'auraient pas permis d'employer les valeurs du coëfficient de contraction, déduites des expériences connues, nous avons été obligés de recourir à la mesure directe de la dépense d'eau pour le déterminer.

Le liquide est amené sur la roue par un canal d'une pente et d'une largeur régulières, revêtu en pierres et d'un profil facile à mesurer. Nous avons jaugé le cours d'eau à l'aide d'un flotteur léger, immergé dans le plus fort courant et ne dépassant pas la surface; nous lui avons fait parcourir un grand nombre de fois une longueur de 5^m, mesurée exactement, et nous avons trouvé constamment que sa vitesse, dans cet espace, était de $0^m,454$ par seconde, et comme cette vitesse est comprise entre $0^m,40$ et $1^m,30$ nous la réduirons, d'après la règle de M. de Prony, aux $\frac{4}{5}$ pour avoir la vitesse moyenne dans le canal; laquelle sera alors égale à $0^m,36$ par seconde.

La surface du profil de la section d'eau dans ce canal étant de $2^{mq},108$, le produit du cours d'eau était donc de

$$0^m,36 \times 2^{mq},108 = 0^{mc},758$$

en une seconde.

Au même instant la vanne de travail se trouvait baissée de manière à découvrir trois orifices. Les deux premiers avaient une largeur de $0^m,07$ et le troisième, ou l'inférieur, une largeur de $0^m,045$. Leur longueur commune était de $2^m,63$. La hauteur observée du niveau était

	m				m
Sur l'orifice supérieur...	0,12	vitesse due à cette	charge...		1,53
Sur le second orifice....	0,26	—	—	—	2,26
Sur le troisième........	0,346	—	—	—	2,61

de sorte qu'en considérant chacun de ces trois orifices comme isolé, on trouverait pour la dépense théorique du fluide par

Le 1er orifice	$\overset{m}{0{,}07} \times \overset{m}{2{,}63} \times \overset{m}{1{,}53} =$	$\overset{m.c}{0{,}28167}$
Le 2e orifice	$0{,}07 \times 2{,}63 \times 2{,}26 =$	$0{,}41066$
Le 3e orifice	$0{,}07 \times 2{,}63 \times 2{,}61 =$	$0{,}30798$

et pour la dépense théorique totale...... 1,00571 en une seconde.

Le rapport de la dépense effective, trouvée au moyen du flotteur, à la dépense théorique est

$$\frac{0{,}758}{1{,}006} = 0{,}754;$$

ce nombre donne donc le coëfficient de correction à employer dans le calcul des dépenses d'eau faites sur cette vanne. Or, les expériences de M. Poncelet, rapportées dans son mémoire sur les roues à aubes courbes (*), nous apprennent que, lorsque l'eau s'écoule par un orifice dont trois faces sont dans le prolongement de ses côtés et n'offrent pas de contraction, et que l'autre paroi est inclinée à un de base sur deux de hauteur, le coëfficient de la dépense est 0,75, et que, si cette paroi est inclinée à un de base sur un de hauteur, le coëfficient a pour valeur 0,80. Ces résultats doivent d'ailleurs subsister, quels que soient les côtés sur lesquels la contraction est annulée et la paroi qui est inclinée. Dans le cas dont il s'agit ici, il n'y a de contraction latérale ni sur le côté supérieur, et la vanne est inclinée à 40° sur le plan de l'orifice, de sorte qu'elle est comprise entre les deux inclinaisons ci-dessus et le coëfficient que nous avons trouvé par une mesure directe est aussi compris entre 0,75 et 0,80. Nous pouvons donc le regarder comme exact et l'appliquer aux diverses positions de la vanne, relatives à nos expériences.

54. *Calcul de la dépense d'eau pour chacune des séries d'expériences.* La largeur des orifices partiels ouverts par l'abaissement de la vanne, a été mesurée par des perpendiculaires abaissées du sommet *a*, *b* de chaque cloison et du point *c* de la vanne sur les cloisons opposées, ce qui, d'après la disposition de l'appareil, donnait toujours le plus petit intervalle de ces parois. La charge sur ces orifices partiels était la hauteur du niveau de l'eau au-dessus du milieu de ces perpendiculaires. La longueur des orifices

(*) Deuxième édition, page 82.

était d'ailleurs constante et égale à $2^m,63$. Toutes ces données ont été prises avec soin et rapportées sur une figure de la vanne et de ses cloisons, construite sur une grande échelle. On a ainsi, pour chacune des séries d'expériences, déterminé la dépense d'eau, et l'on a formé le tableau suivant, qui donne aussi le travail absolu du moteur.

NUMÉROS des séries des expériences	LARGEUR des orifices sur une longueur de $2^m,63$.	SURFACE des orifices.	CHARGE d'eau sur le centre des orifices.	VITESSE due à cette charge.	DÉPENSE D'EAU EN UNE SECONDE. Théorique. Par chaque orifice.	Par tous les orifices ouverts.	Effective.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	OBSERVATIONS.
	m	m.q	m	m	kil	kil	kil	m	k.m	
1	0,070	0,1841	0,140	1,66	306	342	257	7,85	2017	
	0,007	0,0184	0,175	1,85	36					
2	0,070	0,1841	0,065	1,13	208	449	383	7,78	2626	
	0,050	0,1315	0,170	1,83	241					
3	0,070	0,1841	0,057	1,06	195	655	494	7,77	3838	
	0,070	0,1841	0,195	1,96	361					
	0,017	0,0447	0,235	2,15	98					
4	0,070	0,1841	0,057	1,06	195	1016	766	7,77	5951	
	0,070	0,1841	0,195	1,96	361					
	0,070	0,1841	0,320	2,50	460					

55. *Description du frein employé à ces expériences.* Le frein dont on s'est servi dans ces expériences était composé d'une forte pièce de chêne de 7^m de long sur $0^m,28$ d'équarrissage au gros bout, et $0^m,25$ au petit. L'arbre de couche du pignon intérieur du grand cercle denté, que porte la roue hydraulique, était celui sur lequel on pouvait le placer, mais, comme son diamètre n'était que de $0^m,16$, on fixa sur cet arbre un manchon en fonte, composé de deux pièces assemblées avec quatre clefs à T, engagées latéralement. On avait d'abord dressé de petites faces planes sur l'arbre pour donner de l'assiette aux coins de fer, qui devaient y fixer le manchon. Lorsqu'à l'aide de ces coins il fut bien assuré dans sa position, on monta un support de tour près de l'arbre et l'on tourna avec soin sa surface extérieure, pour rendre le frottement aussi régulier que possible. Un coussinet en fonte encastré en partie dans la face inférieure du levier du frein, et une bande de fer de $0^m,20$ de large sur $0^m,004$ d'épaisseur embrassaient le manchon. Deux trous rectangulaires, pratiqués aux extré-

mités de la bande, qui avaient conservé une épaisseur de $0^m,008$ recevaient des clefs qui traversaient les têtes fendues de deux boulons quarrés de $0^m,05$. Ces boulons passaient dans le coussinet et dans le levier du frein, et recevaient de larges rondelles en fonte et des écrous. Trois hommes avec une clef de $1^m,30$ serraient ces écrous, pendant qu'un quatrième versait sans cesse de l'eau sur le manchon pour diminuer l'échauffement.

Le levier du frein était retenu en avant par des chantiers, et en arrière par une pièce transversale, de sorte qu'il ne pouvait qu'osciller entre deux positions peu écartées en dessus et en dessous de l'horizontale. Un plateau de balance était suspendu à un crochet fixé à $6^m,01$ de l'axe de l'arbre de couche. Le poids du levier rapporté à ce crochet, était de 132^{kil}, y compris le crochet, le plateau de balance et ses cordes. C'est ce que nous avons nommé la charge constante du frein.

56. *Formules employées pour calculer l'effet utile total, en tenant compte des résistances passives.* Le grand cercle d'engrenage monté sur l'arbre de couche, engrène avec deux pignons, l'un placé au-dessus qui sert à communiquer le mouvement à l'atelier des mécaniciens, l'autre, qui est à peu près à hauteur de l'arbre de couche, fait marcher la filature. Dans les expériences, la communication de mouvement entre la chambre de la machine et les ateliers avait été interrompue, en débrayant les manchons; mais ces deux pignons et leurs arbres ne pouvaient pas être désengrenés, et comme ils marchaient très-vite, ils consommaient une quantité de travail qu'il n'était pas permis de négliger. Il fallait donc tenir compte du frottement de leurs tourillons et de celui de l'engrenage. Il se produisait aussi un frottement sur les coussinets de l'arbre de couche; enfin l'engrenage du pignon intérieur avec le cercle denté porté par la roue, et le frottement de cette roue sur ses tourillons, consommaient une quantité notable de travail. Ce n'est donc qu'après avoir calculé les efforts nécessaires pour vaincre ces divers frottemens, qu'on pouvait parvenir à connaître la quantité de travail réellement transmise par le moteur à la circonférence moyenne des augets. Nous allons indiquer la marche que nous avons suivie pour y parvenir. Soient

p le poids du pignon supérieur et de son arbre,

ρ le rayon de son tourillon,

f le rapport du frottement à la pression pour un axe en fer tournant dans une boîte de cuivre avec enduit d'huile,

φ la force horizontale à appliquer tangentiellement au cercle primitif du pignon, pour vaincre le frottement sur ses coussinets.

Ce pignon sera pressé sur ses coussinets par la résultante de φ et de son poids propre p, laquelle a pour expression

$$\sqrt{\varphi^2 + p^2}$$

et attendu que l'on a $p > \varphi$, le frottement produit par cette pression peut être exprimé à $\frac{1}{25}$ près par

$$f_1(0{,}96p + 0{,}4\varphi).$$

A chaque instant du mouvement parvenu à l'uniformité, la force φ doit faire équilibre à ce frottement, et en désignant par r son bras de levier, ou le rayon du cercle primitif du pignon, on a

$$f_1\rho\,(0{,}96p + 0{,}4\varphi) = \varphi r$$

d'où

$$\varphi = \frac{0{,}96 f_1 \rho p}{r - 0{,}4 f_1 \rho}.$$

On trouverait de même l'expression de l'effort φ', qui suffit pour vaincre le frottement du pignon de la filature sur ses coussinets, en observant qu'ici la force φ' et le poids p' du pignon et de son arbre agissent verticalement et dans le même sens, de sorte que la valeur de φ' est donnée par la relation

$$f_1(\varphi' + p')\,\rho' = \varphi' r'$$

d'où

$$\varphi' = \frac{f_1 p' \rho'}{r' - f_1' \rho'}.$$

Pour le pignon supérieur, on a

$$p = 850^{kil}, \quad \rho = 0^m{,}08, \quad r = 0^m{,}63 \quad f_1 = 0{,}08.$$

On trouve, en effectuant les calculs,

$$\varphi = 8^{kil}{,}33,$$

et pour le pignon de la filature, on a

$$p' = 1.083^{kil}, \quad \rho' = 0^m{,}08, \quad r' = 0^m{,}63, \quad f_1 = 0{,}08,$$

et par suite

$$\varphi' = 11^{kil}{,}6.$$

Ces efforts φ et φ' exercent sur les dents du grand cercle des pressions,

d'où résulte un frottement, dont la valeur moyenne est, pour chacun d'eux,

$$f'\varphi\pi\frac{m+m'}{mm'} \quad \text{et} \quad f'\varphi'\pi\frac{m+m'}{mm'}.$$

On a, dans ces expressions,

$f'=0{,}08$, $\pi=3{,}14$, $m=46$, nombre des dents du pignon,

$m'=200$, nombre des dents de la grande roue; il s'ensuit que l'effort moyen à exercer à la circonférence du grand cercle pour vaincre le frottement de ces engrenages est

$$(\varphi+\varphi')\times 0{,}08\times 3{,}14\times\frac{246}{9200}=19^{\text{kil}}{,}93\times 0{,}0067=0^{\text{kil}}{,}133.$$

Cet effort, joint aux deux autres $\varphi=8^{\text{kil}}{,}33$ et $\varphi'=11^{\text{kil}}{,}6$, donne, pour l'effort moyen à exercer à la circonférence primitive du grand cercle, pour vaincre les résistances passives provenant du mouvement des deux pignons

$$20^{\text{kil}}{,}06.$$

Considérons maintenant ce qui se passe autour de l'axe du grand cercle d'engrenage et appelons

$p''=8571^{\text{kil}}$ le poids total de l'arbre, du grand cercle et du pignon intérieur à la roue,

$R'=2^{\text{m}}{,}63$ le rayon du grand cercle,

F la charge totale du frein,

$L=6^{\text{m}}{,}01$ son bras de levier,

$r''=0^{\text{m}}{,}89$ le rayon du pignon intérieur à la roue,

P' l'effort qui agit à l'extrémité de ce bras de levier ou à la circonférence primitive du pignon intérieur pour vaincre les résistances passives et tenir en équilibre la charge du frein.

Cet effort, qui est transmis par le cercle denté que porte la joue de la roue hydraulique agit tangentiellement à la circonférence primitive du pignon intérieur, sous une inclinaison de 40° avec la verticale. Si nous le décomposons en deux autres, l'un horizontal et égal à $P'\sin 40°$,

l'autre vertical et égal à $P'\cos 40°$,

nous pourrons regarder le tourillon comme soumis aux pressions

horizontale $$P'\sin 40°-\varphi\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right),$$

verticale $$p''+F+P'\cos 40°-\varphi'\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right).$$

La résultante de ces deux groupes de forces produit sur les tourillons de l'arbre de couche du grand cercle un frottement

$$f_1\sqrt{\left[p'+F+P'\cos 40^\circ-\varphi'\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)\right]^2+\left[P'\sin 40^\circ-\varphi\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)\right]^2}.$$

Dans cette expression,

$$\varphi'\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)=11^{\text{kil}},65,\qquad \varphi\left(1+f'\pi\frac{m+m'}{mm'}\right)=8^{\text{kil}},40,$$

$$f_1=0{,}08,\quad \cos 40^\circ=0{,}76,\quad \sin 40^\circ=0{,}64,$$

et en remplaçant le radical par sa valeur approchée à $\frac{1}{25}$ près, on a, pour le frottement sur les tourillons de l'arbre de couche, tous calculs faits, la valeur

$$659^{\text{kil}},42+0{,}077F+0{,}079P',$$

dans laquelle F sera donné pour chaque expérience et où P′ restera seul à déterminer.

Cela posé, la force P′ doit faire équilibre à la charge F du frein dont le moment, par rapport à l'axe, est FL, à l'effort de $20^{\text{kil}},05$ nécessaire pour surmonter les résistances des deux pignons, et dont le moment est $20^{\text{kil}},05\times R'$, et enfin au frottement dont nous venons de trouver l'expression et dont le moment est

$$(659^{\text{kil}},42+0{,}077F+0{,}079P')\rho'',$$

en appelant $\rho''=0^{\text{m}},13$ le rayon des tourillons de l'arbre de couche.

Si nous désignons par $r''=0^{\text{m}},89$ le rayon du cercle primitif du pignon intérieur à la roue, le moment $P'r''$ de la force P′ devra être égal à la somme des momens ci-dessus, et l'on aura

$$P'r''=FL+20^{\text{kil}},05R'+(659^{\text{kil}},42+0{,}077F+0{,}079P')\rho''.$$

En substituant les données numériques constantes dans cette équation, elle se réduit à

$$P'=6{,}841F+157{,}23,$$

d'où l'on tirera pour chaque expérience la valeur de P′, lorsqu'on y mettra celle de F.

De cette résistance P′ résulte entre les dents du pignon intérieur et celles du grand cercle denté que porte la roue, un frottement dont l'effort moyen a pour valeur

$$f''P'\pi\frac{m_2-m_1}{m_1m_2},$$

en désignant par

$f'' = 0,10$ le rapport du frottement à la pression pour des dents en fonte avec enduit de suif et mouillées d'eau,

$m_1 = 66$ le nombre de dents du pignon,

$m_2 = 360$ le nombre de dents du cercle;

Il suit de là que l'effort à exercer par le cercle denté sur le pignon, est égal à

$$P'\left(1 + f''\pi\frac{m_2 - m_1}{m_1 m_2}\right) = P' \times 1,003 = P''.$$

Autour de l'axe de la roue hydraulique, parvenue au mouvement uniforme, il doit y avoir équilibre à chaque instant entre cette force P'' considérée comme résistance, l'effort P transmis par le moteur et que l'on peut regarder comme vertical, et le frottement sur les tourillons de la roue.

Ce frottement est dû à la résultante de la pression horizontale $P'' \sin 40°$, des pressions verticales produites par le poids $M = 25000^{kil}$ de la roue, par l'effort P, par le poids Q de l'eau contenue dans les augets, diminuées de celle due à la composante verticale $P'' \cos 40°$ de la résistance P''.

Cette résultante peut se mettre sous la forme exacte à $\frac{1}{25}$ près

$$0,96\,(M + P + Q - P'' \cos 40°) + 0,4P'' \sin 40°,$$

et en mettant pour $\cos 40°$ et $\sin 40°$ leurs valeurs $0,76$ et $0,64$, le frottement qu'elle produit sur les tourillons aura pour expression

$$f_1[0,96(M + P + Q) - 0,473P''].$$

L'équation d'équilibre entre P, P'' et ce frottement sera, en désignant par

$R = 4^m,55$ le rayon de la circonférence extérieure de la roue,

$R_1 = 4^m,40$ le rayon du cercle primitif de l'engrenage,

$\rho'' = 0^m,118$ le rayon des tourillons de la roue,

$f_1 = 0,08$ le rapport du frottement de la pression pour ces tourillons enduits de graisse,

$$PR = P''R_1 + f_1\rho''\,[0,96\,(M + P + Q) - 0,473P''].$$

On en tire

$$P = 0,968P'' + 0,002\,(M + Q);$$

ou en mettant pour P'' sa valeur,

$$P'' = 1,003P' = 6,862F + 157,7,$$

on trouve, toutes réductions faites,

$$P = 6{,}632F + 202^{kil}{,}65 + 0{,}002Q.$$

Le poids Q de l'eau contenue dans la roue serait difficile à calculer exactement, parce que la force centrifuge combine son action avec celle de la pesanteur, mais on peut observer que le terme qui en dépend sera toujours assez petit pour pouvoir être négligé. En effet les augets peuvent, sans erreur sensible, vu le grand diamètre de la roue, être regardés comme des prismes dont la base est un trapèze de $0^m{,}27$ de hauteur, et les côtés parallèles égaux à $0^m{,}30$ et $0^m{,}13$. Leur longueur intérieure étant d'ailleurs de $3^m{,}155$, on trouve pour leur volume $0^{m.c}{,}183$. Or, en admettant même qu'il y ait 20 augets entièrement pleins, ce qui n'arrivera jamais, le terme $0{,}002Q$ ne monterait qu'à 11^{kil}, quantité qui ne serait pas la millième partie de la valeur de P. On voit donc qu'il est permis d'en faire abstraction et de réduire la valeur de P à l'expression très-simple

$$P = 6{,}632F + 202^{kil}{,}65,$$

d'où l'on tirera immédiatement la valeur de P relative à chacune des expériences.

Cette quantité P est l'effort moyen que le moteur transmet à chaque instant à la circonférence extérieure de la roue, en la multipliant par la vitesse de cette circonférence déduite de l'observation, nous aurons, pour chaque expérience, le travail réellement transmis à la roue par le moteur, ou l'effet utile total de la roue.

57. *Comparaison de l'effet utile total, déduit de l'expérience, à l'effet théorique.* Nous avons ensuite calculé l'effet théorique de la roue, d'après la formule ordinaire des roues à augets

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)\,v,$$

dans laquelle

P est l'effort transmis à la circonférence extérieure des augets,

v la vitesse à cette circonférence,

Q le volume d'eau dépensé en une seconde, en mètres cubes,

$g = 9^m{,}8088$,

h la hauteur du point où la roue reçoit l'eau au-dessus de celui où elle

la quitte, et que la théorie suppose égale à la hauteur du point d'affluence au-dessus du point inférieur de la roue.

V la vitesse avec laquelle l'eau arrive à la circonférence extérieure des augets, et qui, dans le cas actuel, a sensiblement la même direction que v.

L'observation nous ayant fourni pour chaque expérience les quantités Q, h, V, v, il nous a été facile de calculer l'effet théorique de la roue, et de le comparer aux résultats de l'expérience. Nous avons établi cette comparaison en admettant que le second terme de l'expression théorique représentait exactement les effets dus à la variation de la force vive de l'eau, depuis son admission sur la roue jusqu'à sa sortie, et en recherchant la correction qu'il faut apporter au premier terme pour faire concorder les résultats de la théorie avec ceux de l'expérience. On observera en effet, que toutes les fois que l'eau dépensée est admise dans la roue, la théorie doit être d'accord avec l'expérience, puisqu'elle ne repose sur aucune hypothèse, mais sur l'application de principes rigoureux, tandis que l'on admet dans cette théorie que l'eau reste dans les augets jusqu'au bas de la roue, ce qui s'éloigne d'autant plus de la vérité que les augets sont plus pleins.

EXPÉRIENCES faites en août 1829, sur la roue hydraulique à augets de l

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V	RAPPORT de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente	CHARGE DU FREIN. Constante.	CHARGE DU FREIN. Variable.	CHARGE DU FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVA[illegible] co[illegible] par les fr[illegible] en une seconde
		k.m	m	m		kil	kil	kil.	m	k.m	k.m
1	1	2017	1,460	2,59	0,560	132	»	132	10,48	1384	196
	2	2017	1,180	2,59	0,455	132	40	172	8,39	1442	142
	3	2017	1,045	2,59	0,402	132	80	212	7,55	1601	69
	4	2017	0,808	2,59	0,313	132	120	252	5,21	1463	47
	5	2017	0,693	2,59	0,268	132	160	292	4,97	1450	35
	6	2017	0,000	2,59	»	132	200	333	»	»	»
2	1	2626	1,750	2,13	0,820	132	»	132	12,58	1660	220
	2	2626	1,540	2,13	0,720	132	40	172	11,10	1909	161
	3	2626	1,220	2,13	0,570	132	80	212	8,77	1859	101
	4	2626	1,065	2,13	0,500	132	120	252	7,70	1940	50
	5	2626	0,818	2,13	0,380	132	160	292	5,89	1720	30
	6	2626	0,000	2,13	»	132	200	332	»	»	»
3	1	3838	2,020	2,63	0,770	132	40	172	14,52	2496	204
	2	3838	1,700	2,63	0,650	132	80	212	12,17	2580	145
	3	3838	1,310	2,63	0,500	132	120	252	9,43	2376	74
	4	3838	1,190	2,63	0,450	132	160	292	8,57	2504	46
	5	3838	1,075	2,63	0,410	132	200	332	7,70	2557	25
	6	3838	0,000	2,63	»	132	240	372	»	»	»
4	1	5951	2,930	3,01	0,970	132	0	132	20,97	2767	383
	2	5951	2,500	3,01	0,830	132	40	172	17,99	3094	256
	3	5951	2,190	3,01	0,730	132	80	212	15,73	3344	166
	4	5951	1,750	3,01	0,580	132	120	252	12,58	3170	110
	5	5951	1,700	3,01	0,565	132	160	292	12,17	3554	96
	6	5951	1,540	3,01	0,510	132	200	332	11,04	3666	3[illegible]
	7	5951	0,000	3,01	»	132	280	412	»	»	»

filature de MM. N. Schlumberger et Cie, à Guebwiller. (Haut-Rhin.)

EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v$.			COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	POIDS d'eau introduit dans chaque auget.	OBSERVATIONS.
	1000Qh.	$1000Q:g \times (V-v)v$.	Pv.				
k.m	k.m	k.m	k.m			kil	
1570	1869	39,7	1909	0,82	0,69	53	
1584	1869	43,5	1913	0,82	0,72	65	
1670	1869	42,4	1911	0,87	0,79	74	
1510	1869	37,6	1907	0,79	0,73	95	
1485	1869	34,2	1903	0,77	0,72	115	
»	»	»	»	»	»	»	
			Moyenne...	0,81			
1880	2471	22,4	2493	0,75	0,63	58	
2070	2471	30,6	2502	0,83	0,72	66	
1960	2471	37,8	2509	0,78	0,71	83	
1990	2471	38,5	2510	0,79	0,74	95	
1750	2471	36,8	2508	0,69	0,65	124	
»	»	»	»	»	»	»	
			Moyenne...	0,79			
2700	3552	62,0	3614	0,74	0,65	74	
2725	3552	84,0	3636	0,74	0,67	87	
2450	3552	87,0	3639	0,60	0,62	113	
2550	3552	86,0	3638	0,69	0,66	124	
2580	3552	83,0	3635	0,70	0,67	138	
»	»	»	»	»	»	»	
			Moyenne...	0,74			
3150	5423	250,0	5673	0,53	0,46	78	
3350	5423	100,0	5523	0,60	0,52	92	
3510	5423	142,0	5565	0,62	0,56	105	
3280	5423	174,0	5597	0,57	0,53	131	
3640	5423	175,0	5598	0,64	0,60	141	
3700	5423	166,0	5589	0,65	0,62	149	
»	»	»	»	»	»	»	
			Moyenne...	0,60			

58. *Conséquence des résultats consignés dans le tableau précédent.* En comparant entr'elles toutes les expériences des trois premières séries où le volume d'eau introduit dans chaque auget n'a pas dépassé la moitié de leur capacité, qui est, comme nous l'avons dit au n° 37, de $0^{m.c.},183$, on voit que la valeur moyenne à appliquer au coëfficient du premier terme de la formule théorique est, pour

La 1re série	0,81
La 2e série	0,79
La 3e série	0,74
Moyenne générale	0,78

En adoptant donc la valeur moyenne 0,78, la formule

$$Pv = 780\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)\,v$$

représentera, à moins de $\frac{1}{18}$ près tous les résultats de ces expériences.

Les trois dernières expériences de la troisième série, où le volume d'eau introduit dans chaque auget égalait environ les $\frac{2}{3}$ de sa capacité, fournissent des valeurs moindres, ce qui montre que, dans ce cas, la roue fonctionne d'une manière moins favorable que dans les premières séries.

Quant à la quatrième série, les résultats en sont encore moindres par deux raisons opposées. Dans les deux premières expériences de cette série, où la vitesse de la roue était de $2^m,93$ et $2^m,50$, le volume d'eau introduit n'excédait pas la moitié de la capacité de l'auget; mais, d'une part, la grande vitesse de la roue présentait de la difficulté à l'introduction de l'eau, dont une partie notable n'était pas admise, et de l'autre la force centrifuge accélérait le versement; ces deux causes tendaient donc à diminuer l'effet utile. Dans les expériences suivantes, la vitesse étant moindre, l'eau s'introduisait mieux, mais les augets étant plus qu'à moitié pleins, le déversement de l'eau commençait à une hauteur plus grande que dans les premières séries.

On doit donc conclure de cette comparaison que, pour qu'une roue à augets fonctionne d'une manière avantageuse, il faut que le volume d'eau introduit dans chaque auget ne dépasse pas la moitié de sa capacité. Il semble même que, quand il n'en résulterait pas pour la roue des dimensions exagérées, il conviendrait que ce volume ne fût que le tiers au plus de celui de l'auget.

59. ***Les variations de la vitesse de la roue ont, entre des limites assez étendues, peu d'influence sur l'effet utile.*** La hauteur h parcourue par l'eau en descendant sur la roue, étant considérable et indépendante des vitesses v et V, les variations de ces quantités n'ont pas d'influence sur le terme $1000Qh$, qui est, dans tous les cas, beaucoup plus grand que le second terme $\frac{1000Q}{g}(V - v)v$, d'où il résulte que, bien que les vitesses V et v s'écartent sensiblement du rapport qui correspond au maximum d'effet, la quantité de travail utilisée ne s'éloigne pas sensiblement de ce maximum. Il en résulte donc que l'on peut, sans crainte de diminuer l'effet utile des grandes roues à augets, faire varier le rapport $\frac{v}{V}$ de 0,25 à 0,80, et donner à la circonférence extérieure de la roue une vitesse de 2^m par seconde, toutes les fois que les augets ne seront pas remplis au-delà de la moitié de leur capacité.

Cette observation met en évidence un avantage important des roues à augets, en montrant que, sans s'écarter du maximum d'effet, elles peuvent à volonté, et selon les besoins du travail, marcher à des vitesses fort différentes, ce qui est très-utile pour beaucoup d'opérations.

CHAPITRE SEPTIÈME.

EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES A AUGETS DU MOULIN DE SENELLES PRÈS LONGWY. (Juillet 1834.)

60. ***Description sommaire.*** L'ancien moulin de Senelles venait d'être remplacé par une belle usine à quatre tournans, dont le moteur et tout le mécanisme avait été construit par MM. Glavet père et fils, ingénieurs civils à Metz, lorsqu'avec le concours de M. Glavet fils, j'ai entrepris, sur la roue d'aval de cette usine, les expériences dont je vais rapporter les résultats.

L'eau est conduite à l'usine par un canal, qui la reçoit aux forges d'Herserange, situées à trois quarts de lieue en amont, et qui travaillant par éclusées, occasionnent dans le niveau des eaux du moulin des variations considérables. Mais les expériences ayant été faites pendant un jour où les forges étaient arrêtées et où la soufflerie du haut-fourneau était seule

en activité, on n'a pas éprouvé cet inconvénient. Au reste on a, pour chaque expérience, observé la hauteur du niveau pendant sa durée, et on en a déduit la dépense d'eau correspondante.

Le canal est en bois et passe au-dessus des deux roues à augets qui, par suite de cette disposition, commandée par la localité, reçoivent l'eau à leur sommet, au moyen d'une vanne à clapet ouvrant au fond de ce canal un orifice garni d'une buse inclinée à 30° sur l'horizon. La largeur de ce canal est de $2^m,60$, et sa profondeur de $0^m,640$.

L'ouverture pratiquée dans son fond n'a que $1^m,56$ dans le sens perpendiculaire à la longueur, déduction faite de l'épaisseur d'une petite cloison verticale, qui le partage en deux et s'oppose à la flexion de la buse. La vanne recouvre et déborde cet orifice latéralement de $0^m,04$ à $0^m,05$, et en avant de $0^m,035$ (Pl. III, Fig. 1): de chaque côté, pour empêcher l'eau d'arriver latéralement à l'orifice, on a disposé deux rebords verticaux de $0^m,11$ de hauteur vers l'ouverture de l'orifice et entre lesquels le clapet est emboîté assez exactement pour qu'il ne passe presque pas d'eau le long de ses bords. L'orifice démasqué par la vanne est tourné vers l'aval du canal, de sorte que l'eau s'écoule en sens contraire de sa direction d'arrivée; de plus, les deux rebords latéraux ne sont pas réunis et raccordés aux côtés verticaux du canal, et du concours de ces circonstances il résulte que la contraction est très-grande au passage de cet orifice; enfin les charges d'eau très-faibles et le côté inférieur de l'orifice étaient dans le prolongement du fond de ce canal et continué par une buse formant coursier. Or l'on sait par les dernières expériences de MM. Poncelet et Lesbros, que ces circonstances contribuent aussi à diminuer la dépense.

61. *Détermination du coëfficient de la dépense à employer pour cet orifice.* Pour pouvoir calculer le volume d'eau écoulé par cet orifice, il fallait donc le déterminer par quelque moyen direct, pour certains cas, et c'est ce que j'ai pu faire, pour deux séries particulières, de la manière suivante. A l'extrémité du canal se trouvait une vanne de décharge placée près de l'un des bords, et ayant son seuil dans le prolongement du fond de ce canal. La vanne de la roue étant levée d'une certaine quantité et le régime du cours d'eau étant bien établi, on observait la hauteur du niveau, puis on fermait le clapet et l'on ouvrait graduellement la vanne de décharge, jusqu'à ce que le niveau étant revenu à la même hauteur, on fût certain que ce second orifice dépensait autant d'eau que le premier. D'après

les résultats déjà connus des expériences de MM. Poncelet et Lesbros, on avait le coëfficient de la dépense, relatif à la vanne de décharge dans les circonstances de l'expérience, et par suite on pouvait calculer la dépense faite, sous la même charge, par chacun de ces deux orifices, puis en divisant cette dépense effective par la dépense théorique déduite des formules ordinaires pour l'orifice du clapet, on obtenait le coëfficient de correction relatif à cet orifice. Cette opération préliminaire étant importante pour le calcul ultérieur des expériences, je crois devoir en consigner ici les résultats.

PREMIÈRE OBSERVATION. Écoulement par la vanne de décharge.

Charge d'eau sur le fond du canal, mesure prise dans un endroit où le liquide était stagnant..	^{m} 0,286
Levée de la vanne ou hauteur de l'orifice......	0,084
Charge sur le centre de l'orifice.............	0,244
Largeur de l'orifice.........................	0,549
Dépense théorique.........................	$0^{m.c},10074$

A cet orifice la contraction avait lieu sur le côté supérieur et sur l'un des côtés verticaux; le seuil et l'autre côté vertical étaient dans le prolongement des parois du canal; enfin l'orifice était suivi d'un bout de coursier de $0^{m},20$ de longueur et horizontal. En comparant ces données avec les résultats des expériences de MM. Poncelet et Lesbros (*), on voit d'abord que, par suite de la présence du petit coursier et de la petitesse de la charge, le coëfficient serait environ 0,59, et que la présence du fond du canal dans le prolongement du seuil le réduira à 0,58(**), et qu'enfin l'une des parois latérales étant disposée de manière à supprimer la contraction et devant produire un effet analogue et à-peu-près égal à celui du fond, ce coëfficient se trouvera réduit à 0,57, de sorte que la dépense effective ne doit être estimée qu'à

$$0^{m.c},10074 \times 0,57 = 0^{m},0574.$$

(*) Traité d'Hydraulique de M. d'Aubuisson, page 44.

(**) Je crois devoir rappeler ici que si la suppression de la contraction, sur l'un des côtés de l'orifice, par suite du voisinage d'une des parois du réservoir, augmente la dépense dans le cas des fortes charges, elle la diminue au contraire dans les petites charges, par suite de l'influence de la résistance des parois. C'est ce que montrent les résultats des dernières expériences de MM. Poncelet et Lesbros.

Sous la même charge sur le seuil, le clapet étant levé de manière qu'on eut les données suivantes :

Hauteur de l'orifice, mesurée par la perpendiculaire *ab* (Fig. 1, Pl. III) abaissée du bord inférieur de l'orifice sur la direction du clapet............	m 0,027
Largeur de l'orifice..........................	1,560
Charge sur le centre de l'orifice..................	0,272
La dépense théorique était de..................	$0^{m.c.}$,09725

Et le rapport de la dépense effective par l'orifice de décharge à cette dépense théorique, est égal à

0,59,

ce qui nous donne la valeur du coëfficient de correction à appliquer à la vanne de la roue pour des circonstances analogues à celle de l'expérience précédente.

SECONDE OBSERVATION. *Écoulement par la vanne de décharge.*

Charge d'eau sur le fond du canal, mesure prise en un endroit où le liquide était stagnant........	m 0,300
Levée de la vanne, ou hauteur de l'orifice.......	0,160
Charge sur le centre de l'orifice..................	0,220
Largeur de l'orifice..........................	0,549
Dépense théorique..........................	$0^{m.c.}$,182624

Le coëfficient de la dépense pour cet orifice serait 0,559, sans la présence du fond et d'une des parois, et par suite de leur influence il devient 0,545.

La dépense effective en une seconde est donc de.... $0^{m.c.}$,0995

Écoulement par la vanne de la roue.

Hauteur de l'orifice, mesurée comme précédemment..	m 0,046
Largeur de l'orifice..........................	1,560
Charge sur le centre de l'orifice..................	0,277
Dépense théorique en une seconde..............	$0^{m.c.}$,16741

Le rapport de la dépense effective à la dépense théorique est

$$\frac{0,0995}{0,1674} = 0,59;$$

ce qui nous donne la valeur du coëfficient de correction à appliquer pour ce cas, à l'orifice de la vanne.

L'accord des résultats dans ces deux observations nous permet donc d'adopter, pour le coëfficient de la dépense, la valeur 0,59. On observera d'ailleurs que, dans les 3ᵉ, 4ᵉ, 5ᵉ et 6ᵉ séries d'expériences, consignées dans le tableau, les ouvertures de vanne ont été plus grandes, et les charges d'eau plus faibles que dans les deux premières, dont les données correspondent toutes à très-peu-près à celles des observations précédentes, et que ces deux circonstances ont dû, comme on le sait, tendre à diminuer encore la dépense, de sorte qu'en adoptant pour toutes ces séries la même valeur du coëfficient de correction que pour les deux premières, nous serions plutôt exposés à apprécier la dépense trop haut que trop bas, et par conséquent à en déduire, pour le rapport de l'effet utile réel de la roue à son effet théorique, une valeur un peu trop faible. Toutefois les différences dans les valeurs du coëfficient de la dépense ne pouvant jamais s'élever au-delà de $\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{30}$, on voit que nos résultats ne peuvent en être affectés au-delà des limites d'approximation que l'on peut se flatter d'atteindre dans des expériences de ce genre. Nous n'avons donc cru devoir faire de correction à la valeur de ce coëfficient que pour la dernière série d'expériences, où la charge sur le seuil excédait de peu de chose la hauteur de l'orifice, et nous avons adopté 0,58 pour ce cas, en nous basant sur les variations qu'éprouvait le coëfficient de la dépense dans les expériences des ingénieurs que nous avons cités, lorsque l'écoulement avait lieu par des orifices d'une hauteur assez grande par rapport à la charge sur le seuil.

62. *Disposition du frein et données constantes.* Le frein employé aux expériences est celui qui a été décrit au n° 1 et suivans; il était placé dans l'intérieur de l'usine sur l'arbre de la roue hydraulique; son poids, ses dimensions et les autres données de l'expérience sont rapportés plus loin.

La roue hydraulique a $3^{m},425$ de diamètre extérieur, sur une largeur intérieure de $2^{m},21$, mesure prise entre les couronnes; elle porte trente augets dont la capacité, correspondante à la position pour laquelle leur bord est sur l'horizontale passant par l'axe de la roue, est de $0^{m.c},106$. La face extérieure des augets est légèrement courbe, ce qui retarde un peu l'époque à laquelle le versement de l'eau peut commencer.

L'arbre de la roue porte deux rouets, l'un qui engrène avec une lanterne à axe horizontal, destinée à transmettre le mouvement à l'arbre vertical

du tarare et de la bluterie, et l'autre qui conduit l'arbre vertical d'une meule à la française, de $1^{m},79$ de diamètre. Le second de ces rouets était désengrené pendant les expériences, et le pignon conique monté sur l'axe de la lanterne était aussi isolé de celui de l'arbre vertical du tarare, de sorte que ce rouet ne mettait en mouvement que l'arbre seul de la lanterne, marchant sans charge. Cet arbre, avec sa lanterne et son pignon conique, ne pèse que 125^{kil}, ses tourillons ont $0^{m},05$ de diamètre et tournent sur des coussinets en bronze alimentés d'huile par un godet à mèche. On peut donc estimer le rapport du frottement à la pression à moins de 0,07, de sorte que par révolution, la quantité de travail consommée par le frottement de ces tourillons ne peut être estimé à plus de

$$3,14 \times 0^{m}05 \times 0,07 \times 125^{kil} = 1^{km},37.$$

Cet arbre fait sept tours pendant que la roue en fait un, et comme la vitesse de la roue ne s'est presque jamais élevée au-delà d'un tour en $3'',5$, ce qui correspond à deux tours de l'arbre de la lanterne en une seconde, on voit que le frottement de cette pièce sur ses tourillons n'a consommé au plus que $2^{km},74$ par seconde, quantité évidemment négligeable dans toutes les expériences.

Mais il n'en est pas de même du frottement de l'arbre de la roue sur ses tourillons, et dans l'appréciation de la quantité du travail total communiqué par l'eau à la circonférence de la roue, nous avons dû faire entrer le travail consommé par cette résistance, en l'ajoutant à celui qui est mesuré par le frein et qui constitue le travail disponible de la roue.

63. *Formules employées pour le calcul de l'effet théorique.* D'après ce qui précède, la dépense d'eau nous était donnée dans chaque expérience par la formule

$$Q = 0,59 \times 1,56 \times e\sqrt{2gH},$$

dans laquelle

e représente l'ouverture de l'orifice, mesurée perpendiculairement à sa direction,

H la charge sur le centre de l'orifice.

L'eau étant conduite de l'orifice à la roue par une buse formant coursier, il est facile de déterminer la vitesse avec laquelle elle atteint la circonférence extérieure de la roue. En effet, un peu au-delà de l'orifice la veine

fluide s'épanouit, sa vitesse se ralentit et devient, comme on sait (*), égale à

$$U = \sqrt{\left(\frac{2gH}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}\right)} = 0,81\sqrt{2gH};$$

expression dans laquelle
H représente la charge sur le centre de l'orifice,
m le coëfficient de correction de la dépense théorique.

Cette vitesse est celle du filet moyen dans le profil fait à une fois et demie environ sa plus petite dimension et par suite en un point facile à déterminer. A partir de ce point, le mouvement s'accélère, et en appelant,
H' la pente totale du coursier ou de la buse, jusqu'à son extrémité, on sait encore que la vitesse du filet moyen en ce point a pour expression

$$u = \sqrt{U^2 + 2gH'}.$$

Enfin, depuis l'extrémité de la buse, le filet moyen, sollicité par la pesanteur, décrit une parabole, qu'il est facile de tracer par points, puisque l'on a pour son équation

$$y = \frac{g}{2u^2 \cos^2\theta} x^2 + x \tang\theta,$$

dans laquelle
$\theta = 30°$ est l'inclinaison de la buse sur l'horizontale,
y l'ordonnée verticale et x l'abscisse horizontale de la courbe, à partir du point du filet moyen correspondant à l'extrémité de la buse.

Ce point est facile à déterminer dans chaque cas, à l'aide de la dépense Q du fluide, dont on a la valeur en mètres cubes. En effet, l'aire A de la section d'eau dans la buse est

$$A = \frac{Q}{U},$$

et par suite l'épaisseur E de la lame d'eau est

$$E = \frac{A}{1^m,56};$$

attendu que la largeur de la buse est la même que celle de l'orifice.

La courbe du filet moyen étant construite, il est facile de trouver son point de rencontre avec la circonférence et d'en déduire la valeur de la

(*) Cours de Mécanique appliquée aux machines, par M. Poncelet, 6e section, n° 74.

vitesse V d'arrivée de l'eau sur la roue, et qui est

$$V = \sqrt{u^2 + 2gH''},$$

H'' étant la hauteur de ce point de rencontre au-dessous de l'origine de la courbe déterminée comme ci-dessus.

Puis en menant par ce point une tangente à la courbe du filet moyen, et une autre à la circonférence extérieure de la roue, l'angle γ, compris entre ces deux droites, sera celui de la vitesse d'arrivée V et de la vitesse v de la circonférence, et si l'on décompose V en deux autres, l'une dans le sens du rayon, l'autre tangente à la circonférence extérieure, la première sera détruite en pure perte par la résistance de la roue, et la seconde seule agira dans le sens du mouvement. On connaîtra donc facilement par le tracé, dans chaque cas, la composante tangentielle $V\cos\gamma$ de la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue.

L'opération que nous venons de détailler a été exécutée pour toutes les séries d'expériences, et a donné dans chaque cas, la valeur de la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue, ainsi que sa direction, et l'on a reconnu que, dans toutes ces séries, l'angle des deux vitesses V et v différait fort peu de 36°. C'est aussi ce qui a été confirmé par l'observation directe, parce que la disposition de l'usine permettait d'observer et de bornoyer avec une règle la direction des filets moyens à leur arrivée sur la roue et de la tracer sur la paroi extérieure du canal, et par suite de la relever directement. Ce tracé, fait pour trois séries, a toujours conduit à la même valeur moyenne de l'angle γ, que l'on avait déduite de celui de la courbe.

La vitesse v de la roue se déterminait à l'aide d'une montre à secondes mortes, en comptant à plusieurs reprises pendant une même expérience le temps nécessaire pour dix ou vingt tours, et en ne tenant pour bonnes que les expériences où le mouvement était exactement périodique.

La hauteur h du point d'introduction de l'eau au-dessus du bas de la roue est ici égale à son diamètre, ou à 3m,425 : on connaissait donc pour chaque expérience, tous les élémens nécessaires pour calculer la quantité de travail théorique transmise à la roue, et qui est exprimée, comme on sait, par la formule

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

64. ***Formule employée pour le calcul de l'effet utile total déduit de l'expérience.*** **La vitesse que le crochet de suspension de la charge du frein tendait à prendre, était facile à déduire du nombre de secondes employées par la roue pour faire dix tours, en se rappelant que ce crochet était à $2^m,53$ de la verticale passant par l'axe de rotation. On avait en effet pour cette vitesse, l'expression**

$$\frac{2\pi \times 2^m,51 \times 10}{n} = \frac{158,9}{n}.$$

La charge totale est rapportée dans la 14e colonne du tableau; il est donc facile d'en déduire l'effet utile mesuré par le frein, ou la quantité de travail disponible.

Pour avoir l'effet utile total, il est nécessaire de joindre au travail précédent celui qui est consommé par le frottement de la roue sur ses tourillons, ou de déterminer, dans chaque cas, l'effort P que l'eau doit exercer à la circonférence de la roue pour soutenir la charge du frein et vaincre ce frottement. Or cet effort est donné par la formule

$$P = \frac{FL + f(N + F + p)\rho}{R - f\rho};$$

dans laquelle
F représente la charge totale du frein,
$L = 2^m,53$ la distance horizontale de cette charge à l'axe de la roue,
$f = 0,10$ le rapport du frottement à la pression pour les tourillons en fonte de la roue et leurs coussinets en bronze (ces tourillons graissés d'huile, marchant depuis peu de temps et l'enduit étant un peu épaissi, on a cru devoir assigner cette valeur au rapport f),
$N = 5830^{kil}$ le poids total de la roue, de son arbre, des rouets et des ferrures,
$p = 90^{kil}$ la composante du poids du frein,
$\rho = 0^m,046$ le rayon des tourillons de la roue,
$R = 1^m,712$ le rayon de la circonférence extérieure de la roue.

Connaissant, à l'aide des données de chaque expérience, l'effort P, qui surmonte toutes les résistances, et le multipliant ensuite par la vitesse v de la circonférence extérieure de la roue, qui est celle de son point d'application, on a eu la quantité de travail totale Pv transmise à cette roue et déduite de l'expérience.

65. *Comparaison de l'effet utile total déduit de l'expérience à l'effet théorique*. Pour comparer cet effet utile total de la roue à l'effet théorique, on a, comme pour la roue de Guebviller, recherché la valeur du coëfficient à appliquer au premier terme de la formule théorique, pour tenir compte du versement de l'eau, en admettant que le second réprésentat exactement les effets de la variation de force vive de l'eau depuis son introduction jusqu'à sa sortie. La constance des valeurs trouvées pour ce coëfficient, montre qu'en effet, toutes les fois que l'eau dépensée est en entier admise sur la roue, il n'y a de correction à faire qu'au premier terme de la formule théorique pour la faire cadrer avec les résultats de l'expérience.

Dans le tableau suivant qui contient les données et les résultats du calcul, on a relaté en outre le volume d'eau qui était admis dans chaque auget, afin de le comparer à celui de la capacité de ces augets qui est de $0^{m.c},106$.

Expériences sur la roue hydraulique à augets du moulin

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,56.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V	RAPPORT de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$	VOLUME d'eau introduit dans chaque auget.	CHARGE Constante.
		m	m.q	m	kil	m	k.m	m	m		lit	kil
1	1	0,027	0,0422	0,376	67,8	4,06	276	3,464	3,125	1,12	»	2,88
	2	0,027	0,0422	0,376	67,8	4,06	276	3,066	3,125	0,98	»	2,88
	3	0,027	0,0422	0,376	67,8	4,06	276	2,490	3,125	0,80	»	28,58
	4	0,027	0,0422	0,371	67,5	4,06	273	2,291	3,105	0,74	»	28,58
	5	0,027	0,0422	0,371	67,5	4,06	273	2,023	3,105	0,72	»	28,58
	6	0,027	0,0422	0,371	67,5	4,06	273	1,786	3,105	0,57	»	28,58
	7	0,027	0,0422	0,361	66,6	4,05	269	1,589	3,090	0,51	14,8	28,58
	8	0,027	0,0422	0,361	66,6	4,05	269	1,495	3,090	0,48	16,0	28,58
	9	0,027	0,0422	0,361	66,6	4,05	269	1,345	3,090	0,43	17,8	28,58
	10	0,027	0,0422	0,361	66,6	4,05	269	1,195	3,090	0,39	19,8	28,58
	11	0,027	0,0422	0,351	65,8	4,04	266	0,996	3,065	0,32	23,8	28,58
	12	0,027	0,0422	0,351	65,8	4,04	266	0,896	3,065	0,29	26,3	28,58
	13	0,027	0,0422	0,351	65,8	4,04	266	0,864	3,065	0,28	27,2	28,58
	14	0,027	0,0422	0,351	65,8	4,04	266	»	3,065	»	»	28,58
2	1	0,046	0,0718	0,357	111,3	4,05	451	3,712	3,085	1,20	»	2,88
	2	0,046	0,0718	0,357	111,3	4,05	451	3,163	3,085	1,13	»	28,58
	3	0,046	0,0718	0,357	111,3	4,05	451	2,561	3,085	0,83	»	28,58
	4	0,046	0,0718	0,357	111,3	4,05	451	2,335	3,085	0,76	»	28,58
	5	0,046	0,0718	0,357	111,3	4,05	451	1,991	3,085	0,64	20,0	28,58
	6	0,046	0,0718	0,352	110,5	4,05	450	1,851	3,075	0,60	21,4	28,58
	7	0,046	0,0718	0,352	110,5	4,05	450	1,625	3,075	0,52	24,4	28,58
	8	0,046	0,0718	0,342	108,5	4,04	440	1,409	3,055	0,46	27,4	28,58
	9	0,046	0,0718	0,332	107,0	4,03	432	1,237	3,035	0,40	31,0	28,58
	10	0,046	0,0718	0,317	104,6	4,01	420	1,280	3,005	0,42	29,5	28,58

de Senelles, près Longwy. (Département de la Moselle.)

DU FREIN. Variable.	DU FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein, ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total, ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000\,Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Q$h$.	1000Q : g ×(V cosγ − v)v.	Pv.	COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
»	2,88	5,118	15	55	70	231	− 17,50	213,4	0,38	0,05	$m = 0{,}59$.
5	7,88	4,530	36	49	85	231	− 11,50	219,5	0,42	0,13	
»	28,58	3,688	103	41	144	231	0,70	231,7	0,63	0,38	
10	38,58	3,386	131	37	168	232	3,70	235,7	0,71	0,50	
20	48,58	2,988	145	32	177	232	6,90	238,9	0,74	0,53	Toute l'eau est admise dans la roue.
30	58,58	2,639	155	28	183	232	9,00	232,9	0,72	0,57	*Idem.*
40	68,58	2,368	162	23	185	228	9,90	237,9	0,77	0,61	*Idem.*
50	78,58	2,209	174	23	197	228	10,20	238,2	0,81	0,64	*Idem.*
60	88,58	1,987	176	21	197	228	10,30	238,3	0,81	0,65	*Idem.*
70	98,58	1,764	174	19	193	228	10,30	238,3	0,81	0,64	*Idem.*
80	108,58	1,472	160	15	175	224	9,95	233,9	0,74	0,60	*Idem.*
90	118,58	1,324	157	14	171	224	9,55	233,5	0,72	0,59	*Idem.*
110	138,58	1,276	177	13	191	224	9,35	233,3	0,84	0,66	*Idem.*
136	164,58	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
								Moyennes.	0,773	0,63	
»	2,88	5,484	16	59	75	381	− 51,00	330,0	0,34	0,04	$m = 0{,}59$.
»	28,58	4,671	143	40	183	381	− 23,80	357,2	0,54	0,32	
20	48,58	3,783	184	40	224	381	− 1,70	379,3	0,59	0,41	
40	68,58	3,449	237	36	273	381	4,25	385,2	0,71	0,53	
60	88,58	2,940	260	31	291	381	11,35	399,3	0,74	0,59	Toute l'eau est admise dans la roue.
70	98,58	2,734	269	29	298	378	11,20	389,2	0,76	0,60	*Idem.*
85	113,58	2,400	273	25	298	378	15,90	393,9	0,74	0,61	*Idem.*
100	128,58	2,082	268	21	289	373	16,60	389,6	0,75	0,61	*Idem.*
125	153,58	1,828	281	19	300	368	16,40	384,4	0,78	0,66	*Idem.*
111	139,58	1,891	264	19	283	360	15,80	375,8	0,74	0,63	*Idem.*
								Moyennes.	0,752	0,62	

Suite des *Expériences sur la roue hydraulique à augets du*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,56.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000Q	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V	RAPPORT de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$	VOLUME d'eau introduit dans chaque auget.	CHARGE Constante.
		m	m.q	m	kil	m	k.m	m	m		lit	kil
3	1	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	3,066	2,615	1,18	»	28,58
	2	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	2,625	2,615	1,02	»	28,58
	3	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	2,152	2,615	0,83	24,7	28,58
	4	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,991	2,615	0,76	26,7	28,58
	5	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,764	2,615	0,67	30,0	28,58
	6	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,625	2,615	0,62	31,8	28,58
	7	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,409	2,615	0,54	37,5	28,58
	8	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,312	2,615	0,50	40,5	28,58
	9	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,205	2,615	0,46	44,0	28,58
	10	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,108	2,615	0,42	48,0	28,58
	11	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	1,024	2,615	0,39	50,0	28,58
	12	0,065	0,1015	0,148	91,9	3,86	355	0,927	2,615	0,36	57,2	28,58
4	1	0,080	0,1248	0,176	137,0	3,89	485	3,260	2,685	1,21	»	28,58
	2	0,080	0,1248	0,176	137,0	3,89	485	3,002	2,685	1,12	»	28,58
	3	0,080	0,1248	0,181	139,0	3,94	546	3,830	2,690	1,02	»	28,58
	4	0,080	0,1248	0,181	139,0	3,94	546	2,442	2,690	0,91	»	28,58
	5	0,080	0,1248	0,181	139,0	3,94	546	2,291	2,690	0,85	21,7	28,58
	6	0,080	0,1248	0,176	137,0	3,89	485	2,023	2,685	0,75	24,2	28,58
	7	0,080	0,1248	0,171	135,0	3,84	538	1,915	2,670	0,73	25,2	28,58
	8	0,080	0,1248	0,171	135,0	3,84	538	1,700	2,670	0,63	28,3	28,58
	9	0,080	0,1248	0,171	135,0	3,84	538	1,625	2,670	0,61	29,6	28,58
	10	0,080	0,1248	0,171	135,0	3,84	538	1,495	2,670	0,56	32,2	28,58
	11	0,080	0,1248	0,171	135,0	3,84	538	1,409	2,670	0,52	34,2	28,58
	12	0,080	0,1248	0,171	135,0	3,84	538	1,248	2,670	0,47	38,7	28,58
	13	0,080	0,1248	0,166	133,0	3,79	510	1,183	2,660	0,44	40,4	28,58

moulin de Senelles, près Longwy. (Département de la Moselle.)

DU FREIN. Variable.	DU FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Qh.	1000 Q : g ×(V cos γ - v) v.	Pv.	COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
»	28,58	4,530	129	49	178	314,76	− 27,7	287,0	0,65	0,36	$m = 0,59$.
20	48,58	3,878	188	41	229	314,76	− 11,8	303,0	0,76	0,53	
40	68,58	3,179	218	34	252	314,76	− 0,2	315,0	0,80	0,62	Il rejaillit fort peu d'eau.
50	78,58	2,941	231	30	261	314,76	2,8	317,0	0,83	0,65	L'eau entre toute dans la roue.
60	88,58	2,607	231	27	258	314,76	5,4	320,0	0,81	0,65	*Idem.*
75	103,58	2,400	249	25	274	314,76	7,8	323,0	0,85	0,70	*Idem.*
90	118,58	2,082	247	21	268	314,76	9,7	324,0	0,83	0,70	*Idem.*
100	128,58	1,939	249	20	269	314,76	10,2	325,0	0,83	0,71	*Idem.*
117	145,58	1,780	259	18	277	314,76	10,6	325,0	0,84	0,73	*Idem.*
131	159,58	1,637	261	17	278	314,76	10,7	325,0	0,84	0,74	*Idem.*
151	179,58	1,513	272	15	287	314,76	10,7	325,0	0,88	0,77	*Idem.*
171	199,58	1,370	273	14	287	314,76	10,4	325,0	0,88	0,77	*Idem.*
								Moyennes..	0,839	0,70	
»	28,58	4,816	138	51	189	472,00	− 49,5	422,5	0,51	0,28	$m = 0,59$.
20	48,58	4,435	215	47	262	472,00	− 34,5	437,5	0,63	0,45	
40	68,58	4,180	287	44	331	478,00	− 26,1	451,9	0,75	0,52	
60	88,58	3,608	320	37	357	478,00	− 9,1	468,9	0,77	0,58	Il rejaillit fort peu d'eau.
70	98,58	3,084	333	36	369	478,00	− 3,5	474,5	0,78	0,61	*Idem.*
85	113,58	2,988	338	31	369	472,00	4,5	477,5	0,77	0,70	L'eau entre toute dans la roue.
95	123,58	2,829	348	29	377	465,00	6,6	473,0	0,80	0,65	*Idem.*
110	138,58	2,511	348	26	374	465,00	10,7	476,0	0,78	0,65	*Idem.*
120	148,58	2,400	357	24	381	465,00	12,0	477,0	0,80	0,66	*Idem.*
131	159,58	2,209	353	22	375	465,00	13,8	479,0	0,76	0,65	*Idem.*
141	169,58	2,082	353	21	374	465,00	14,6	480,0	0,77	0,66	*Idem.*
156	184,58	1,844	340	19	359	465,00	15,6	481,0	0,74	0,63	*Idem.*
171	199,58	1,747	349	17	366	458,00	15,2	473,0	0,77	0,68	*Idem.*
								Moyennes..	0,780	0,65	

Suite des *Expériences sur la roue hydraulique à augets du*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,56.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence de la roue en une seconde. v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V	RAPPORT de la vitesse de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$	VOLUME d'eau introduit dans chaque auget.	CHARGE Constante.
		m	m.q	m	kil	m	k.m	m	m		lit	kil
5	1	0,095	1,483	0,195	171	3,92	670	3,357	2,730	1,22	»	28,58
	2	0,095	1,483	0,190	169	3,91	661	3,163	2,715	1,16	»	28,58
	3	0,095	1,483	0,190	169	3,91	661	2,905	2,715	1,07	»	28,58
	4	0,095	1,483	0,185	166	3,91	650	2,690	2,700	1,00	»	28,58
	5	0,095	1,483	0,185	166	3,91	650	2,490	2,700	0,92	»	28,58
	6	0,095	1,483	0,185	166	3,91	650	2,238	2,700	0,83	26,3	28,58
	7	0,095	1,483	0,185	166	3,91	650	2,152	2,700	0,79	27,5	28,58
	8	0,095	1,483	0,180	164	3,90	640	1,947	2,690	0,74	28,2	28,58
	9	0,095	1,483	0,180	164	3,90	640	1,786	2,690	0,67	32,8	28,58
	10	0,095	1,483	0,180	164	3,90	640	1,732	2,690	0,63	33,8	28,58
	11	0,095	1,483	0,170	160	3,89	624	1,625	2,670	0,61	35,2	28,58
	12	0,095	1,483	0,170	160	3,89	624	1,539	2,670	0,58	37,2	28,58
	13	0,095	1,483	0,165	158	3,89	615	1,377	2,650	0,52	41,0	28,58
	14	0,095	1,483	0,165	158	3,89	615	1,248	2,650	0,47	45,1	28,58
	15	0,095	1,483	0,160	155	3,88	601	1,130	2,635	0,43	49,2	28,58
6	1	0,105	1,640	0,171	174	3,90	680	3,357	2,670	1,23	»	28,58
	2	0,105	1,640	0,171	174	3,90	680	3,142	2,670	1,18	»	28,58
	3	0,105	1,640	0,176	176	3,91	690	3,002	2,685	1,12	»	28,58
	4	0,105	1,640	0,176	176	3,91	690	2,830	2,685	1,06	»	28,58
	5	0,105	1,640	0,166	171	3,89	665	2,442	2,660	0,92	25,0	28,58
	6	0,105	1,640	0,166	171	3,89	665	2,152	2,660	0,81	28,5	28,58
	7	0,105	1,640	0,166	171	3,89	665	1,818	2,660	0,69	33,6	28,58
	8	0,105	1,640	0,162	169	3,89	660	1,657	2,650	0,63	36,6	28,58
	9	0,105	1,640	0,162	169	3,89	660	1,571	2,650	0,59	38,9	28,58
	10	0,105	1,640	0,156	165	3,88	642	1,377	2,635	0,52	43,0	28,58
	11	0,105	1,640	0,166	171	3,89	665	1,269	2,660	0,47	48,4	28,58
	12	0,105	1,640	0,166	171	3,89	665	1,076	2,660	0,41	57,0	28,58

moulin de Senelles, près Longwy. (Département de la Moselle.)

DU FREIN. Variable.	DU FREIN. Totale. F	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$. 1000 Q*h*.	1000Q : *g* ×(V cos γ - *v*)*v*.	P*v*.	COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	kil	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
»	28,58	4,959	142	53	195	587	− 67,0	520	0,50	0,21	$m = 0,59$.
20,00	48,58	4,673	227	50	277	580	− 52,0	528	0,62	0,34	
40,00	68,58	4,292	294	45	339	580	− 35,0	545	0,65	0,45	
60,00	88,58	3,974	352	42	394	369	− 23,0	546	0,73	0,54	
70,00	98,58	3,688	364	37	401	569	− 13,0	556	0,73	0,56	
85,00	113,58	3,306	375	35	410	569	− 2,0	567	0,72	0,58	
95,00	123,58	3,179	393	33	426	569	1,0	570	0,75	0,60	Toute l'eau est admise dans la roue
110,00	138,58	2,877	399	29	428	564	7,0	571	0,75	0,62	*Idem.*
120,00	148,58	2,638	392	27	419	564	11,0	575	0,73	0,61	*Idem.*
131,00	159,58	2,559	409	26	435	564	13,0	577	0,75	0,64	*Idem.*
141,00	169,58	2,400	407	25	432	550	14,0	564	0,76	0,67	*Idem.*
156,00	184,58	2,273	420	23	443	550	16,0	566	0,78	0,67	*Idem.*
166,00	194,58	2,034	396	20	416	542	17,0	559	0,74	0,64	*Idem.*
188,95	217,53	1,844	401	19	420	542	18,0	560	0,72	0,65	*Idem.*
207,00	235,58	1,669	393	17	410	533	16,0	549	0,72	0,65	
								Moyennes.	0,744	0,64	
»	28,58	4,959	142	53	195	595	− 46,0	549	0,45	0,21	$m = 0,56$.
20,00	48,58	4,641	226	49	275	595	− 38,0	557	0,52	0,33	
40,00	68,58	4,435	304	47	351	602	− 32,0	570	0,62	0,44	
60,00	88,58	4,180	370	44	414	602	− 22,0	580	0,70	0,54	
85,00	113,58	3,608	410	37	447	586	− 12,0	574	0,78	0,62	Presque toute l'eau est admise dans la roue.
110,00	138,58	3,179	441	32	473	586	0,0	586	0,81	0,67	Toute l'eau est admise dans la roue
134,00	162,58	2,686	437	27	464	586	10,0	597	0,78	0,66	*Idem.*
149,00	177,58	2,448	435	25	460	580	14,0	594	0,75	0,66	*Idem.*
160,95	189,33	2,321	439	24	463	580	14,0	594	0,77	0,67	*Idem.*
181,75	210,33	2,034	428	20	448	567	17,0	584	0,75	0,67	*Idem.*
200,00	228,33	1,876	428	19	447	586	19,5	605	0,73	0,64	*Idem.*
215,75	244,33	1,589	388	16	404	586	20,0	606	0,74	0,58	*Idem.*
								Moyennes.	0,764	0,65	

66. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent*. En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on voit que, dans les premières expériences de chaque série, la vitesse de la roue était plus grande de celle de l'eau affluente, ce qui occasionnait un choc de la face de l'auget contre la veine fluide, et la projection d'une partie notable du liquide, qui par suite n'exerçait aucune action sur la roue. Cet effet diminuait avec la vitesse de la roue, et disparaissait tout-à-fait dès qu'elle était inférieure à celle de l'eau affluente. Il était d'ailleurs facile de l'observer directement, et nous avons pu noter l'instant où l'eau était entièrement introduite dans la roue, et l'indiquer dans la colonne d'observations.

Ce n'est que pour les expériences où cette condition était satisfaite, que la comparaison de l'effet utile total à l'effet théorique est intéressante, et que l'on peut en déduire la valeur du coëfficient de correction à appliquer au premier terme de la formule

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

Les valeurs trouvées pour ce coëfficient dans chaque série et d'une série à l'autre, offrent entr'elles un accord bien remarquable, puisque sa valeur moyenne, déduite d'une même série, ne s'écarte guère que de $\frac{1}{20}$ au plus de la plus grande et de la plus petite, et que la valeur moyenne générale déduite de la comparaison des moyennes des diverses séries, ne s'écarte pas de plus de $\frac{1}{18}$ de chacune de ces moyennes.

Si l'on remarque que les résultats dépendent de l'observation simultanée de plusieurs quantités dont il est bien difficile, par les moyens employés dans les levers, d'obtenir la valeur à $\frac{1}{20}$ près, on admettra, sans peine, que les différences obtenues doivent être en grande partie attribuées aux erreurs d'observation.

Les valeurs moyennes du coëfficient cherché sont, pour la

1re série	0,773
2e série	0,752
3e série	0,839
4e série	0,780
5e série	0,744
6e série	0,764
La valeur moyenne générale est...	0,775

et par conséquent les résultats de ces expériences seront représentés avec une exactitude bien suffisante pour la pratique, par la formule

$$Pv = 0,775\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v.$$

On observera que dans toutes les expériences le volume d'eau introduit dans chaque auget n'a jamais dépassé la moitié de sa capacité totale, égale à $0^{m.c},106$, comme il a été dit au n° 39. On voit en effet, par l'inspection de la onzième colonne, que ce volume n'a jamais atteint qu'une fois 57 litres. Ce n'est que dans des circonstances analogues que l'on pourra employer la formule pratique ci-dessus, puisque le versement de l'eau commençant d'autant plus tôt que les augets sont plus pleins, il est évident que le rapport de l'effet utile total à l'effet théorique doit varier au-delà de certaines limites.

La grandeur de l'angle γ que la vitesse d'arrivée de l'eau fait avec la tangente à la circonférence de la roue, est un défaut que l'on aurait dû éviter, attendu que la composante normale $V\sin\gamma$ de cette vitesse est totalement détruite par la résistance de la roue, et qu'il résulte de cette disposition une perte de force vive ou de travail.

67. *Les variations de la vitesse de la roue ont, entre certaines limites, peu d'influence sur l'effet utile.* Quant au terme $\frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v$ relatif à la quantité de travail correspondante à la variation de force vive de l'eau depuis son introduction jusqu'à sa sortie ; on voit, dans chaque série, qu'il n'a presque jamais une valeur qui dépasse $\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{30}$ de celle du premier terme $1000\,Qh$, et comme il est seul fonction des vitesses V et v, il s'ensuit que les variations de valeur de ces deux quantités, ne peuvent avoir une influence notable sur les résultats. C'est ce que l'expérience confirme tout-à-fait, puisque le rapport des vitesses $\frac{v}{V}$ ayant varié dans nos expériences depuis 0,80 jusqu'à 0,36 dans chaque série, le coëfficient de correction du terme $1000\,Qh$ n'en a pas moins conservé des valeurs à peu-près constantes.

Il suit donc encore de ces expériences, que les roues à augets sont susceptibles de varier de vitesse entre des limites très-étendues, sans que pour cela leur effet utile diminue.

La vitesse absolue de la circonférence de la roue ayant dépassé $2^m,30$ par

seconde, sans que la force centrifuge ait exercé sur le versement de l'eau une influence capable de diminuer d'une manière sensible l'effet utile, on voit que, pour des roues de dimensions analogues à celle-ci, on peut, sans inconvéniens, atteindre cette vitesse, et comme, dans les mêmes circonstances, la vitesse d'arrivée de l'eau était d'environ 3^m par seconde, ce qui correspond à une hauteur génératrice de $0^m,46$, il s'ensuit que dans ces roues la hauteur du niveau peut aussi, sans inconvéniens, s'élever à $0^m,50$ ou $0^m,55$ au-dessus du sommet de la roue ou du point où elle l'atteint, par suite des pertes inévitables de vitesse, depuis l'orifice jusqu'à la roue.

68. *Rapport du travail disponible au travail absolu du moteur.* Nous avons dû tenir compte dans l'appréciation de l'effet utile de cette roue de la quantité de travail consommée par le frottement sur ses tourillons; mais l'effet, réellement utile pour les fabrications, se réduisant à la quantité de travail disponible mesurée par le frein, tandis que le travail dépensé pour le produire est ce que nous avons appelé le travail absolu du moteur, nous avons recherché le rapport de la première de ces quantités à la seconde, et l'on voit, par le tableau, qu'il est moyennement égal à

$$0,65.$$

Ainsi cette roue, déduction faite des résistances passives, rend en travail disponible les 0,65 du travail absolu fourni par le moteur.

69. *Observations faites sur la mouture à la grosse.* Après avoir terminé les expériences sur la roue hydraulique, on a fait une observation sur la mouture de la farine opérée par ce tournant de moulin, et nous allons en rapporter les résultats.

La meule de $5^{pi}\,6^{po} = 1^m,78$ de diamètre faisant soixante-dix tours par minute, la roue hydraulique fait un tour en $6''$ ou 10 tours par minute. La farine moulue était destinée au service de la manutention des vivres de la garnison de Longwy; le blé était de bonne qualité, à petits grains durs, et de la récolte de 1833. La farine était blutée à l'étamine, et le produit d'un sac de blé de 80^{kil} était en farine de 71^{kil}

son de	6
déchet de	3
Total	80

Les meules étaient fraîchement repiquées à coups perdus.

L'observation de la quantité de mouture faite, a donné pour résultats 1600^{kil} de blé moulus en 13 heures 30′, ce qui revient à $118^{kil},50$ par heure ou à $0^{kil},33$ par seconde.

Les données relatives à la roue hydraulique étaient les suivantes :

Hauteur de l'orifice	$0^{m},060$
Charge sur le centre de l'orifice	$0,175$
Largeur de l'orifice	$1,560$
Poids d'eau dépensé en une seconde	$1000\,Q = 102^{kil}$
Chute totale	$3^{m},880$
Vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue	$V = 2,680$
Composante de cette vitesse tangentiellement à la circonférence	$V\cos\gamma = 2,170$
Nombre de tours de la roue en une minute	10
Vitesse à la circonférence de la roue	$v = 1^{m},790$

Effet utile ou travail total transmis à la circonférence de la roue

$$Pv = 775\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v = 278^{k.m},8 \ldots\ldots 278^{k.m},8 = 3^{chx},72$$

Quantité de travail consommé par le frottement de la roue sur ses tourillons .... $27^{k.m}$

Quantité de travail disponible à la circonf. du rouet en 1″. $251^{k.m},8$ ou $3^{chx},34$

La quantité de blé moulu dans le même temps est de $0^{kil},33$; par conséquent il faut, par kilogramme de blé à moudre, transmettre à l'arbre de la meule volante une quantité de travail de

$$\frac{251^{k.m},8}{0,33} = 7625^{k.m}.$$

On observera que la mouture dont il s'agit ici est la mousture rustique ou à la grosse, et que c'est celle qui consomme le plus de travail, attendu que les meules sont très-près l'une de l'autre, et qu'on cherche à diviser les sons de manière à en laisser le plus possible dans la farine. On peut donc regarder le résultat de cette observation comme une limite supérieure de la quantité de travail à transmettre à l'axe des meules, pour moudre à la grosse et bluter les produits.

CHAPITRE HUITIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS DE L'AIGUISERIE DE FLEUR-MOULIN, DÉPARTEMENT DE LA MOSELLE (*).

70. *Description sommaire.* L'usine de Fleur-Moulin, sur le Rudemack, département de la Moselle, se composait en 1834 d'un moulin à farine, à trois tournans, et d'une aiguiserie pour les pointes dites de Paris. C'est sur la roue de celle-ci qu'ont été faites les expériences suivantes, à l'automne de cette année.

La roue, en bois, avait vingt-quatre augets en tôle, de $0^m,004$ d'épaisseur et en forme d'arcs de cercle de $0^m,325$ de rayon, tangens à la circonférence extérieure de la roue (Pl. III, Fig. 2). Elle avait $2^m,28$ de diamètre et recevait l'eau par un canal rectiligne, à-peu-près horizontal, fermé à son extrémité par une vanne de même largeur reposant sur son fond, de sorte qu'il n'y avait de contraction que sur le côté supérieur de l'orifice, mais comme l'aire de l'orifice a été, dans presque toutes les expériences, comparable à celle de la section d'eau dans le canal, il sera nécessaire d'y avoir égard comme nous allons le voir.

Le frein employé aux expériences était celui que nous avons décrit au n° 1 et suivans, et il était placé sur l'arbre même de la roue hydraulique, qui avait été isolé de toutes les communications de mouvement à l'intérieur de l'usine.

71. *Formule employée pour le calcul de la dépense d'eau.* Pour calculer la dépense d'eau faite par l'orifice, nous avons employé la formule connue

$$Q = mA\sqrt{\left(\frac{2gH}{1-\frac{A^2}{O^2}}\right)}$$

dans laquelle on représente par
A l'aire de l'orifice,
O l'aire de la section d'eau dans le canal $= 0^{mq},2075$,

(*) Ces expériences ont été faites avec le concours de M. de Pontbriant, ancien élève de l'école Polytechnique, de M. Glavet fils et de M. Emile Bouchotte, propriétaire de l'usine, à la complaisance duquel nous avons dû toutes les facilités désirables.

H la charge d'eau sur le centre de l'orifice,

m le coëfficient de la dépense déterminé d'après les résultats des expériences connues, et en ayant égard à la suppression de la contraction sur trois côtés. Les valeurs de ce coëfficient, ainsi que la formule de la dépense employées pour chaque série, sont indiquées dans la colonne d'observations.

72. *Formule employée pour calculer l'effet utile total.* La roue étant isolée de toutes les autres pièces de communication de mouvement, il n'y avait à joindre au travail disponible, mesuré par le frein, que celui qui était consommé par le frottement des tourillons de cette roue. On y est parvenu en suivant la même marche que pour la roue du moulin de Senelles, et, en conservant les mêmes notations qu'au n° 45, nous avons eu la même relation

$$P = \frac{FL + f(N + F + p)\rho}{R - f\rho};$$

expression dans laquelle nous avons, pour le cas actuel,
$L = 2^{m},53$, $R = 1^{m},14$, $f = 0,08$, $\rho = 0^{m},0525$, $N = 3525^{kil}$, $p = 90^{kil}$, et qui devient, par la substitution de ces données,

$$P = 13^{kil},36 + 2,24F.$$

73. *Comparaison des résultats de l'expérience et de la théorie.* En multipliant cette valeur de l'effort moyen transmis à la circonférence extérieure de la roue par la vitesse v de cette circonférence, nous avons obtenu le travail total utilisé par la roue, puis nous l'avons comparé au résultat fourni, dans les mêmes circonstances, par la formule théorique

$$Pv = 1000\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)v.$$

L'eau atteignant, dans toutes les expériences, la circonférence extérieure de la roue vers son sommet, il a été très-facile de déterminer sa vitesse d'arrivée V, qui faisait d'ailleurs avec la vitesse v un angle assez petit pour que son cosinus pût être pris égal à l'unité; h était égal au diamètre $2^{m},28$ de la roue.

74. *Comparaison des résultats de l'expérience et de la théorie.* Les résultats de l'expérience et de la théorie sont consignés au tableau suivant.

***Expériences** sur la roue hydraulique à augets de*

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 0m,929.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V	RAPPORT de la vitesse de la circonférence à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$	VOLUME d'eau introduit dans chaque auget.	CHARGE Constante.
		m	m.q	m	kil	m	k.m	m	m		lit	kil
1	1	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	2,65	2,36	1,12	7,50	11,86
	2	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	2,04	2,36	0,86	8,80	11,86
	3	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	1,70	2,36	0,72	11,60	11,86
	4	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	1,46	2,36	0,62	13,60	11,86
	5	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	1,28	2,36	0,54	15,50	37,61
	6	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	1,19	2,36	0,51	16,70	37,61
	7	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	1,08	2,36	0,43	18,40	37,61
	8	0,050	0,0464	0,209	66,40	2,56	170	»	2,36	»	»	37,61
2	1	0,075	0,0697	0,197	102,00	2,56	260	2,75	2,36	1,16	11,05	11,86
	2	0,075	0,0697	0,197	102,00	2,56	260	2,47	2,36	1,04	12,60	11,86
	3	0,075	0,0697	0,197	102,00	2,56	260	1,84	2,36	0,78	16,60	37,61
	4	0,075	0,0697	0,197	102,00	2,56	260	1,56	2,36	0,66	19,50	37,61
	5	0,075	0,0697	0,197	102,00	2,56	260	1,33	2,36	0,56	22,80	37,61
	6	0,075	0,0697	0,191	100,00	2,56	257	1,12	2,34	0,48	24,10	37,61
3	1	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	2,65	2,36	1,12	13,50	11,86
	2	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	2,55	2,36	1,08	14,20	11,86
	3	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	2,10	2,36	0,89	17,60	37,61
	4	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	1,78	2,36	0,75	20,40	37,61
	5	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	1,63	2,36	0,69	22,20	37,61
	6	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	1,33	2,36	0,56	27,30	37,61
	7	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	1,24	2,36	0,53	29,30	37,61
	8	0,100	0,0929	0,183	121,50	2,56	310	»	2,36	»	»	37,61

l'aiguiserie de Fleur-Moulin. (Département de la Moselle.)

DU FREIN.		VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en une seconde.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible en une seconde.	TRAVAIL consommé par les frottemens en une seconde.	EFFET utile total ou travail total utilisé par la roue en une seconde.	EFFET UTILE THÉORIQUE $Pv = 1000Qh + \frac{1000Q}{g}(V-v)v$.			COEFFICIENT de correction du premier terme de la formule théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
Variable.	Totale. F					1000Qh.	$1000Q:g \times (V-v)v$.	Pv.			
kil	kil.	m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m	k.m			
»	11,86	5,83	69	33	102	151	− 4,72	146,0	0,71	0,41	$m = 0,71$.
10	21,86	4,41	96	29	117	151	4,40	155,0	0,83	0,57	$Q = 0,72A$
15	26,86	3,75	101	24	125	151	7,52	148,0	0,78	0,73	$\times \sqrt{2gH}$.
20	31,86	3,22	103	21	124	151	8,90	160,0	0,77	0,73	
»	37,61	2,81	106	19	125	151	9,30	160,6	0,77	0,73	
5	42,61	2,62	112	17	129	151	9,15	160,0	0,79	0,76	
10	47,61	2,38	113	17	130	151	9,30	160,0	0,80	0,70	
15	52,61	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
								Moyennes.	0,790	0,73	
»	11,86	6,05	72	38	110	233	− 17,90	215,0	»	»	$m = 0,70$.
10	21,86	5,44	119	34	153	233	− 2,80	230,0	»	»	$Q = 0,74A$
»	37,61	4,04	152	28	180	233	9,80	243,0	0,73	0,58	$\times \sqrt{2gH}$.
10	47,61	3,43	163	25	188	233	13,00	246,0	0,75	0,63	
20	57,61	2,92	168	21	189	233	14,00	247,0	0,75	0,65	
30	67,61	2,46	166	18	184	229	12,00	241,0	0,75	0,65	
								Moyennes.	0,745	0,64	
»	11,86	5,83	69	33	102	276	− 9,50	266,5	»	0,33	$m = 0,69$.
10	21,86	5,63	123	33	156	276	− 5,90	270,0	»	0,51	$Q = 0,76A$
»	37,61	4,64	175	30	205	276	6,70	283,0	0,72	0,66	$\times \sqrt{2gH}$.
10	47,61	3,94	188	26	214	276	15,50	291,5	0,72	0,69	
20	57,61	3,58	206	26	232	276	13,50	289,5	0,79	0,74	
30	67,61	2,92	196	22	218	276	16,40	292,4	0,73	0,70	
40	77,61	2,71	210	22	232	276	17,00	293,0	0,78	0,75	
50	87,61	»	»	»	»	»	»	»	»	»	
								Moyennes.	0,750	0,71	

75. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* En examinant les résultats contenus dans le tableau précédent, on voit, qu'en laissant de côté toutes les expériences où la vitesse de la roue était plus grande que celle de l'eau affluente, on a, pour la valeur moyenne du coëfficient de correction du premier terme de la formule théorique fournie par la

1re série	0,790
2e série	0,745
3e série	0,750
Sa valeur moyenne générale est donc...	0,762

et comme elle ne diffère des valeurs particulières que de $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{20}$, on voit que les résultats de toutes les expériences seront représentés avec cette approximation, par la formule pratique

$$Pv = 762\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V - v)v.$$

L'accord de toutes ces valeurs montre que les effets de la variation de force vive de l'eau, depuis son introduction jusqu'à sa sortie, sont bien représentés par le terme $\frac{1000\,Q}{g}(V - v)v$, et que la correction ne doit porter que sur le terme $1000\,Qh$, attendu que la hauteur h est moindre que la théorie ne le suppose.

La capacité des augets étant d'environ 130 litres, tandis qu'ils n'ont jamais reçu au-delà de 29 litres, il s'ensuit que dans toutes nos expériences ils n'ont jamais été remplis, même au tiers, et que le versement a dû commencer très-bas.

Le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur dans les mêmes circonstances, est moyennement égal à 0,69, et quoique sa valeur maximum paraisse correspondre au rapport $\frac{v}{V} = 0,50$ à $0,65$, il ne varie pas notablement pour des valeurs de $\frac{v}{V}$ comprises entre 0,45 et 0,80 ; ce qui tient, comme nous l'avons déjà remarqué plusieurs fois, à la petitesse du terme relatif à la variation de force vive, par rapport au premier terme relatif au travail de la pesanteur.

76. *Observations faites sur la quantité de travail consommée par les meules d'aiguiserie des pointes.* A ces résultats des expériences, il ne sera

peut-être pas inutile de joindre ceux des observations suivantes sur la marche de l'usine, soit à vide, soit en charge.

La levée de la vanne étant de $0^{m},075$, et la charge sur le centre de l'orifice de $0^{m},197$, la roue faisait dix tours en quarante-six secondes et conduisait huit meules d'aiguiserie de pointes, marchant à vide. L'expérience nous donnant, dans ces circonstances, une quantité de travail disponible de $163^{km} = 2,17$ chevaux, il s'ensuit que, dans cette usine, les résistances passives absorbent par meule $20^{km},30 = 0,27$ cheval vapeur.

La levée de la vanne étant de $0^{m},15$, et la charge sur le centre de l'orifice de $0^{m},153$, la roue faisait dix tours en quarante-quatre secondes et conduisait huit meules dont six en activité de fabrication. A la même levée, le travail disponible transmis par la roue était de $278^{km} = 3,70$ chevaux.

En déduisant de ce travail $40^{km},60$ pour celui qui est consommé par les résistances des deux meules marchant à vide, il reste $237^{km},08$ pour le travail total et les résistances passives des six meules.

On peut donc estimer que dans cette usine

	cheval
Le travail consommé par les résistances passives est de.......	0,27
Le travail consommé par la résistance utile................	0,26
Le travail total par meule d'aiguiserie pour les pointes de Paris =	0,53

CHAPITRE NEUVIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUGETS DU GROS MARTEAU DE FORGE DE L'USINE DE LA RENARDIÈRE A FRAMONT.

77. *Description sommaire.* L'usine de la Renardière de Framont est alimentée par un cours d'eau qu'amène un canal en bois de 3^{m} environ de largeur près de la roue, et d'une largeur moyenne de $2^{m},30$ sur le reste de sa longueur (Pl. III, Fig. 3). Le volume d'eau qu'il débite n'étant pas assez grand pour suffire à la consommation de l'usine, quand le marteau doit battre à grande vitesse, le niveau s'abaisse rapidement pendant le travail, et cet effet est d'autant plus sensible que les ouvriers lèvent la vanne beaucoup plus qu'il ne serait nécessaire pour obtenir le même nombre de coups de marteau. Dans les expériences dont il va être question, le niveau n'a pas varié sensiblement pour la première série où la levée de

la vanne était très-faible, mais pour la seconde il s'est graduellement abaissé. Toutefois, cet abaissement se faisant assez lentement, il a été possible d'adopter, pour chaque expérience, un niveau moyen, que l'on obtenait en observant à plusieurs reprises, pendant sa durée, les variations de niveau, de sorte que les valeurs extrêmes ne différaient pas entr'elles de plus d'un centimètre, et que par conséquent la valeur moyenne ne s'écartait au plus que de 0,005 de chacune des extrêmes, ou de $\frac{1}{130}$ à $\frac{1}{150}$ de la hauteur adoptée.

78. *Formules employées pour le calcul de l'effet théorique.* Le fond du canal est dans le prolongement du côté inférieur de l'orifice, et la contraction a lieu sur les deux côtés latéraux et sur le côté supérieur; d'après ces circonstances et à l'aide des résultats des expériences de MM. Poncelet et Lesbros (*), et de celles de M. Bidone, on a pu déterminer la valeur du coëfficient de la dépense théorique. Elle est égale à

$$m = 0{,}644 \text{ pour la } 1^{\text{re}} \text{ série,}$$
$$m = 0{,}649 \text{ pour la } 2^{\text{e}} \text{ série.}$$

Il en résulte, qu'en appelant

H et H′ les hauteurs respectives du niveau au-dessus du seuil et du sommet de l'orifice,

$L = 1^{\text{m}},27$ la largeur de cet orifice,

Q le volume d'eau dépensée par seconde, exprimé en mètres cubes, on aura la valeur de ce volume par la formule

$$Q = mL(H - H')\sqrt{2g\frac{H + H'}{2}},$$

en y faisant $m = 0{,}644$ pour la première série et $m = 0{,}649$ pour la seconde.

La valeur de $H - H'$ est égale à la levée de la vanne et fournie par la seconde colonne du tableau suivant, celle de $\frac{H + H'}{2}$, ou la charge sur le centre de l'orifice, se trouve dans la troisième colonne, et le résultat de la formule ci-dessus traduit en poids d'eau dépensé, est contenu dans la quatrième.

On a pris pour la chute totale, dans chaque expérience, la hauteur du niveau dans le canal, au-dessus du point inférieur de la roue, quoique celle-ci fût un peu élevée au-dessus du fond du canal de fuite, et la quantité

(*) Expériences hydrauliques par MM. Poncelet et Lesbros, page 250, tableau XII. Paris, 1832.

de travail absolu fournie par le moteur est indiquée dans la sixième colonne.

L'eau qui sort de cet orifice est animée d'une vitesse moyenne sensiblement égale à celle qui est due à la charge sur le centre de l'orifice, mais, à une petite distance, égale à une fois ou une fois et demie la hauteur de l'orifice, elle rencontre les parois, la veine fluide se dilate, la vitesse se ralentit et devient, d'après les résultats d'expériences connus jusqu'à ce jour

$$U = \sqrt{\left(\frac{2g\frac{H+H'}{2}}{1+\left(\frac{1}{m}-1\right)^2}\right)}.$$

A partir de cet endroit, le mouvement de l'eau soumise à l'action de la pesanteur, s'accélère, et en appelant h la pente totale du coursier et négligeant la résistance des parois, la vitesse moyenne du fluide devient

$$u = \sqrt{U^2 + 2gh}.$$

A cette extrémité du coursier, l'eau, animée de la vitesse u dans le sens parallèle à son fond, s'écoule librement dans l'air, et le filet moyen, dont ont peut déterminer la hauteur au-dessus du fond du coursier à l'aide de la relation

$$E = \frac{Q}{uL},$$

dans laquelle

Q et u ayant les significations connues, on représente de plus par

L la largeur du coursier,

E l'épaisseur de la lame d'eau à son extrémité,

ce filet moyen, dis-je, décrit une parabole dont l'équation est

$$y = \frac{g}{2u^2\cos^2\theta}x^2 + x\operatorname{tang}\theta,$$

x et y étant les abcisses horizontales et les ordonnées verticales de cette courbe, et θ l'angle formé par le coursier et l'horizontale.

Au moyen de l'équation ci-dessus, on peut construire la courbe du filet moyen, déterminer graphiquement sa rencontre avec la circonférence extérieure, ainsi que l'angle γ formé par sa tangente en ce point, et la tangente à la circonférence, ou celui de la vitesse d'arrivée d'eau avec la vitesse de la circonférence de la roue.

En appelant de plus

h_1 la hauteur du point de rencontre du filet moyen avec la circonférence de la roue, au-dessous de l'origine de la courbe ou du milieu de la section d'eau d'épaisseur E au bout du coursier, la vitesse d'arrivée de l'eau sur la roue sera

$$V = \sqrt{u^2 + 2gh_1},$$

d'où l'on déduira ensuite la valeur de $V\cos\gamma$.

79. ***Position du centre de courbure des surfaces de niveau de l'eau dans les augets.*** Une autre quantité qu'il importe de connaître, c'est la distance verticale du centre de courbure de la surface du niveau de l'eau dans les augets à celui de la roue. On sait (*) que cette distance mesurée sur la verticale, qui passe par le centre de la roue, est

$$\frac{g}{\omega^2},$$

g étant égal à $9^m,8088$, et ω la vitesse angulaire ou à l'unité de distance de la roue, déduite de l'observation et donnée par $\omega = \frac{v}{R}$ en appelant

v la vitesse à la circonférence extérieure de la roue et

R son rayon.

D'après la position de ce centre de courbure, on pourra reconnaître d'abord, si l'eau fournie par le moteur peut être admise sur la roue en totalité, et vers quelle position elle le sera, ou, si elle ne peut l'être, déterminer le volume réellement introduit dans les augets; puis, à l'aide des méthodes indiquées dans le cours cité (n° 52, septième section) fixer la hauteur à laquelle le versement de l'eau commence.

Il ne peut entrer dans le cadre de ce Mémoire de détailler les opérations à faire, et nous devons nous borner à en indiquer les résultats.

80. ***Calcul de l'effet utile théorique, en ayant égard aux effets de la force centrifuge.*** La distance verticale du centre de courbure des surfaces de niveau à l'axe de la roue est, pour chaque expérience, indiquée dans la treizième colonne du tableau, et l'on a reconnu, qu'aux vitesses obtenues dans ces expériences, l'eau était toujours admise en totalité dans le premier ou dans le second auget, à partir de la verticale. Par conséquent, connaissant le nombre d'augets de la roue $n = 20$, le nombre μ de tours de

(*) Cours de Mécanique appliquée aux machines, par M. Poncelet, section VII, n° 46.

la roue en 1′, on a pu déterminer le poids q' d'eau introduit dans chaque auget, à l'aide de la relation

$$q' = \frac{1000\,Q}{\frac{n\mu}{60}}.$$

Ayant précédemment déterminé le point où le versement de l'eau commence, et appelant h' la hauteur de ce point au-dessous du point d'introduction, ou, ce qui revient ici sensiblement au même, au-dessous du sommet de la roue, on a pu calculer la quantité de travail développée par la gravité sur le poids d'eau q' admis dans chaque auget, depuis son introduction jusqu'à l'instant où le versement commence. Cette quantité de travail a pour expression

$$q'h'.$$

A partir de cette position, la pesanteur développe sur le poids d'eau contenue dans chaque auget des quantités de travail variables avec ce poids et avec la hauteur h, et dont la somme totale, prise depuis cet instant jusqu'au point inférieur de la roue, est exprimée par l'intégrale

$$\int q\,dh,$$

prise pour un auget dans l'étendue indiquée ci-dessus.

Pour déterminer par approximation la valeur de cette quantité de travail, nous avons eu recours au théorème connu de Th. Simson, d'après lequel, en partageant la hauteur h'' du point où commence le versement au-dessous du bas de la roue, en quatre ou six parties égales (Pl. III, Fig. 3), puis menant par les points de division 1, 2, 3, etc. des horizontales, construisant aux points de rencontre 1, 2, 3, etc. de ces lignes avec la circonférence extérieure de la roue le profil de l'auget, supposé parvenu à ces positions successives, traçant les lignes de courbure des surfaces correspondantes de niveau par le bord de l'auget, et déterminant, par le cubage, le volume ou le poids d'eau q_1, q_2, q_3, etc., q_5 contenus dans l'auget à chacune de ces positions, on a obtenu, lorsque h'' était divisé en quatre parties égales

$$\int q\,dh = \frac{h''}{12}\left[q_1 + 4(q_2 + q_4) + 2q_3 + q_5\right],$$

dans laquelle $q_1 = q'$, q_5 est toujours et q_4 presque toujours nul; et dans le cas ou h'' a été divisé en six parties égales

$$\int q dh = \frac{h''}{18}[q_1 + 4(q_2 + q_4 + q_6) + 2(q_3 + q_5) + q_7],$$

dans laquelle $q_1 = q'$, q_7 est toujours et q_5 ainsi que q_6 presque toujours nuls.

A l'aide de ces moyens on a donc pu calculer la quantité de travail total

$$q'h' + \int q dh = q'h' + \frac{h''}{12}[q_1 + 4(q_2 + q_4) + 2q_3],$$

que la pesanteur développe sur le poids d'eau q' introduit dans chaque auget, puis en la multipliant par le nombre $\frac{n\mu}{60}$ d'augets, qui passent par seconde devant l'extrémité du coursier, on a obtenu la quantité de travail développée par seconde par la pesanteur sur l'eau introduite dans la roue, depuis son entrée jusqu'à sa sortie, et en l'ajoutant à la quantité de travail

$$\frac{1000\text{Q}}{g}(\text{V}\cos\gamma - v)v,$$

due à la variation de force vive de l'eau pendant le même intervalle, on a obtenu la quantité totale de travail théorique transmise à la roue

$$\text{P}v = \frac{1000\text{Q}}{g}(\text{V}\cos\gamma - v)v + \frac{n\mu}{60}(q'h' + \int q dh].$$

Telle est la marche suivie pour appliquer les données de l'observation au calcul de l'effet utile de cette roue, en tenant compte de l'action de la force centrifuge sur le versement de l'eau, ainsi que l'indique la théorie due à M. Poncelet.

81. *Formule employée pour le calcul de l'effet utile total, d'après l'expérience.* La charge totale F du frein est indiquée dans la seizième colonne du tableau, la vitesse que son point de suspension tendait à prendre se déduit facilement de la vitesse v de la circonférence de la roue, d'après la valeur $1^{\text{m}},37$ du rayon de cette circonférence, et la distance horizontale du point de suspension au plan vertical de l'axe de la roue et égale à 3^{m}. Le produit de cette charge F par la vitesse de son point de suspension, a donné la quantité de travail disponible ou l'effet utile mesuré par le frein.

Il a été ensuite facile de calculer la quantité de travail totale développée par l'eau, tant pour produire ce travail disponible que pour vaincre le frottement des tourillons de la roue. En effet, en appelant, comme par le passé,

F la charge totale du frein,

$L = 3^m$ la distance horizontale de son point de suspension au plan vertical de l'axe de la roue,

$f = 0{,}10$ le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons graissés et mouillés d'eau, mais peu alimentés d'enduit,

$N'' = 5978^{kil}$ le poids total de la roue, de son arbre, de ses ferrures, de l'anneau à cames et des tourillons,

$p = 28^{kil}$ la composante du poids du levier du frein qui agit sur l'axe de la roue,

$\rho = 0^m{,}065$ le rayon des tourillons,

$R = 1^m{,}37$ le rayon extérieur de la roue,

P l'effort que l'eau doit transmettre à la circonférence du rayon R pour équilibrer la charge F du frein et le frottement des tourillons, on a

$$P = \frac{FL + f(N + F + p)\rho}{R - f\rho}.$$

Puis en multipliant cet effort par le chemin parcouru dans sa direction propre en une seconde ou v, on en a déduit le travail total transmis à la circonférence de la roue.

Le résultat de ces calculs est consigné dans la 20e colonne du tableau.

82. *Comparaison des résultats de la théorie et de ceux de l'expérience.* En comparant ce résultat de l'expérience à la quantité de travail théorique calculée par la formule du n° 80, on en a déduit d'abord la différence absolue, tantôt positive, tantôt négative de ces deux quantités, puis on a pris le rapport de ces différences à la quantité de travail. Ce rapport, consigné dans la trentième colonne du tableau, n'excédant presque jamais 0,05 à 0,06; on voit que la formule théorique représente à $\frac{1}{20}$ près, et presque toujours à moins de $\frac{1}{20}$, les résultats de l'expérience.

Cette approximation, entre des résultats déduits de données dont quelques-unes ne pouvaient être obtenues avec une plus grande exactitude, paraîtra sans doute bien suffisante pour justifier et confirmer la théorie des roues à augets à grandes vitesses, donnée par M. Poncelet, ce qui était le but principal de ces expériences.

La dixième colonne donne le rapport de la vitesse v de la circonférence de la roue à la vitesse V d'arrivée de l'eau, et l'on peut voir que, dans toute l'étendue des variations de ce rapport, qui est toujours resté au-dessous de l'unité, la formule représente également bien les résultats de l'expérience.

83. *Comparaison du travail disponible au travail absolu du moteur.* En comparant ensuite la quantité de travail disponible avec la quantité de travail absolue fournie par le moteur, on voit que le rapport de la première à la seconde augmente à mesure que la vitesse diminue, et que, depuis $\frac{v}{V} = 0,50$ jusqu'à $\frac{v}{V} = 0,30$ environ, l'effet utile disponible est d'à-peu-près 0,55 à 0,60 du travail absolu. Mais la roue devant marcher à une vitesse plus grande que celles qui correspondent à ces limites, pour pouvoir fournir le nombre de coups de marteau convenable au travail, la quantité de travail disponible, transmise pendant que l'outil fonctionne, est beaucoup moindre. Ce nombre de coups dans l'usine de la Renardière, ne s'élève pas au-delà de 100 par minute, ce qui correspond à 10 tours de roue en 24″, ou à la vitesse de la troisième expérience de la seconde série, pour laquelle on voit que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur n'est que de 0,40. S'il fallait obtenir 120 coups à la minute, ou 10 tours de roue en 20″, comme dans la première expérience de la même série, le rapport ne serait que de 0,25.

Expériences sur la rou

NUMÉROS des séries.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice sur une largeur de 1m,27.	AIRE de l'orifice.	CHARGE d'eau sur le centre de l'orifice.	POIDS de l'eau dépensée en une seconde. 1000 Q.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en une seconde.	VITESSE de la circonférence extérieure de la roue en une seconde. v	VITESSE de l'eau affluente en une seconde. V	RAPPORT de la vitesse de la circonférence de la roue à celle de l'eau affluente $\frac{v}{V}$	NOMBRE d'augets qui passent devant le courant en une seconde. $\frac{nk}{60}$
		m	m.q	m	kil	m	k.m	m	m		
1	1	0,025	0,0318	1,384	106,53	4,626	493,0	4,097	5,535	0,740	9,50
	2	0,025	0,0318	1,386	106,53	4,628	493,0	3,581	5,535	0,650	8,34
	3	0,025	0,0318	1,401	107,46	4,643	498,6	2,729	5,564	0,490	6,35
	4	0,025	0,0318	1,397	107,07	4,639	496,9	2,100	5,550	0,380	4,87
	5	0,025	0,0318	1,397	107,07	4,639	496,9	1,980	5,550	0,360	4,59
	6	0,025	0,0318	1,398	107,12	4,640	497,0	1,687	5,550	0,300	3,93
	7	0,025	0,0318	1,398	107,12	4,640	497,0	1,429	5,550	0,260	3,33
	8	0,025	0,0318	1,398	107,12	4,640	497,0	1,282	5,550	0,230	2,98
	9	0,025	0,0318	1,398	107,12	4,640	497,0	1,128	5,550	0,200	2,61
	10	0,025	0,0318	1,398	107,12	4,640	497,0	0,895	5,550	0,160	2,08
	11	0,025	0,0318	1,398	107,12	4,640	497,0	»	5,550	»	»
2	1	0,091	0,1157	0,989	330,37	4,274	1412,0	4,034	4,675	0,920	10,00
	2	0,091	0,1157	0,955	324,75	4,240	1376,9	3,908	4,615	0,840	9,09
	3	0,091	0,1157	0,926	319,65	4,211	1346,0	3,443	4,595	0,750	8,00
	4	0,091	0,1157	0,894	314,10	4,179	1312,6	3,013	4,555	0,660	7,02
	5	0,091	0,1157	0,848	301,00	4,133	1244,0	2,608	4,500	0,580	6,07
	6	0,091	0,1157	0,808	298,65	4,093	1222,4	2,264	4,442	0,510	5,27
	7	0,091	0,1157	0,761	289,87	4,046	1172,8	2,100	4,375	0,480	4,87
	8	0,091	0,1157	0,721	282,00	4,006	1129,7	1,722	4,315	0,390	4,00
	9	0,091	0,1157	0,687	275,25	3,972	1093,3	1,480	4,280	0,340	3,45

à augets de l'usine

POIDS de l'eau introduit dans chaque auget en une seconde. $\frac{1000Q}{\frac{n''}{60}}$	DISTANCE verticale du centre de courbure de la surface de niveau à l'axe de la roue. $\frac{g}{\omega^2}$	CH… Constant	…ÉRENCE entre travail …rique et utile …ental.	RAPPORT de la différence précédente au travail théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
kil	m	kil	kil			
11,21	1,096	12	5,9	0,026	0,17	$m = 0,644$.
12,09	1,435	12	12,9	0,047	0,27	
16,92	2,472	12	1,6	0,005	0,35	
21,99	4,174	37	12,7	0,077	0,34	
23,33	4,697	37	8,1	0,025	0,39	
27,25	6,474	37	9,5	0,031	0,39	
32,15	9,015	37	9,8	0,065	0,38	
35,97	11,197	37	5,6	0,051	0,39	
40,88	14,636	37	5,8	0,053	0,38	
51,50	23,025	37	»	»	0,33	
»	»	3	»	»	»	
33,03	0,994	3	4,8	0,097	0,25	$m = 0,640$.
35,72	1,205	3	7,2	0,047	0,35	
39,95	1,553	3	2,1	0,018	0,40	
44,74	2,028	3	2,2	0,017	0,49	
49,55	2,706	3	2,9	0,032	0,54	
56,67	3,594	3	1,9	0,003	0,56	
59,52	4,174	3	0,7	0,084	0,62	
70,50	6,219	3	4,8	0,036	0,59	
79,81	8,414	3	3,3	0,005	0,58	

84. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* Il résulte de l'examen de ce tableau et de la discussion précédente, que l'effet utile, ou la quantité de travail transmise à la circonférence des roues à augets à grandes vitesses, est très-exactement représentée par la formule

$$Pv = \frac{1000 Q}{g}(V \cos \gamma - v) v + \frac{n\mu}{60}(q'h' + \int q dh).$$

dans laquelle tous les termes doivent être déterminés comme nous l'avons indiqué plus haut, et suivant les méthodes développées dans la section VII du cours de mécanique appliquée aux machines de M. Poncelet.

On devra observer dans les applications, que si la vanne est levée démesurément, ainsi que cela arrive souvent dans ces sortes d'usines, il sera nécessaire, soit de la ramener à une hauteur telle que toute l'eau dépensée puisse être admise dans la roue, soit de ne donner au poids q' d'eau introduit dans chaque auget, que la valeur déduite du tracé des courbes de niveau : au moyen de cette précaution, la formule représentera, dans tous les cas, les résultats de l'expérience.

85. *Comparaison des résultats de la formule ordinaire des roues à augets avec ceux de l'expérience.* La formule que nous venons de comparer à l'expérience, est celle qu'il convient d'employer toutes les fois que la vitesse de la roue est assez considérable, pour que la force centrifuge accélère notablement le versement de l'eau ; mais comme son usage conduit à des opérations assez longues, il est intéressant de rechercher si, dans le cas des vitesses moindres, on ne pourrait pas employer la formule ordinaire des roues à augets,

$$Pv = 1000 Qh + \frac{1000 Q}{g}(V \cos \gamma - v) v.$$

Or, en comparant les résultats de cette formule avec ceux de l'expérience, et admettant que l'eau soit totalement introduite dans la roue, et que le rapport $\frac{v}{V}$ ne surpasse pas 0,70, on voit qu'il suffit d'appliquer au premier terme $1000 Qh$ un coëfficient de correction dont la valeur moyenne est 0,78, pour tenir compte des effets du versement de l'eau.

86. *Influence de la vitesse de la roue.* Quant à la vitesse correspondante au maximun d'effet, on observera que le terme $\frac{1000 Q}{g}(V \cos \gamma - v) v$ relatif à la variation de force vive que l'eau éprouve depuis son introduction

jusqu'à sa sortie de la roue, exerce, dans les petites roues avec fortes charges d'eau sur le sommet, une bien plus grande influence que dans les grandes roues avec faibles charges, et que, bien que le terme $1000\,Qh$ reste sensiblement le même entre des limites assez étendues, il conviendra de se rapprocher des rapports de vitesses qui correspondent au maximum du second terme, c'est-à-dire de la condition $v = \frac{1}{2} V$.

L'examen des résultats consignés dans le tableau, et notamment celui de la deuxième série, montre en effet que ce terme, ainsi que le rapport du travail disponible au travail absolu du moteur, atteignent leur maximum entre les valeurs de $\frac{v}{V}$ égales à 0,48 et 0,55. Ce qui confirme sous ce point de vue la théorie adoptée.

En comparant le volume d'eau introduit dans chaque auget à la capacité de ces augets, mesurée pour la position où le rayon qui passe par leur bord est horizontal, et qui est de 106 litres pour toutes les expériences de la première et de la seconde série, qui ont donné au coëfficient de correction des valeurs à-peu-près constantes, on voit que dans toutes ces expériences les augets n'ont été remplis au plus qu'à moitié, et l'on devra regarder cette condition comme nécessaire, pour qu'on puisse appliquer la formule pratique

$$Pv = 780\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v,$$

laquelle, au moyen de cette attention, représentera à $\frac{1}{20}$ près les résultats de l'expérience, et pourra s'appliquer à toutes les roues dont la vitesse angulaire ne surpassera pas 20 tours par minute, lorsque leurs augets ne seront qu'à moitié remplis, et même à celles qui marcheraient à des vitesses plus grandes, pourvu que leurs augets ne reçoivent que très-peu d'eau comme dans la première série.

CONCLUSION DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES A AUGETS

87. *Conséquences générales des expériences sur les roues à augets.* De la comparaison des résultats obtenus sur les quatre roues à augets dont il est question aux chapitres IV, V, VI et VII, et dont les diamètres ont varié depuis $9^m,10$ jusqu'à $2^m,28$, il résulte

1° Que toutes les fois que les augets ne sont qu'à moitié remplis, et que la vitesse à la circonférence de ces roues ne dépasse pas 2^m par seconde pour les plus petites, et 2^m,50 environ pour les plus grandes, l'effet ulile est représenté à $\frac{1}{20}$ près par la formule pratique

$$Pv = 780\,Qh + \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)\,v;$$

2° Que l'on peut, sans crainte de diminuer sensiblement l'effet utile, laisser, sur le seuil des orifices, une certaine charge d'eau proportionnée au diamètre de la roue ou à la chute totale, et que la vitesse de la roue à sa circonférence peut s'élever jusqu'à 2^m environ par seconde pour les plus petites, et à 2^m,50 pour les grandes roues;

3° Que le rapport de la vitesse v de la circonférence de la roue à la vitesse V d'affluence de l'eau peut, dans les grandes roues, varier entre des limites très-étendues, c'est-à-dire depuis 0,30 jusqu'à 0,80, et qu'il en est à-peu-près de même pour les petites roues, mais que, dans ce dernier cas, il est cependant plus convenable de resserrer les variations de ce rapport entre 0,40 et 0,60. Que cette faculté de pouvoir faire varier la vitesse de la roue, sans que l'effet utile s'éloigne sensiblement du maximum d'effet, est une propriété fort avantageuse de ces roues, et les rend éminemment utiles aux usines dans lesquelles la vitesse de l'outil doit éprouver fréquemment des variations notables;

4° Que le rapport du travail disponible transmis par ces roues au travail absolu dépensé par le moteur, est, entre les limites précédentes, compris entre 0,65 et 0,70;

5° Que, quand les augets sont remplis au-delà de la moitié de leur capacité, ou que la roue marche assez vite pour que le versement de l'eau commence bientôt sous l'action de la force centrifuge, combinée avec celle de la pesanteur, il convient d'employer, pour le calcul de l'effet utile, la formule donnée par M. Poncelet, pour les roues à grandes vitesses, qui représente exactement les résultats de l'expérience.

88. *Règles pratiques pour la construction des roues à augets.* Des conséquences précédentes nous pouvons déduire quelques règles propres à servir de bases à l'établissement de ces roues.

1° Lorsque le niveau sera susceptible d'éprouver peu de variations de hauteur, on pourra disposer l'orifice de manière que, la vanne étant ver-

ticale, il y ait sur le seuil de l'orifice une charge d'eau qui, pour le niveau moyen des eaux, pourra s'élever à

$0^m,50$ pour les chutes de			$2^m,60$ à 3^m
$0^m,60$	—	—	3^m à 4^m
$0^m,70$	—	—	4^m à 6^m
$0^m,80$	—	—	6^m à 7^m et au-delà

cette progression étant rendue nécessaire pour la facilité de l'introduction de l'eau dans les augets.

2° Les bords de l'orifice devront être disposés de manière à éviter la contraction sur le fond et sur les côtés verticaux.

3° L'orifice devra être accompagné d'un coursier dont la longueur sera aussi petite que possible, et dont la pente ne devra pas excéder $\frac{1}{12}$. Entre le point inférieur de ce coursier et la roue, on ne laissera qu'un jeu de $0^m,01$.

4° Si le niveau éprouve des variations considérables, soit pendant le travail, soit à certaines époques de l'année, il faudra disposer l'orifice de manière à ce qu'il puisse prendre l'eau à une hauteur convenable à tous les niveaux auxquels la roue devra marcher, et par conséquent adopter un dispositif analogue à celui de la roue de Guebwiller, en ayant soin que les cloisons directrices soient inclinées de manière à satisfaire à la condition indiquée plus bas. Il en sera de même toutes les fois que la disposition de l'usine exigera que la roue tourne dans le sens du mouvement de l'eau dans le canal de fuite.

Dans ce cas on devra régler la position du point de rencontre du filet moyen de la veine fluide, de manière que l'eau ait une vitesse d'arrivée de 3^m au moins, ce qui exige que ce point soit à $0^m,46$ environ au-dessous du niveau.

5° La vitesse de la roue devra être combinée avec celle de l'eau et avec le tracé des augets, de façon qu'à l'entrée du liquide il n'y ait pas de choc contre la face extérieure de cet auget, ce qui s'obtiendra en satisfaisant à la condition que la vitesse d'arrivée de l'eau soit la diagonale d'un parallélogramme dont la face intérieure de l'auget et la vitesse de la roue à sa circonférence extérieure soient les deux côtés.

6° La vitesse de la roue que la condition précédente sert à déterminer, pourra, sans inconvénient, atteindre 2^m par seconde pour les petites roues, et $2^m,50$ pour les grandes.

7° La capacité des augets devra être réglée de manière qu'ils ne soient qu'à moitié remplis.

8° L'écartement des augets à la circonférence extérieure devra être compris entre $0^m,30$ et $0^m,40$.

CHAPITRE DIXIÈME.

APPLICATION ET VÉRIFICATION DE LA THÉORIE DU MOUVEMENT DES MARTEAUX, EN AYANT ÉGARD AUX PERTES DE FORCE VIVE OCCASIONNÉES PAR LE CHOC.

89. *Usage des résultats précédens pour la vérification de la théorie des marteaux.* Les expériences rapportées au chapitre VII, en offrant une vérification aussi satisfaisante que possible de la théorie des roues à augets à grande vitesse, due à M. Poncelet, nous ont aussi fourni une occasion favorable de constater l'exactitude de la théorie donnée par le même géomètre, dans ses leçons de machines à l'école d'application depuis 1824 jusqu'à 1834, sur le mouvement des marteaux, en tenant compte des pertes de force vive produites par le choc des cames et du travail consommé par les résistances passives.

La roue de la forge de la Renardière mettait en mouvement un gros marteau à l'allemande, dont le lever a été fait avec le plus grand soin en 1834, par M. Virlet, lieutenant d'artillerie, alors élève à l'école d'Application. Ce jeune officier a pris en outre avec exactitude, et sous ma direction, toutes les données nécessaires au calcul des effets de la machine, et ce sont les résultats qu'il en a déduits et que j'ai vérifiés, que je vais résumer succinctement.

90. *Formules employées au calcul de l'effet utile, en tenant compte des pertes de force vive et des résistances passives.* Ce n'est pas ici le lieu d'exposer la théorie qu'il s'agissait d'appliquer, et qui est développée dans la deuxième rédaction lithographiée du cours de M. Poncelet (n° 150 et suivans, édition de 1828), je vais me borner à en indiquer les conséquences et les formules.

M. Poncelet, considère chaque levée du marteau comme partagée en trois périodes, la première relative à la durée du choc ou de la compression réciproque de la came et du manche, la deuxième commençant au moment où toute réaction ayant cessé, la came et le manche marchent avec une vitesse commune et finissant à celui où la came quitte le manche, et la

troisième dont l'origine est à ce même instant, et qui finit quand une autre came rencontre le manche. Puis, nommant

R le rayon moyen de la came ou la distance du point de contact, à l'instant du choc, à l'axe de l'arbre de la roue ou de l'anneau à cames,

R' la distance moyenne de la braie à l'axe de la hurasse,

MR^2 le moment d'inertie de l'arbre à cames, et des pièces qui tournent avec lui par rapport à l'axe de rotation,

$M'R'^2$ le moment d'inertie du marteau par rapport à l'axe de la hurasse y compris son manche, la hurasse, la braie, etc.,

Ω' la vitesse angulaire moyenne de l'arbre à cames, déduite du nombre de tours faits dans un temps donné,

K une quantité constante dépendante des rapports de dimension des tourillons, des rayons R et R' et du frottement, laquelle est, dans toutes les applications, très-voisine de l'unité, ainsi qu'on le fait voir,

μ' le nombre de tours de la roue en $1'$,

n' le nombre de cames,

Il démontre 1° que la quantité de travail consommé par seconde par l'inertie des masses, ou due à la variation de la force vive du système, a pour valeur

$$\frac{n'\mu'}{30} \times \frac{MM'R^2\Omega'^2K}{2M+KM'};$$

2° Qu'en appelant

Q le poids total du marteau, de son manche, de la hurasse, etc.,

l la distance du centre de gravité de ce poids à l'axe de la hurasse,

h l'élévation totale du centre de gravité pendant la durée du contact,

α' l'arc total décrit par le marteau pendant ce contact,

ρ' le rayon moyen des tourillons de la hurasse,

f' le rapport du frottement à la pression pour ces tourillons et leurs crapaudines,

S' l'effort moyen exercé par la came pendant son contact, pour vaincre toutes les résistances utiles ou passives,

f le rapport du frottement à la pression pour la came et la braie,

M_1 le poids total de l'arbre à cames, y compris la roue, l'anneau à cames, les ferrures, tourillons, etc.,

ρ le rayon des tourillons de cet arbre,

f_1 le rapport du frottement à la pression, pour les tourillons de cet arbre et leurs coussinets,

P l'effort moyen exercé par l'eau à la circonférence extérieure de la roue,
R_1 le rayon extérieur de la roue,
on a

$$S' = \frac{Qh - 0{,}96\,Qf'\rho'\alpha'}{R'\alpha' + 0{,}96f'\rho'\sin\alpha' + 0{,}4f'\rho'\cos\alpha' - 0{,}4f'\rho'}$$

et

$$P = \frac{S'\left(1 + f\frac{R+R'}{RR'} \times \frac{R'\alpha'}{2}\right)R + f_1(M_1 + S')}{R_1 - f_1\rho}$$

et qu'en nommant $\theta = \frac{R'\alpha'}{R}$, l'angle décrit par l'arbre à cames pendant le contact, le travail développé par la roue pendant la deuxième période de chaque levée est

$$PR_1\theta,$$

et par seconde, pour $\frac{n'\mu'}{60}$ levées,

$$\frac{n'\mu'}{60}PR_1\theta;$$

3° Qu'en désignant par
P' l'effort moyen exercé par l'eau et rapporté à la circonférence extérieure de la roue pendant la troisième période ou la marche à vide, on a

$$P' = \frac{f_1M_1\rho}{R_1 - f_1\rho},$$

et que la quantité de travail correspondante à cette période est pour chaque levée

$$P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right),$$

ou par seconde

$$\frac{n'\mu'}{60}P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right).$$

De sorte qu'en récapitulant, la quantité de travail que la roue doit utiliser par seconde a pour expression

$$\frac{n'\mu'}{60}\left[\frac{2\Omega'^2MM'R^2K}{2M + KM'} + PR_1\theta + P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right)\right]^{k.m}$$

et comme d'une autre part, à l'aide des observations faites sur les lieux et

de la théorie des roues à augets à grande vitesse, qui est confirmée par les expériences du chapitre IX, on a pu calculer l'effet utile de cette roue, il faut examiner si les résultats obtenus par ces deux méthodes distinctes de calcul sont d'accord entre eux : c'est ce que l'on verra par l'application suivante.

91. *Application des formules précédentes au marteau de la Renardière.* Le moment d'inertie du marteau et de toutes ses parties, ainsi que celui de l'arbre à cames ont été calculés avec le plus grand soin et l'on a trouvé

$$M'R'^2 = 234, \quad MR^2 = 485, \quad M' = 77, \quad M = 885.$$

L'observation et les mesures directes ont donné

$R' = 1^m,80$, $R = 0^m,74$, $\Omega' = 2^m,54$, $n' = 4$, $\mu' = \frac{97}{4}$, $\frac{n'\mu'}{60} = 1,62$, $k = 1$,

on en a déduit

$$\frac{n'\mu'}{60} \times \frac{2\Omega'^2 MM'R'^2 K}{2M + KM'} = 424^{k.m}.$$

Puis, à l'aide des données d'observation et d'expérience,

$$f_1 = 0,08, \quad \rho' = 0^m,04, \quad \alpha' = 0^m,187, \quad h = 0^m,284, \quad Q = 696^{kil},$$

qui ont donné

$$S' = 586^{kil},$$

et de

$M_1 = 5978^{kil}$, $f = 0,08$, $\rho = 0^m,065$, $R = 0^m,74$, $R_1 = 1^m,37$, $R_1\theta = 0^m,645$,

d'où

$$P = 353^{kil} \quad \text{et} \quad PR_1\theta = 227^{k.m},$$

on a obtenu

$$\frac{n'\mu'}{60} PR_1\theta = 366^{k.m},$$

et enfin

$$\frac{n'\mu'}{60} P' \left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right) = 76^{k.m}.$$

On a donc en tout

$$\frac{n'\mu'}{60}\left[\frac{2\Omega'^2 MM'R'^2 K}{2M + KM'} + PR_1\theta + P'\left(\frac{2\pi R_1}{n} - R_1\theta\right)\right] = 424 + 227 + 76 = 866^{k.m}$$

ou environ 11,55 chevaux-vapeur, de $75^{k.m}$, en une seconde.

92. ***Formules employées et application au calcul direct de l'effet utile de la roue.*** D'une autre part, le calcul direct de l'effet utile de la roue, à l'aide des données suivantes, nous a conduit à une autre estimation de la quantité de travail transmise à sa circonférence extérieure.

La dépense d'eau a été calculée par la formule

$$Q = mL(H-h)\sqrt{2g\frac{H+h}{2}},$$

dans laquelle on avait

$$L = 1^{m},27, \quad H-h = 0^{m},11, \quad \frac{H+h}{2} = 0^{m},90.$$

Le coëfficient m de la dépense a été fixé à la valeur $m = 0,669$, attendu que la contraction est supprimée sur le fond de l'orifice et l'on a déduit de la relation ci-dessus

$$Q = 380^{lit}.$$

La vitesse d'arrivée de l'eau a été ensuite déterminée avec soin, en tenant compte, d'abord de la perte de force vive occasionnée par la présence du coursier, puis de l'accélération produite par sa pente, et enfin en construisant la courbe parabolique décrite par le filet moyen de la lame d'eau, ainsi qu'on l'a détaillé au n° 58, et l'on a trouvé

$$V = 5^{m},04 \quad \text{et} \quad \cos\gamma = 0,98.$$

La distance du centre de courbure des surfaces de niveau correspondante à la vitesse de 24,25 tours par minute est $\frac{g}{\omega^2} = 1^{m},50$, on en a déduit graphiquement la hauteur du point où le versement commence au-dessous du point d'introduction de l'eau ou du sommet de la roue, $h' = 1^{m},44$. La hauteur h_1, pendant laquelle le versement a lieu, est en conséquence $h_1 = 1^{m},30$; on l'a partagée en quatre parties égales (P. III, Fig. 4) et l'on a eu

$$q' = q_1 = 47^{kil}, \quad q_2 = 26^{kil},9, \quad q_3 = q_4 = q_5 = 0.$$

L'observation donnait en outre

$$v = 3^{m},478, \quad n = 20, \quad \mu = 24,25.$$

On a conclu de toutes ces données

$$Pv = \frac{1000\,Q}{g}(V\cos\gamma - v)v + \frac{n\mu}{60}(q'h' + \int q\,dh) = 197 + 539,6 + 139,9 = 876^{k.m},5.$$

Le résultat du calcul direct fait sur la roue et celui que donne la théorie du mouvement des marteaux, ne diffèrent donc que de $10^{k.m}$,5 ou de 0,012 du plus faible. Un accord aussi satisfaisant dans des calculs, où quelques-unes des données ne peuvent être prises avec toute l'exactitude désirable par suite de la grossièreté des formes, dépasse même le degré d'approximation qu'on peut espérer dans des applications et nous semble une confirmation bien satisfaisante de la théorie.

Je pourrais rapporter encore ici d'autres applications faites des mêmes théories, à des usines du même genre, par plusieurs élèves de l'école d'Application de l'artillerie et du génie, soit à d'autres marteaux, soit à des scieries des Vosges, à châssis et à mentonnet, mais je crois devoir me borner à celle-ci dans la crainte de donner à ce Mémoire une trop grande étendue.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE DEUXIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA SÉCHERIE ARTIFICIELLE DE LA POUDRERIE DE METZ.

CHAPITRE TROISIÈME.

EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES DE CÔTÉ DE LA MANUFACTURE D'ARMES DE CHATELLERAULT.

CHAPITRE QUATRIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE LA TAILLERIE DE LA CRISTALLERIE DE BACCARAT.

CHAPITRE CINQUIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUBES PLANES DE L'ATELIER DES MEULES DE BACCARAT.

CONCLUSIONS DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES A AUBES PLANES EMBOITÉES DANS DES COURSIERS CIRCULAIRES.

EXPÉRIENCES SUR LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS.

CHAPITRE SIXIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS, DE LA FILATURE DE MM. N[s] SCHLUMBERGER ET C[ie], A GUEBWILLER (*Haut-Rhin*).

CHAPITRE SEPTIÈME.

EXPÉRIENCES SUR L'UNE DES ROUES A AUGETS DU MOULIN DE SENELLES PRÈS LONGWY.

CHAPITRE HUITIÈME.

EXPÉRIENCES SUR LA ROUE HYDRAULIQUE A AUGETS DE L'AIGUISERIE DE FLEUR-MOULIN.

CHAPITRE NEUVIÈME.

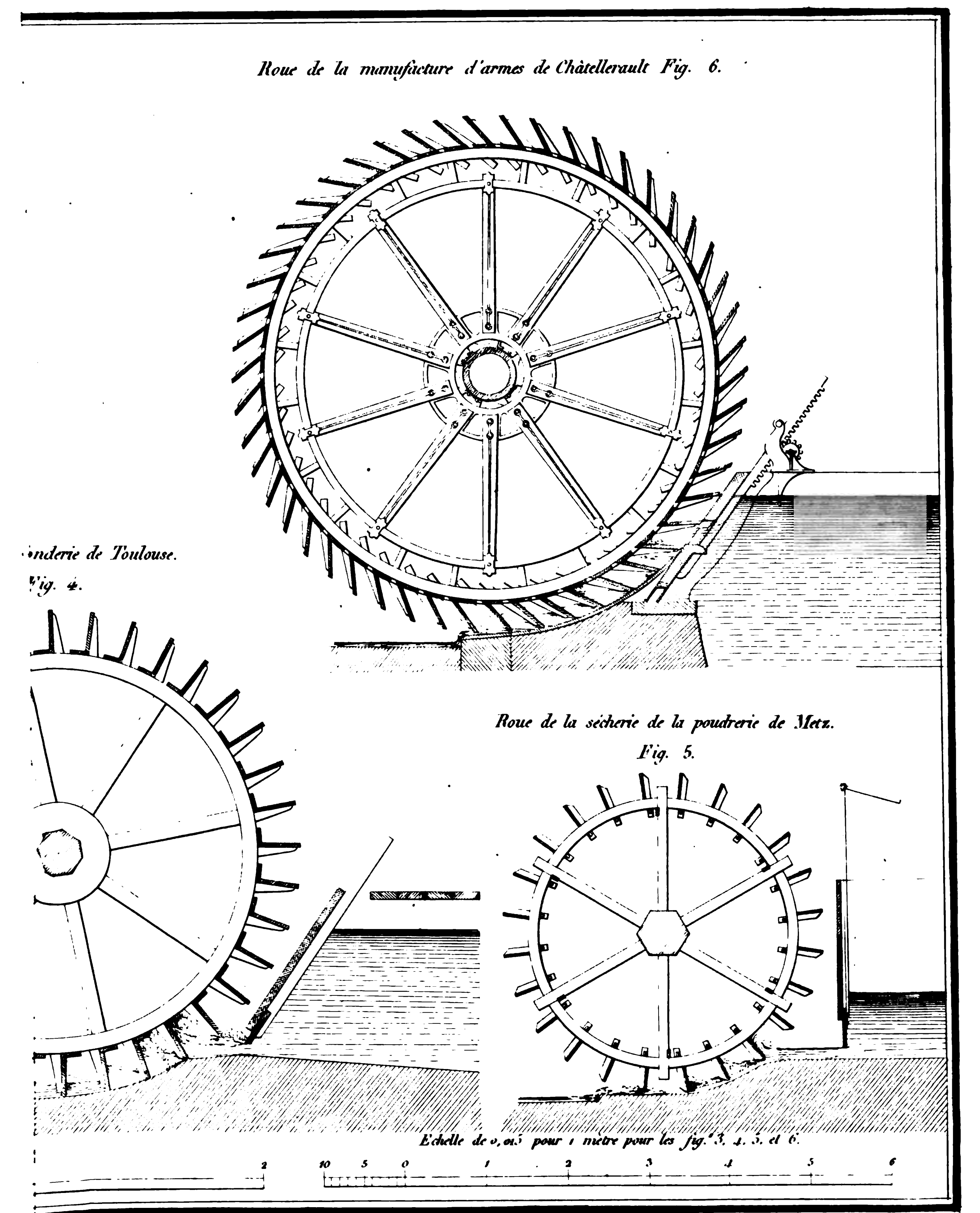
EXPÉRIENCES SUR LA ROUE A AUGETS DU GROS MARTEAU DE FORGE DE L'USINE DE LA RENARDIÈRE, A FRAMONT.

CONCLUSION DES EXPÉRIENCES SUR LES ROUES HYDRAULIQUES A AUGETS.

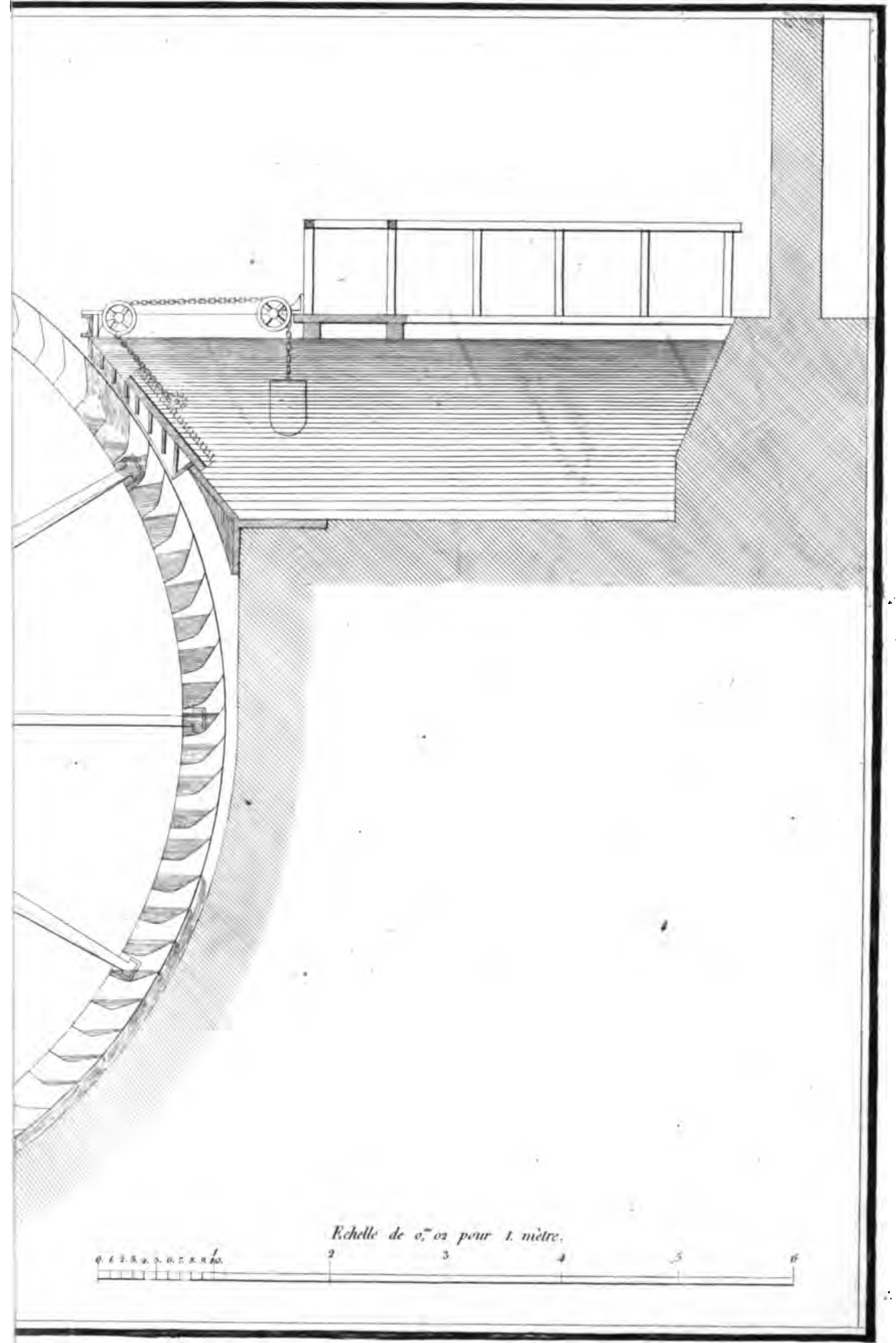
CHAPITRE DIXIÈME.

APPLICATION ET VÉRIFICATION DE LA THÉORIE DU MOUVEMENT DES MARTEAUX, EN AYANT ÉGARD AUX PERTES DE FORCE VIVE OCCASIONNÉES PAR LE CHOC.

METZ. — IMPRIMERIE DE S. LAMORT.

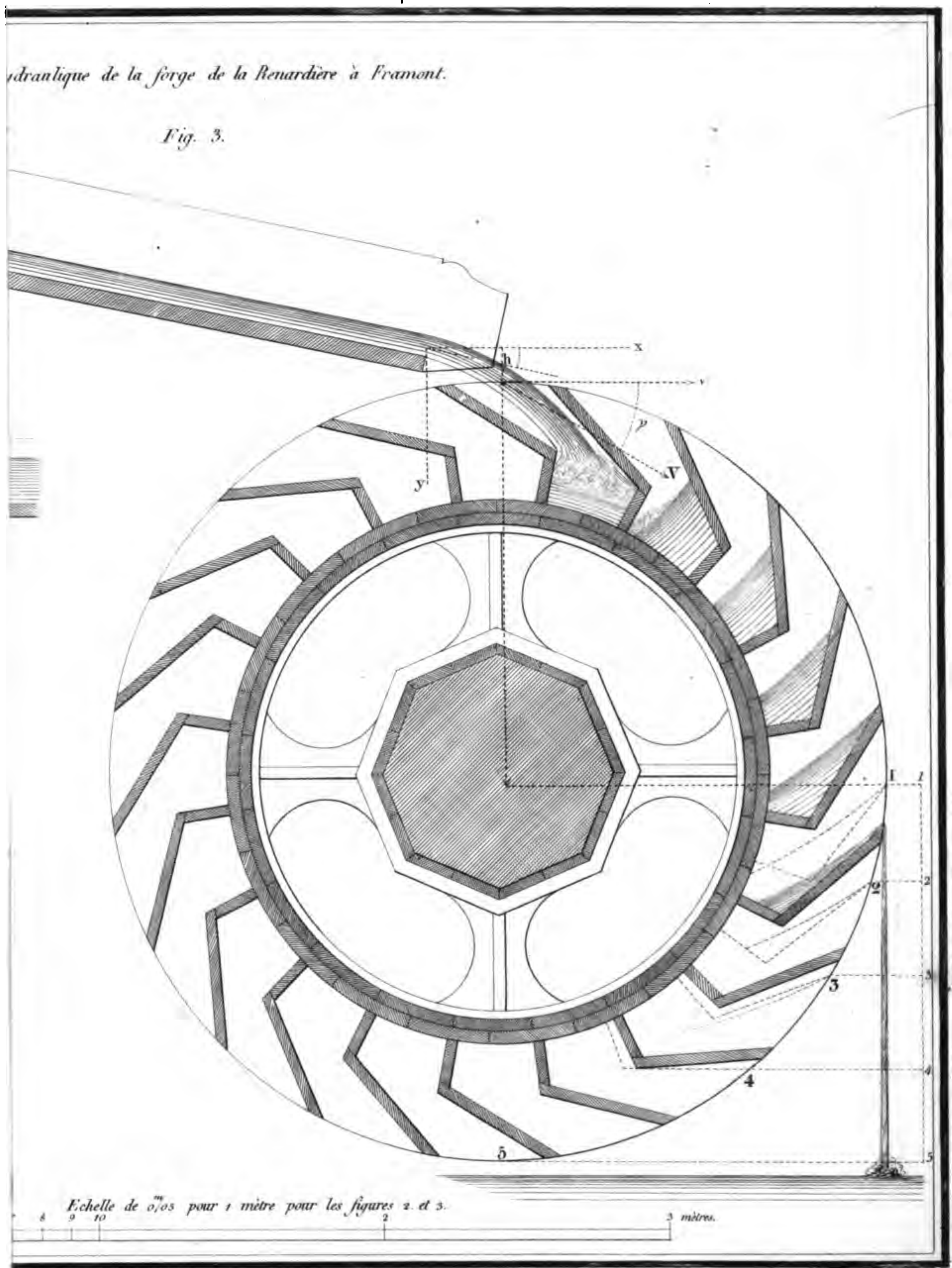

Roue de la manufacture d'armes de Châtellerault Fig. 6.
...onderie de Toulouse.
Fig. 4.
Roue de la sécherie de la poudrerie de Metz.
Fig. 5.
Echelle de 0,015 pour 1 mètre pour les fig.s 3, 4, 5, et 6.
2
10 5 0 1 2 3 4 5 6

S.



Dembour à Metz.

S



Dembour à Metz.

EXPÉRIENCES

SUR

LES ROUES HYDRAULIQUES

A AXE VERTICAL,

APPELÉES

TURBINES,

PAR

ARTHUR MORIN,

Capitaine d'Artillerie, ancien élève de l'école Polytechnique, professeur de machines à l'école d'Application de l'Artillerie et du Génie, membre de l'Académie Royale de Metz.

METZ.

Mme THIEL, LIBRAIRE-ÉDITEUR, RUE DU PALAIS, 2.

PARIS.

L. MATHIAS, LIBRAIRE, QUAI MALAQUAIS, 15.
CARILLAN-GOEURY, QUAI DES AUGUSTINS, 41.
LENEVEU, RUE DES GRANDS-AUGUSTINS, 18.
CHAMEROT, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS, 33.
BACHELIER, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS, 55.
GAUTHIER-LAGUIONIE, PASSAGE DAUPHINE, 36.

1838.

TABLE DES MATIÈRES.

RAPPORT

SUR UN MÉMOIRE DE M. A. MORIN, CAPITAINE D'ARTILLERIE,

contenant

DES EXPÉRIENCES SUR LES TURBINES

DE M. FOURNEYRON.

COMMISSAIRES, MM. DE PRONY, ARAGO, GAMBEY, SAVARY Rapporteur.

Extrait des Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, séance du 2 janvier 1838.

Dans un premier travail auquel l'Académie a donné son approbation, M. Morin a fait connaître, par des mesures nombreuses et précises, ce que peuvent réaliser d'effet utile, pratiquement disponible, les diverses roues hydrauliques ordinairement en usage et qui tournent sur des axes horizontaux.

C'est en quelque sorte le complément de ce premier travail que M. Morin a présenté dans le Mémoire dont nous venons rendre compte aujourd'hui.

Cette fois, les recherches de M. Morin ont eu pour objet ces nouvelles roues hydrauliques, peu multipliées encore, mais sur lesquelles l'attention publique est si vivement fixée depuis quelque temps, les turbines de M. Fourneyron. L'ingénieur à qui l'on doit et la disposition et l'établissement de ces précieux moteurs, celui qui lutte avec persévérance depuis quinze ans pour les per-

fectionner et les répandre, M. Fourneyron lui-même, a prêté à l'auteur de ce Mémoire, pendant toute la durée des expériences, le secours d'une active coopération.

Sous le nom général de turbines, on comprend aujourd'hui des roues qui n'ont guère de commun entre elles, que de tourner les unes et les autres, autour d'un axe vertical. Celles qu'un ingénieur, homme d'invention et de science, M. Burdin, imagina et fit connaître le premier sous ce nom, reçoivent l'eau à la base supérieure d'un cylindre ou tambour vertical et la rejettent à la base opposée. L'eau entre et sort près de la circonférence extérieure, suivant des canaux pliés en hélice à la surface du tambour qui doit avoir une hauteur égale à la moitié de la hauteur entière de la chute d'eau disponible.

Dans les turbines de M. Fourneyron, le tambour n'a jamais qu'une petite épaisseur, quelques décimètres, par exemple. L'eau s'élance obliquement en jets horizontaux de tout le contour d'un cylindre intérieur vertical, pénètre de tous côtés dans les compartimens de la roue qui, en tournant, affleure ce cylindre, suit, en les pressant, des aubes courbes renfermées entre les deux bases horizontales, et s'échappe horizontalement par la tranche verticale du tambour extérieur.

On aura une idée des turbines de M. Fourneyron en concevant que l'on pose à plat une roue ordinaire à palettes courbes, et que l'eau arrivant sur les palettes par le centre, sorte à la circonférence.

Un de nos confrères, M. Poncelet, a proposé, en 1826, une disposition inverse de celle que nous indiquons ici: l'eau devait arriver par la circonférence de la roue et sortir par le centre.

C'est peu encore que d'être guidé par ces indications générales. Les difficultés les plus graves se présentent dans les détails

d'exécution ; l'eau , pour satisfaire aux meilleures conditions d'effet, devrait entrer sans choc et sortir sans vitesse. Comment donner aux jets liquides, lancés dans la roue, la direction la plus avantageuse? Comment faire en sorte qu'après avoir épuisé leur action sur les aubes, ils les abandonnent sans difficulté? Comment, avec des dispositions simples, obtenir des effets peu variables , et toutefois permettre à la roue de prendre au besoin des vitesses très-différentes? Telle est une partie seulement des questions que l'expérience devait résoudre, et que M. Fourneyron a résolues par l'expérience, patiemment et habilement.

Ces questions, d'un si haut intérêt pour la science, ne peuvent être examinées ici. M. Fourneyron a construit des moteurs, mais il n'a rien fait connaître des proportions qu'il leur donne. M. Morin ne pouvait, il le déclare, penser même à le dévancer dans la publication de ces détails. Son unique but était de constater, comme il l'a fait pour les autres roues, des résultats immédiatement utiles à l'industrie. C'est de ces résultats seulement que nous aurons à parler.

Deux turbines récemment établies par M. Fourneyron ont été soumises aux recherches de M. Morin. Toutes deux conduisent des tissages mécaniques, l'une à Moussay, près de Senones dans les Vosges, l'autre à Müllbach, dans le département du Bas-Rhin. Celle-ci marche sous une chute d'eau de 3 mètres environ; celle-là sous la chute très-forte de sept à huit mètres dans sa valeur moyenne.

Les quantités de travail ont été mesurées à l'aide de l'appareil devenu en quelque sorte indispensable à ces recherches, du frein dynamométrique de M. de Prony. Le frein était directement appliqué à l'arbre vertical des turbines, continuellement arrosé,

et la température des surfaces frottantes variait si peu que les oscillations à l'extrémité du levier n'ont jamais dépassé, dans les expériences faites à Müllbach, 4 à 5 centimètres d'amplitude. Il semble, pour le dire en passant, qu'un tel moyen de mesure ne laisse plus rien à désirer.

Les garanties d'exactitude qu'offrent les dispositions prises par M. Morin, et qu'on pouvait attendre d'un ingénieur aussi habile, sont complètement confirmées, par la régularité des séries d'observations. Ces séries, rapportées d'abord sous forme de tableaux et en chiffres, sont ensuite, quant au résultat principal, représentées graphiquement par des courbes. Ce mode de représentation a l'avantage de mettre en évidence, d'une manière plus frappante, le peu de variation qu'éprouve l'effet utile des machines pour des variations de vitesse très-considérables.

Citons quelques nombres. Relativement à la turbine de Moussay, la quantité d'eau dépensée restant la même et d'environ 736 kilogrammes par seconde, la vitesse a pu varier de 140 à 230 tours par minute, sans que le rapport du travail disponible au travail absolu de la chute d'eau se soit écarté de plus de $\frac{1}{17}$ de la valeur maximum observée $\frac{675}{1000}$.

Objectera-t-on qu'ici le volume d'eau dépensée, évalué d'une manière indirecte, laisserait une très-légère incertitude? D'abord cette incertitude pourrait bien être défavorable à la machine; ensuite, et en tous cas, elle n'existe nullement de la même manière pour la turbine de Müllbach.

Relativement à celle-ci, où du reste les expériences sont plus concordantes, les séries plus régulières, pour des variations de vitesse qui s'étendent de 55 à 79 tours par minute, l'effet utile a toujours été compris entre les 78 et les 79 centièmes du travail moteur. Ces différences sont de l'ordre des erreurs dont on ne saurait entièrement se garantir.

Nous devons aller au-devant d'une seconde objection. Si l'on nous demandait pourquoi, en ne citant que quelques nombres, nous choisissons les séries dont les résultats moyens sont les plus élevés, notre réponse serait facile.

L'eau est lancée dans la turbine par des orifices dont un vannage permet de varier la hauteur. De cette hauteur dépend la quantité d'eau consommée par la roue dans un temps donné. Eh bien ! plus cette hauteur d'ouverture augmente, plus la quantité d'eau consommée devient considérable, plus l'effet utile s'accroît et se rapproche du travail moteur. Cela ressort avec évidence de la marche régulière des chiffres. Nous sommes donc fondés à dire qu'aucune des séries ne présente encore les circonstances les plus favorables à la machine, et que si on veut la juger, surtout relativement à d'autres, il faut, autant qu'il est possible, se rapprocher de ces conditions de meilleur effet. Des obstacles matériels, que M. Morin signale, l'ont seuls empêché de pousser jusque-là les expériences. Ajoutons toutefois que même encore pour des levées de vanne et des dépenses d'eau moins considérables et moins avantageuses, l'effet utile diffère long-temps assez peu de celui que nous avons cité.

Si, pour une même dépense d'eau, on fait varier la vitesse des turbines au-delà des limites déjà très-étendues dans lesquelles il convient de se renfermer, on voit à la vérité leur puissance s'affaiblir rapidement. Mais de quel moteur n'en est-il pas ainsi ? Les limites d'effet avantageux sont encore plus resserrées pour les autres roues hydrauliques ; l'action des hommes, celle de la vapeur ont, comme on le sait, relativement à chaque mode d'application, des vitesses convenables dont on ne saurait s'écarter sans diminuer leur produit.

Puisque nous avons abordé cette grave et délicate question de comparer les turbines à d'autres moteurs, il est d'autant plus

naturel de nous y arrêter encore, que le précédent Mémoire de M. Morin, Mémoire dont celui que nous analysons est la suite, nous offre, relativement aux roues hydrauliques le plus communément employées, les élémens de la comparaison déterminés avec le même appareil et par le même ingénieur.

Veut-on connaître le résultat le plus immédiat de cette comparaison ? Ce que nous avons dû regarder comme une limite d'effet inférieure à l'effet le plus avantageux des turbines, c'est déjà, d'après M. Morin, pour la turbine de Müllbach, la plus grande action des roues à augets les mieux établies ; c'est déjà, pour la turbine de Moussay, le plus grand effet de la roue de côté de l'atelier des meules à Baccarat, lorsque cette dernière roue marche dans les conditions les plus favorables.

Une seule roue de côté dans les expériences de M. Morin, celle de la taillerie de cristaux du même établissement, semble donner un résultat de très-peu supérieur. Mais cette supériorité n'est qu'apparente.

Pour le prouver, quelques détails sont nécessaires. Quand on veut évaluer la puissance d'un cours d'eau, dans l'impossibilité d'en jauger directement le volume, on le force ordinairement à passer sur un déversoir. La nappe qui s'incline au-dessus du seuil de cette espèce de barrage, fournit une quantité de liquide dépendant principalement de la hauteur du niveau dans le bief supérieur. Cette quantité dans chaque cas, pourvu que toutes les circonstances soient exactement pareilles, se calcule à l'aide d'une formule empirique, déduite d'expériences directes et toujours très-délicates.

Eh bien ! des expériences récentes de M. Castel, publiées par M. d'Aubuisson, ont conduit à modifier légèrement la formule précédemment admise. Ces expériences n'étaient pas connues lorsque

M. Morin étudiait la roue de la taillerie à Baccarat. Il en résulte que là il estimait d'après l'ancienne formule le volume du cours d'eau, tandis que dans les observations faites sur les turbines, il évalue la dépense par la formule corrigée.

La différence des deux modes d'évaluation est en faveur de la roue de la taillerie; si l'on rectifie l'ancien calcul d'après les données actuelles, on trouve sensiblement, pour les deux roues de côté, le même effet utile, à très-peu près égal à l'effet maximum observé de la turbine de Moussay.

Ce n'est pas tout encore: dans la roue de la taillerie de Baccarat, la tête de la vanne qui forme le seuil du déversoir est arrondie, dans les déversoirs sur lesquels on a mesuré la quantité d'eau employée par les turbines de Moussay et de Müllbach, le seuil se termine en amont par une arête vive. Sur cette arête, la surface inférieure de la nappe liquide se relève et cette circonstance diminue le volume d'eau qui s'écoule. Si l'évaluation de ce volume est juste à Moussay et à Müllbach, elle est trop faible à Baccarat. La différence tourne encore à l'avantage de l'ancienne roue. Des mesures directes pourraient seules lever ces petites incertitudes.

De ces détails trop longs peut-être, nous nous croyons en droit de conclure, qu'en faisant une part convenable aux erreurs des jaugeages, les turbines observées par M. Morin sous de grandes chutes d'eau offrent *au moins* des résultats aussi avantageux que les meilleures roues ordinaires. On remarquera qu'il s'agit de moteurs équivalant à l'action de 40, 60 et 90 chevaux.

Si l'on rapproche ces résultats de ceux qu'une commission d'ingénieurs habiles, MM. Mary, Saint-Léger, Maniel, ont obtenus sur la turbine d'Inval; de ceux que M. Fourneyron lui-même avait publiés antérieurement sur la même roue, on arrive constamment à des conclusions semblables.

Partout et sous des chutes qui ont varié depuis la faible valeur de 3 décimètres (1 pied) jusqu'à 1, 2, 3 et 7 mètres, le travail disponible transmis par les turbines a pu atteindre jusqu'aux 7 ou 8 dixièmes environ du travail moteur.

Voilà pour l'effet utile considéré d'une manière absolue.

Par rapport aux applications, par rapport aux circonstances variables, où un moteur hydraulique peut se trouver placé, les turbines offriront de nouveaux avantages.

Elles sont de toutes les roues hydrauliques celles qui, sous le plus petit volume, utilisent la plus grande quantité d'eau.

L'eau qui les pousse ne pèse presque point sur leur axe.

Les énormes vitesses, les vitesses variables qu'on peut leur laisser prendre sans rien sacrifier de leur action, permettent de supprimer dans beaucoup d'usines ces engrenages, ces axes pesans destinés à transmettre avec accélération, mais aussi avec perte d'effet, le mouvement si peu rapide lorsqu'il est le plus avantageux, des grandes roues à augets.

Une autre propriété des turbines est plus importante encore. M. Morin, comme les ingénieurs qui l'ont précédé, remarque qu'elles fonctionnent aussi bien étant noyées que hors de l'eau; ce serait mieux qu'il faudrait dire, s'il était permis de s'arrêter à de légères différences.

A plus d'un mètre de profondeur sous l'eau, les nappes liquides s'échappent des aubes avec autant de facilité qu'à la surface. L'action ne dépend que de la différence de niveau en amont et en aval: peu importe la hauteur absolue de part et d'autre.

On voit de suite combien cette propriété des nouvelles roues est précieuse: elle permet de profiter, dans tous les temps, de la chute entière du cours d'eau.

Qu'arrive-t-il, au contraire, avec les roues verticales? Si le niveau s'élève dans le bief d'aval, si une portion des aubes est noyée à la partie inférieure, le moteur ne fonctionne plus qu'avec perte et avec peine: veut-on soulever la roue? il faudra encore soulever le coursier. Pour éviter ces complications, il arrive qu'on préfère souvent élever tout le système d'une manière invariable, n'utiliser qu'une partie de la chute, quand elle est forte, pour se trouver à une hauteur convenable, quand elle vient à diminuer.

Ainsi, la comparaison que les turbines soutenaient avec avantage auprès des anciennes roues, considérées dans les circonstances qui leur sont le plus avantageuses, aurait été bien plus favorable encore aux nouveaux moteurs dans le plus grand nombre de cas.

Cette confirmation de la haute valeur des turbines, que viennent d'apporter les belles expériences de M. Morin, cette propriété surtout de ne rien perdre pour être plongées, d'engloutir et d'utiliser sous un volume médiocre de grandes masses d'un puissant cours d'eau, nous autorise à rappeler la proposition que l'un de vos commissaires, M. Arago, a faite il y a déjà long-temps, de substituer ces roues nouvelles aux machines antiques qui fournissent si mesquinement à la consommation d'eau de la ville de Paris. A l'époque où la proposition de M. Arago fut mise en avant, l'expérience n'avait point encore prononcé sur ce qu'on en pouvait attendre. Depuis cette époque, trois séries de mesures sont venues confirmer les prévisions de notre confrère. Elles les ont confirmées pour des circonstances analogues à celles où les turbines devraient fonctionner, noyées à une profondeur variable dans les eaux de la Seine. Aujourd'hui, il ne peut rester aucun doute sur le résultat de leur établissement.

Outre les expériences directes sur l'effet des turbines, le Mémoire de M. Morin contient encore des recherches sur la dépense d'eau qui a lieu par les orifices d'où la veine s'élance sur les

aubes. Mais ces déterminations étant elles-même subordonnées à la détermination de la dépense qui se fait sur le déversoir, peuvent être sujettes encore aux mêmes incertitudes, qui toutefois sont très-légères.

Pour nous résumer, le travail de M. Morin est digne d'éloges sous le rapport du nombre et de l'exactitude des observations, sous le rapport de la difficulté vaincue et de l'utilité pratique : vos commissaires vous proposent d'accorder votre approbation à son Mémoire et d'en ordonner l'impression dans le recueil des *Savans étrangers*.

Ces conclusions sont adoptées.

EXPÉRIENCES

SUR

LES ROUES HYDRAULIQUES A AXE VERTICAL

APPELÉES TURBINES.

1. Parmi les tentatives faites depuis quelques années pour améliorer les moteurs hydrauliques, l'une des plus remarquables par son succès est celle qui est due à M. Fourneyron, ingénieur civil, qui, avec cette constance et cette ténacité, qui conduisent au but, est parvenu à donner aux roues à axe vertical, qu'on nomme turbines, des formes et des proportions qui en font un moteur précieux, sous beaucoup de rapports pour l'industrie.

Depuis long-temps on employait dans les Pyrénées les roues à axe vertical, et les moulins de Toulouse, décrits par Bélidor, offrent un exemple remarquable de leur application immédiate à la mouture des farines. Mais ces roues, où l'eau entre et sort par la circonférence extérieure, après y avoir agi par le choc seulement, n'utilisent, dans les circonstances les plus favorables, que 0,35 du travail dépensé par le moteur. C'est ce que constatent des expériences faites en 1821, par MM. Tardy et Piobert, officiers d'artillerie, et dont plusieurs seront rapportées plus loin. D'autres roues du même genre, établies à Metz, depuis trois siècles

*

environ, et dont quelques-unes existent encore, sont loin de rendre autant que celles de Toulouse, et d'après les observations faites en 1825 par M. Poncelet, sur leur produit en mouture, elles n'utiliseraient que $\frac{1}{15}$ du travail absolu dépensé par le moteur.

M. Navier, dans ses notes sur l'architecture hydraulique de Bélidor, avait donné la théorie de ces roues, ainsi que celle d'une sorte de roue à aubes courbes, recevant l'eau sans choc et la laissant échapper sans vitesse, après qu'elle était descendue d'une certaine hauteur sur la roue, en suivant la surface des aubes, et il avait aussi traité le cas où l'eau entrerait plus près ou plus loin de l'axe qu'elle n'en sortirait. Cette dernière théorie, qui se rapportait alors aux diverses roues à réaction, connues ou proposées, s'applique aussi à la turbine de M. Fourneyron, en égalant à zéro la hauteur que l'eau parcourt sur la roue.

M. Poncelet, dans ses leçons à l'école d'application de l'artillerie et du génie à Metz, avait donné en 1826 la description et la théorie d'une roue à aubes courbes à axe vertical, analogue à sa roue du même genre dont l'axe est horizontal, et qui devait recevoir l'eau sans choc par divers points de sa circonférence extérieure, en la laissant échapper sans vitesse par l'intérieur.

En 1833, M. Burdin, ingénieur des mines, a proposé et fait exécuter un autre genre de roues à axe vertical, décrit dans les annales des mines, troisième série, tome III, et leur a donné le nom de *turbines*, que l'on a, depuis lui, appliqué à toutes les roues à axe vertical, susceptibles de marcher noyées dans l'eau du bief intérieur.

Mais il était réservé à la persévérance de M. Fourneyron, qui depuis 1823 s'occupe de cette question, d'atteindre le degré de perfection auquel il a amené ces roues. Dans un mémoire inséré dans le bulletin de la société d'encouragement, année 1833, cet ingénieur a donné la description de la roue qu'il construit, et pour laquelle il a pris un brevet d'invention.

Le respect pour des droits si justement acquis, par un long et consciencieux travail, nous empêchera de donner sur les formes et proportions des roues que nous avons soumises à l'expérience tous les renseignemens que nous avons été à même de recueillir et dont nous devons une partie à l'ingénieur, et par conséquent nous ne pourrons comparer les résultats de l'expérience à ceux des formules théoriques dans lesquelles ces pro-

portions entrent comme élémens du calcul. Mais ce qu'il importe le plus à l'industrie de connaître, c'est le parti qu'elle peut tirer de ce moteur dans diverses circonstances, et sous ce rapport, les résultats que nous allons faire connaître et ceux que nous espérons observer par la suite, paraîtront sans doute assez complets pour fixer l'opinion d'une manière positive.

EXPÉRIENCES SUR LES ROUES DES MOULINS DE TOULOUSE.

2. Avant de rapporter les résultats des expériences que j'ai faites récemment sur les turbines de M. Fourneyron, il ne sera pas sans intérêt de faire connaître quelques-uns de ceux qui, dès 1821, avaient été observés par MM. Tardy et Piobert sur les différentes espèces de roues des moulins de Toulouse, et parmi lesquels nous choisirons ceux qui sont relatifs aux roues qui ont donné les plus avantageux.

On sait * que l'eau est conduite sur ces roues par une sorte de buse pyramidale appelée *canelle*, et qu'après avoir choqué les palettes concaves de la roue, elle s'échappe par dessous et par le côté. Il était important de calculer avec soin la dépense d'eau faite par ce genre d'orifice sous des charges données, ou le coefficient de la dépense qui leur convenait. C'est aussi ce qui a d'abord occupé ces habiles officiers, et ils sont parvenus à déterminer ce coefficient, en observant avec soin la durée de la vidange des écluses formant réservoir en amont des usines, et ils ont trouvé 0,90 pour sa valeur moyenne dans ce cas. Cela fait, ils ont pu calculer la dépense d'eau de ces canelles pour chaque hauteur du niveau, ainsi que la quantité de travail absolu développée par le moteur.

Quant à l'effet utile, il était mesuré à l'aide d'un appareil analogue au frein dynamométrique, que M. de Prony venait de proposer et d'employer vers la même époque, mais qui leur était alors inconnu.

La formule théorique de l'effet utile de ces roues donnée par M. Navier et par M. Poncelet est

$$Pv = \frac{1000\,Q}{g}(V\sin\alpha - v\sin\beta)\,v\sin\beta,$$

dans laquelle on nomme,

* Architecture hydraulique de Bélidor; édition de M. Navier.

P l'effort transmis par l'eau à la circonférence décrite par le point d'arrivée du filet moyen sur la roue,

Q le volume d'eau dépensé en $1''$,

v la vitesse à la circonférence du point d'arrivée de l'eau,

V la vitesse de l'eau affluente,

α l'angle formé par la vitesse V avec la palette au point d'arrivée,

β l'angle formé par la vitesse v avec la palette au même point,

$g = 9^m,8088$.

Il suit de cette formule que le maximum d'effet doit correspondre à la relation

$$v = \frac{V}{2 \sin \beta}.$$

Dans les roues des moulins de Toulouse on fait ordinairement

$$\alpha = 90^\circ, \quad \beta = 70^\circ, \quad \text{ou} \quad \sin \alpha = 1, \quad \sin \beta = 0,94.$$

Pour celle du Moulin-Neuf, sur laquelle ont été faites les expériences que nous allons rapporter, le point d'arrivée du filet moyen était à une distance de $0^m,53$ de l'axe de la roue.

D'après ces élémens, il a été facile de former le tableau suivant, qui contient les résultats de ces expériences.

EXPÉRIENCES sur l'une des roues du Moulin-Neuf à Toulouse.

Nos des expériences.	POIDS de l'eau dépensée en 1''. 1000Q.	CHUTE totale.	TRAVAIL absolu du moteur en 1''.	VITESSE d'arrivée de l'eau sur la roue. V	VITESSE du point d'arrivée de l'eau sur la roue. v	RAPPORT des vitesses. $\frac{v}{V}$.	EFFET utile théorique.	EFFET utile mesuré par le frein ou travail disponible.	RAPPORT du travail disponible à l'effet théorique.	RAPPORT du travail disponible au travail absolu du moteur.
	kil	m	km	m	m		km	km		
1	341,1	4,39	1351	9,08	6,33	0,70	647	214	0,300	0,153
2	338,8	4,32	1318	9,00	6,76	0,75	581	211	0,370	0,162
3	302,8	4,26	1290	8,94	6,09	0,68	567	402	0,700	0,312
4	301,4	4,23	1275	8,91	5,76	0,65	581	408	0,700	0,320
5	299,0	4,17	1248	8,84	5,66	0,65	539	421	0,770	0,330
6	295,0	4,07	1201	8,73	5,76	0,62	539	352	0,650	0,293
7	294,0	4,04	1187	8,69	4,76	0,54	566	479	0,840	0,403
8	291,0	3,96	1151	8,60	4,99	0,58	543	451	0,830	0,392
								Moyennes.	0,750	0,342

3. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* L'examen de ce tableau montre que pour des valeurs de la vitesse v du point d'introduction de l'eau sur la roue, comprises entre 0,54 et 0,68 de celle V de l'eau affluente, le rapport de l'effet utile mesuré par le frein à l'effet théorique est moyennement égal à 0,75 et que, par conséquent, cet effet utile sera représenté, à moins de $\frac{1}{8}$ près, par la formule

$$Pv = \frac{750\,Q}{g}(V\sin\alpha - v\sin\beta)\,v\sin\beta.$$

Quant au rapport du travail disponible, mesuré par le frein, au travail absolu dépensé par le moteur entre les mêmes limites, il a pour valeur moyenne

$$0{,}342\,;$$

ce qui montre que ces roues rendent à peu près autant que les roues à palettes planes et à axe horizontal bien construites, qui reçoivent l'eau par la partie inférieure.

La relation

$$v = \frac{V}{2\sin\beta},$$

qui correspond au maximum d'effet, donne, dans le cas actuel, où $\sin\beta = 0{,}94$,

$$v = 0{,}55\,V,$$

et l'expérience montre que le maximum d'effet correspond aux valeurs

$$v = 0{,}54\,V \quad \text{et} \quad v = 0{,}58\,V;$$

ce qui s'accorde avec le résultat de la théorie.

Les expériences de MM. Tardy et Piobert, mettent donc à même de déterminer l'effet utile d'une roue à palettes creuses et à axe vertical, sur laquelle l'eau agit par le choc, entre les limites ordinaires de vitesses, et montre que les meilleures de ces roues ne rendent pas plus de 0,35 à 0,40 du travail dépensé par le moteur.

EXPÉRIENCES SUR LES TURBINES DE M. FOURNEYRON.

4. *Description générale des turbines.* Sans entrer dans des détails de construction, il nous semble indispensable de faire précéder les résultats d'expériences d'une description sommaire des machines auxquelles elles

se rapportent, et nous choisirons pour exemple la turbine établie aux forges de Fraisans, en renvoyant d'ailleurs pour de plus grands développemens aux mémoires que l'inventeur a présentés à la société d'encouragement pour l'industrie nationale, et qui sont insérés dans le bulletin de cette société pour l'année 1834.

Les deux parties essentielles des turbines de M. Fourneyron, sont la roue ou couronne à aubes courbes et le vannage.

La roue *aa* (Pl. I, Fig. 1, 2 et 3) est formée par une couronne annulaire supérieure en tôle forte, et par une couronne inférieure coulée d'une seule pièce avec une base concave qu'on nomme la *calotte cc;* ces deux couronnes concentriques à l'axe de rotation, sont placées horizontalement et réunies par des aubes courbes *dd*, disposées verticalement et en tôle forte. La calotte est assemblée sur l'arbre de rotation avec lequel elle est solidaire et qu'elle entraîne dans son mouvement de rotation.

Le vannage se compose du fond ou plateau fixe *ee*, assemblé sur un tuyau creux en fonte, que traverse l'arbre de la roue, et qui est soutenu dans sa partie supérieure par des pièecs de charpente ou par des supports en maçonnerie. Sur ce plateau s'élèvent verticalement des courbes directrices *ff* destinées, comme nous le dirons tout à l'heure, à donner à l'eau la direction convenable à sa sortie de l'orifice d'écoulement.

Un cylindre creux en fonte *gg*, dont les arêtes sont parallèles à l'axe de rotation, s'interpose entre la roue et les courbes directrices, et forme la vanne proprement dite. Ce cylindre se meut concentriquement à un autre *ii* qui est fixe et contre lequel il frotte par son bord supérieur, garni d'une rondelle de cuir, ce qui interdit tout passage à l'eau quand il est abaissé sur le plateau fixe *ee*.

Lorsqu'au contraire on élève le cylindre mobile *gg*, l'eau s'écoule entre son bord inférieur et le plateau *ee* et peut alors pénétrer dans la roue.

Les courbes directrices *ff* sont disposées de manière que l'eau entre sans choquer sensiblement les aubes de la roue, et le liquide prenant sur celle-ci un mouvement relatif, dirigé en sens contraire du mouvement de transport général de la roue, il résulte des proportions adoptées et des rapports établis entre les vitesses que l'eau entre à peu près sans choc et sort avec une vitesse absolue très-faible, ce qui satisfait, comme on sait, aux conditions générales du maximum d'effet des moteurs hydrauliques.

Des coussinets en bois *kk* fixés à la vanne et qui glissent entre le

courbes directrices, diminuent, par la forme arrondie de leur partie inférieure, les effets de la contraction, qui se trouve ainsi à peu près supprimée ou au moins très-diminuée sur les quatre côtés de l'orifice.

Le mouvement est transmis au vannage par trois tiges *ll*, taraudées à leur partie supérieure et autour desquelles tournent trois pignons de même diamètre, faisant fonction d'écrous fixes et qui reçoivent le mouvement par une même roue concentrique au tuyau vertical que traverse l'arbre. Cette disposition ingénieuse assure le parallélisme du mouvement du vannage.

L'arbre dépasse le tuyau creux et reçoit à sa partie supérieure une roue d'engrenage, qui transmet le mouvement dans l'intérieur de l'usine.

A sa partie inférieure, cet arbre repose, par une crapaudine renversée, sur un pivot que l'on peut élever au besoin, à l'aide d'un levier, et qui, par un dispositif heureux, est continuellement alimentée d'huile, quoiqu'elle soit plongée dans l'eau. La légèreté ordinaire de ces roues, la présence constante de l'huile, qui lubrifie les surfaces frottantes et le voisinage de l'eau, qui les empêche de s'échauffer, éloignent toute crainte de voir le pivot s'user et l'expérience de plusieurs années prouve la bonté des dispositions adoptées.

Les turbines rendant un effet utile aussi grand, par rapport à la dépense, quand elles sont noyées que quand elles ne le sont pas, comme on le verra plus loin, M. Fourneyron est dans l'usage de les placer de façon que la couronne supérieure se trouve au niveau des plus basses eaux de l'été. Il en résulte qu'en tous temps on utilise la totalité de la chute, ce qui est surtout avantageux dans la saison où l'on manque d'eau.

Cette courte description suffisant pour l'intelligence du jeu de la roue, nous allons passer à l'exposition des résultats d'expériences qui font l'objet de ce mémoire.

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DU TISSAGE DE MOUSSAY, PRÈS SENONES (DÉPARTEMENT DES VOSGES).

5. *Description sommaire.* Il a été établi en 1836, au village de Moussay, près de Senones, dans le département des Vosges, un tissage mécanique appartenant à MM. Ed. Laurent et compagnie, et qui a été mis en activité au printemps de 1837. Mon service m'ayant conduit à cette époque dans ces usines, j'en profitai pour demander aux propriétaires de

cet établissement la permission de faire sur ce moteur des expériences qui missent à même d'en apprécier l'effet. Ma proposition fut accueillie avec empressement par ces industriels éclairés, et ils eurent l'obligeance de faire toutes les dispositions nécessaires pour monter le frein que je leur envoyai. Leur usine et leurs ouvriers furent libéralement mis à notre disposition. M. Fourneyron se rendit de son côté à l'invitation qui lui fut faite d'assister aux expériences, et c'est avec sa coopération qu'elles ont été exécutées. Des industriels et des ingénieurs du voisinage s'empressèrent de venir être témoins et de nous prêter leur concours pour les observations, qui purent ainsi être faites et contrôlées par plusieurs personnes.

Le moteur de l'usine est une turbine de 0^{m},85 de diamètre extérieur, dont l'arbre vertical transmet directement le mouvement à l'arbre de couche du tissage, au moyen d'un seul engrenage conique.

L'eau arrive à l'usine par un canal de trois mètres environ de largeur, d'une forme régulière, qui la conduit dans un réservoir prismatique de cinq mètres de largeur, dans lequel débouche un large tuyau vertical communiquant par un tuyau horizontal très-court avec le cylindre qui contient le vannage de la turbine. Ce cylindre, dans lequel se meut la vanne, est fermé à sa partie supérieure et traversé par l'arbre vertical, dont l'extrémité se trouve à la hauteur convenable pour que l'arbre de couche de l'atelier passe un peu au-dessous du plafond du rez-de-chaussée. De la sorte, quoique la chute totale soit de 8^{m},04 environ, la transmission du mouvement se fait de suite à la hauteur convenable, sans aucune sujétion.

6. *Dispositions adoptées pour les expériences.* Le frein composé d'un collier en fonte de 0^{m},80 de diamètre, tourné à sa circonférence extérieure, a été placé sur l'arbre même de la turbine et le levier disposé horizontalement était soutenu à son extrémité par une corde de 6 à 7 mètres de longueur attachée à la charpente, afin qu'il ne s'abaissât pas par son propre poids. Sur une poulie de renvoi, placée dans une direction perpendiculaire à celle que ce levier devait conserver, lorsqu'il était en équilibre, passait une courroie à laquelle était suspendue la caisse qui contenait la charge du frein. Pour s'assurer que le levier et cette courroie conserveraient pendant les expériences cette direction perpendiculaire, on suspendit à un point fixe un fil à plomb au-dessous duquel la ligne

milieu du levier devait être constamment maintenue. La perpendiculaire abaissée de l'axe de la roue sur la direction de la courroie, ou le bras de levier de la charge, avait $2^m,505$ de longueur.

Pour assurer la régularité du frottement, on arrosait continuellement d'eau le coussinet du frein, de manière à maintenir les surfaces dans le même état d'humidité. Par suite de cette précaution, le levier restait presque constamment au-dessous de la verticale du fil à plomb, sans que ses oscillations dépassassent l'étendue de $0^m,04$ à $0^m,05$ et sans qu'aucun accout ait occasionné des chocs violens, comme cela arrive ordinairement, quand l'état d'humidité ou d'onctuosité des surfaces varie. Il est aussi résulté de cet arrosage continuel que l'on n'a pas employé de graisse pour ces expériences et que la température des surfaces en contact ne s'est pas élevée, même aux plus grandes vitesses, au-delà des limites tolérables, et que, pour les refroidir, il a suffi de continuer à les arroser pendant les interruptions occasionnées par le passage d'une série d'expériences à une autre.

7. *Jaugeage du volume d'eau dépensé.* Il était indispensable de donner le plus de précision possible aux moyens employés pour jauger la dépense d'eau faite par les orifices de la turbine, et il eût été gênant et difficile d'établir un barrage dans le canal de fuite, qui est voûté et placé à une assez grande profondeur, mais le canal d'arrivée offrant pour cela toute facilité, on éleva, à son extrémité la plus rapprochée de l'usine, un barrage en déversoir de $2^m,682$ de largeur, dont les bords verticaux, éloignés de $0^m,25$ de ceux du canal, étaient à vive arête, ainsi que le seuil, qui se trouvait à $0^m,60$ au moins du fond du canal. L'eau n'arrivait ainsi dans le réservoir ou la *huche* qui précède la roue, qu'après avoir passé sur ce déversoir dont le seuil n'était jamais noyé pendant les expériences. Cette disposition faisait perdre une portion de la chûte, et l'a réduite, pour les expériences, à $7^m,50$ environ, ce qui n'avait pas d'inconvéniens pour les expériences en général; mais, pour pouvoir en faire quelques-unes sous la charge totale dont l'usine peut disposer, on supprima plus tard ce barrage et alors on calcula la dépense d'eau à l'aide des observations faites pendant les premières séries, en procédant de la manière suivante.

8. *Calcul du volume d'eau dépensé à l'aide des dimensions des orifices.* La somme des plus courtes distances entre le bord d'une courbe

directrice et le revers de la courbe voisine étant de $0^m,689$ et la levée de la vanne étant connue pour chaque expérience on en déduisait facilement la somme des aires de tous les orifices par lesquels l'eau s'échappe et par suite la dépense théorique, puisque la charge qui produisait l'écoulement était aussi connue. En comparant cette dépense théorique à la dépense calculée, d'après les données d'observations recueillies au déversoir, on en a déduit quel était, pour chaque levée de la vanne de la turbine, le coefficient de la dépense convenable à ces orifices.

Pour calculer la dépense d'eau faite par le déversoir, on a employé la formule

$$Q = 0,405\,LH\sqrt{2gH},$$

qui correspond à cette autre formule

$$Q = 1,79\,LH^{\frac{3}{2}}.$$

Ce qui nous a déterminé à adopter cette formule, c'est que les bords de ce déversoir étaient éloignés de $0^m,25$ au moins de ceux du canal, que la contraction avait à peu près lieu sur trois côtés de l'orifice, et que d'une autre part la garniture du vannage laissait échapper un peu d'eau qui n'agissait pas sur la turbine. Il nous semble, en conséquence, qu'en adoptant pour le déversoir le coefficient 0,405, nous avons estimé la dépense plutôt au-dessus qu'au-dessous de sa valeur réelle.

Le tableau suivant contient les résultats de la comparaison des dépenses théoriques calculées d'après les dimensions des orifices de la turbine et de la dépense effective calculée par la formule ci-dessus.

COMPARAISON de la dépense effective et de la dépense théorique faite par les orifices de la turbine.

NUMÉROS des expériences.	SOMMES des aires des orifices.	CHARGE D'EAU ou différence de hauteur des niveaux d'amont et d'aval.	DÉPENSE D'EAU en 1"		RAPPORT de la dépense effective à la dépense théorique ou coefficiens de la dépense.	OBSERVATIONS.
			théorique	effective.		
	mq	m	mc	mc		
1	0,0344	7,091	0,405	0,362	0,892	
2	0,0337	7,056	0,396	0,362	0,914	
3	0,0320	7,160	0,379	0,362	0,954	
4	0,0344	7 255	0,411	0,372	0,904	
5	0,0344	7,229	0,408	0,364	0,890	
6	0,0344	7,131	0,407	0,363	0,892	
7	0,0344	6,927	0,402	0,349	0,869	
8	0,0324	7,127	0,383	0,373	0,975	
9	0,0330	7,313	0,395	0,349	0,884	
10	0,0330	7,239	0,393	0,360	0,915	
11	0,0330	7,294	0,394	0,351	0,890	
12	0,0330	7,134	0,390	0,351	0,900	
13	0,0330	7,034	0,388	0,345	0,889	
14	0,0330	6,854	0,382	0,348	0,910	
15	0,0324	7,395	0,390	0,378	0,970	
16	0,0351	7,375	0,422	0,389	0,915	
17	0,0351	7,087	0,413	0,375	0,909	
18	0,0344	6,911	0,401	0,366	0,910	
				Moyenne.	0,910	
19	0,0517	7,278	0,617	0,523	0,848	
20	0,0495	7,333	0,593	0,534	0,889	
21	0,0544	7,105	0,640	0,540	0,842	
22	0,0503	7,285	0,602	0,540	0,896	
23	0,0503	7,150	0,596	0,515	0,864	
24	0,0489	6,951	0,570	0,523	0,918	
25	0,0489	6,986	0,571	0,520	0,910	
26	0,0489	7,017	0,573	0,522	0,909	
27	0,0489	7,019	0,574	0,512	0,891	
28	0,0489	7,002	0,573	0,458	0,799	
29	0,0489	6,994	0,572	0,512	0,894	
30	0,0489	7,046	0,575	0,515	0,895	
				Moyenne.	0,880	

9. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* On voit par ce tableau que le coefficient de la dépense qui, pour la levée de vanne de 0m,050, est moyennement égal à 0,910, s'abaisse à 0,88 quand elle devient égale à 0m,071 ou 0m,073. Cette diminution est une suite de la disposition des orifices de sortie, pour lesquels il n'y a de contraction ni sur le fond ni sur les côtés verticaux, et dont le côté supérieur est garni d'un coussinet en bois arrondi à ses angles intérieurs, et qui dirige convenablement la veine fluide avant qu'elle n'atteigne l'orifice. Pour les faibles levées de vanne bien inférieures à la largeur de ce coussinet, les filets sortent horizontalement et n'éprouvent sur les côtés d'autre contraction que celle qui peut provenir de la convergence des courbes directrices; ce qui met l'orifice dans des circonstances tout à fait analogues à celles des buses coniques ou pyramidales et explique comment le coefficient de la dépense peut s'élever à 0,91.

A mesure que la vanne s'élève davantage, le coussinet n'ayant plus autant d'influence sur la direction des filets fluides, la contraction sur le côté supérieur de l'orifice n'est pas aussi complètement annulée, le coefficient de la dépense doit diminuer, et cette diminution doit augmenter avec la levée de la vanne, jusqu'à ce que cette levée soit égale à la hauteur de la turbine.

On verra plus loin, par les observations faites sur la turbine du Müllbach, que cette induction est complètement vérifiée.

Ces observations, qui rendent, à ce qu'il nous semble, bien compte des variations du coefficient de la dépense convenable à ces orifices, nous ont permis de calculer par interpolation la valeur du coefficient de la dépense convenable aux cas où la levée de la vanne était de 0m,086 et de 0m,107, pour lesquels nous n'avons opéré qu'en supprimant le déversoir de jauge. A cet effet nous avons admis que dans une étendue aussi limitée que celle de nos expériences, le décroissement du coefficient était proportionnel à la différence des levées de vanne, ce qui ne peut évidemment conduire à aucune erreur notable. C'est d'après cette base que nous avons adopté, pour le coefficient de la dépense correspondant à la levée de vanne de 0m,086, la valeur 0,86, et pour la levée de vanne de 0m,107, la valeur 0,83.

10. *Observation des données des expériences.* La grande vitesse de la roue empêchant de compter à la vue les tours qu'elle faisait, on a disposé

près d'une clef de calage une lame de ressort qu'elle venait choquer à chaque tour, et deux observateurs guidés par le bruit comptaient en même temps et à plusieurs reprises le nombre de tours faits en 1'.

La chute totale a été mesurée pour chaque expérience par l'observation simultanée de deux flotteurs placés l'un en amont dans la huche, et l'autre en aval dans le bassin inférieur. Ces flotteurs gradués et repérés à des points fixes, avaient été placés dans de petites caisses et dans des lieux convenables pour mettre leurs indications à l'abri de l'influence des ondulations du niveau. Le flotteur d'aval servait aussi à déterminer la hauteur dont la couronne inférieure de la turbine était noyée.

Toutes ces dispositions étant prises, on a procédé à l'exécution des expériences dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Expériences faites en mai 1837 sur la turbine du tis

Nos des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE d'eau sur le seuil du déversoir de 2m,682 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE totale.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1".	TRAVAIL ABSOLU du moteur en chevaux de 75 k.m.	CHARGE du frein.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	VITE que le de susp de la ch tend prendre
	m	m	kil	m	k.m	ch	kil		m
1	0,0500	0,179	362	7,091	2567	34,25	7,50	255	66,
2	0,0490	0,179	362	7,056	2554	34,18	10,50	240	62,
3	0,0465	0,179	362	7,160	2592	34,52	12,50	222	58,
4	0,0500	0,184	372	7,255	2697	35,96	12,50	243	63,6
5	0,0500	0,1815	364	7,229	2624	35,00	15,50	228	59,7
6	0,0500	0,181	363	7,131	2588	34,51	17,50	221	57,9
7	0,0500	0,1755	349	6,927	2419	32,26	20,50	210	55,0
8	0,0470	0,185	373	7,127	2659	35,46	22,50	190	49,7
9	0,0480	0,1755	349	7,313	2551	34,02	25,50	190	49,7
10	0,0480	0,179	360	7,239	2606	34,75	27,50	178	46,4
11	0,0480	0,176	351	7,294	2553	34,04	30,50	168	44,2
12	0,0480	0,176	351	7,134	2504	33,39	32,50	163	42,71
13	0,0480	0,174	345	7,034	2427	32,36	35,50	153	40,09
14	0,0480	0,175	348	6,854	2384	31,78	37,50	152	39,82
15	0,0470	0,187	378	7,395	2795	37,27	40,50	146	38,25
16	0,0510	0,188	387	7,375	2854	38,05	42,50	152	39,82
17	0,0510	0,184	375	7,087	2657	35,43	47,50	135	35,37
18	0,0500	0,181	366	6,911	2529	34,05	52,50	108	29,30
19	0,075	0,230	523	7,278	3807	50,76	32,50	240	62,8
20	0,072	0,233	534	7,333	3914	52,20	37,50	228	59,7
21	0,079	0,235	540	7,105	3837	51,16	42,50	227	59,4
22	0,073	0,235	540	7,285	3934	52,45	47,50	207	54,2
23	0,073	0,227	515	7,150	3682	49,06	52,50	173	45,3
24	0,071	0,226	523	6,951	3635	48,46	57,50	150	39,
25	0,071	0,228	520	6,986	3633	48,44	62,50	138	36,
26	0,071	0,225	522	7,017	3663	48,84	67,50	120	31,
27	0,071	0,224	512	7,019	3594	47,92	72,50	106	27,7
28	0,071	0,222	502	7,002	3515	47,00	77,50	98	25,6
29	0,071	0,224	512	6,994	3579	47,72	82,50	84	22,
30	0,071	0,227	515	7,046	3629	48,38	87,50	76	19

mécanique de Moussay, près Senones (département des Vosges).

EFFET UTILE mesuré par le frein ou quantité de travail disponible — en kilogrammes élevés à 1m en 1''.	EFFET UTILE — en chevaux de 75 k.m.	RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
k.m	ch		m	
501	6,68	0,195	0,307	
659	8,78	0,258	0,302	
726	9,68	0,280	0,303	
795	10,60	0,295	0,303	
925	12,33	0,352	0,301	
1013	13,51	0,353	0,301	
1128	15,02	0,466	0,301	
1120	14,93	0,420	0,296	
1267	16,89	0,497	0,295	
1281	17,08	0,496	0,296	
1342	17,89	0,525	0,294	
1387	18,49	0,553	0,294	
1423	18,97	0,586	0,294	
1492	19,89	0,626	0,294	
1547	20,62	0,553	0,293	
1691	22,54	0,593	0,293	
1667	22,22	0,627	0,293	
1485	19,80	0,587	0,287	
2044	27,25	0,5[illegible]7	0,395	
2238	29,84	0,572	0,360	
2528	33,70	0,659	0,353	
2574	34,32	0,654	0,350	
2378	31,70	0,643	0,348	
2260	30,12	0,622	0,342	
2257	30,08	0,621	0,342	
2119	28,25	0,578	0,341	
2015	26,86	0,561	0,341	
1984	26,45	0,563	0,341	
1816	24,20	0,506	0,343	
1742	23,20	0,480	0,342	

Suite des *Expériences faites en mai 1837 sur la turbine du tissage*

Nos des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE d'eau sur le seuil du déversoir de 2m,682 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE totale.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1".	TRAVAIL ABSOLU du moteur en chevaux de 75 k.m.	CHARGE du frein.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en 1".
	m	m	kil	m	k.m	ch	kil		m
31	0,071	»	525	7,522	3948	52,64	42,50	222	58,16
32	0,071	»	527	7,562	3984	53,12	52,50	201	52,66
33	0,071	»	527	7,563	3985	53,13	62,50	158	41,40
34	0,071	»	527	7,554	3979	53,05	72,50	130	34,02
35	0,071	»	519	7,554	3920	52,30	82,50	102	26,72
36	0,071	»	527	7,556	3979	53,05	92,50	80	20,96
37	0,086	»	616	7,421	4571	60,94	42,50	250	65,50
38	0,086	»	618	7,476	4622	61,63	52,50	220	57,64
39	0,086	»	620	7,484	4638	61,80	62,50	184	48,21
40	0,086	»	620	7,498	4649	61,99	72,50	155	40,61
41	0,086	»	620	7,503	4657	62,09	82,50	128	33,14
42	0,086	»	620	7,511	4664	62,19	92,50	108	28,30
43	0,107	»	729	6,779	4943	65,90	42,50	250	65,50
44	0,107	»	730	6,858	5008	66,77	52,50	240	62,88
45	0,107	»	732	6,911	5058	67,44	62,50	208	54,50
46	0,107	»	736	6,952	5115	64,87	72,50	169	44,29
47	0,107	»	736	6,950	5115	64,87	82,50	144	37,73
48	0,107	»	738	6,965	5137	68,49	92,50	122	31,96

mécanique de Moussay, près Senones (département des Vosges).

EFFET UTILE mesuré par le frein ou quantité de travail disponible		RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
en kilogrammes élevés à 1m en 1''.	en chevaux de 75 k.m.			
k.m 2472	ch 32,95	0,626	m 0,256	Dans cette série d'expériences et dans les suivantes, on a supprimé le déversoir pour pouvoir disposer de la totalité de la chute ordinaire.
2765	36,86	0,696	0,256	
2587	34,49	0,651	0,255	
2466	32,88	0,623	0,264	
2204	29,39	0,561	0,264	
1939	25,85	0,486	0,282	
2784	37,11	0,609	0,352	Pour calculer le volume d'eau écoulé en 1'' on a pris pour coefficient de la dépense relative aux orifices de la turbine 0,86.
3024	40,32	0,655	0,342	
3013	40,16	0,650	0,334	
2944	39,25	0,634	0,320	
2734	36,45	0,586	0,305	
2617	34,89	0,562	0,287	
2784	37,11	0,562	0,974	Pour calculer le volume d'eau écoulé en 1'' on a pris pour coefficient de la dépense relative aux orifices de la turbine 0,83. On a augmenté la hauteur dont la turbine était noyée, au moyen d'un barrage placé dans le canal de fuite.
3302	44,03	0,657	0,930	
3406	45,41	0,675	0,887	
3212	42,82	0,662	0,856	
3110	41,87	0,640	0,848	
2957	39,40	0,560	0,836	

11. ***Discussion et représentation graphique des résultats contenus dans ce tableau.*** Pour examiner et discuter les résultats contenus dans ce tableau, on a construit des courbes (Pl. II) dont les abscisses sont les nombres de tours faits par la roue en 1′ et dont les ordonnées représentent les rapports de l'effet utile mesuré par le frein, ou du travail disponible, au travail absolu du moteur.

En faisant passer parmi tous les points ainsi déterminés, pour chaque série, des courbes, tracées de manière à représenter le mieux possible l'ensemble des résultats, on a obtenu une loi graphique continue de ces résultats dégagée des anomalies accidentelles de l'observation. C'est d'après l'examen de ces courbes que nous allons discuter les conséquences de ces expériences.

La courbe (Fig. 1, Pl. II), relative à la série où la levée de la vanne de la turbine était moyennement de $0^m,050$, montre que le maximum d'effet correspond à une vitesse de 135 tours en 1′, et qu'alors le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur était égal à 0,61 environ, quoique le calcul immédiat de l'expérience correspondante ait donné 0,625. Mais on voit que, depuis la vitesse de 100 tours jusqu'à celle de 170 tours en 1′, ce rapport a toujours été compris entre 0,565 et 0,610, de sorte qu'entre ces limites étendues, il n'a varié que de $\frac{1}{13}$ de sa valeur moyenne 0,587.

La courbe (Fig. 2), relative à la série d'expériences, où la levée de la vanne de la turbine était de $0^m,071$, montre que le maximum d'effet correspond à la vitesse de 190 tours en 1′ et qu'alors le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur était égal à 0,680, quoique le calcul immédiat de l'expérience ait donné 0,696. On voit aussi que, depuis la vitesse de 130 tours jusqu'à celle de 230 tours en 1′, ce rapport a toujours été compris entre 0,625 et 0,680; de sorte qu'entre ces limites étendues il n'a varié que de $\frac{1}{12}$ environ de sa valeur moyenne 0,652.

La courbe (Fig. 3), relative aux séries où la levée de la vanne de la turbine, a été de $0^m,086$ et de $0^m,107$, qu'on a réunies pour obtenir un tracé plus exact, mais dont on a distingué les points par des signes particuliers, montre que le maximum d'effet correspond à la vitesse de 180 à 190 tours en 1′, et qu'alors le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur était égal à 0,690. On voit aussi que, depuis la vitesse de 140 tours en 1′ jusqu'à celle de 230 tours en 1′, ce rapport a toujours été

compris entre 0,650 et 0,690; de sorte qu'entre ces limites étendues, il n'a varié que de $\frac{1}{17}$ de sa valeur moyenne 0,675.

Il suit évidemment de cette discussion que cette roue jouit de la propriété fort remarquable et avantageuse de marcher à des vitesses extrêmement différentes, sans que son effet utile varie notablement. Or il est important de faire ressortir tout ce que cette faculté a de précieux, surtout pour ce moteur qui est propre à fonctionner sous l'eau.

12. *Observation sur l'avantage que présente cette roue de pouvoir marcher à des vitesses très-différentes.* Dans beaucoup de fabrications la vitesse de l'outil, et par conséquent celle du récepteur, doit varier avec le degré d'avancement du travail, et comme il importe toujours de réaliser le maximum d'effet relatif à chaque cas, l'avantage signalé est évident pour ces usines. Mais il n'est pas moins grand pour celles où la vitesse doit rester constante, quoique la hauteur de la chute disponible puisse varier notablement, soit par l'abaissement du niveau supérieur, soit par l'exhaussement du niveau inférieur; car la vitesse de la roue correspondante au maximum d'effet dépendant de la hauteur totale de cette chute, il s'ensuivrait que pour obtenir ce maximum, il faudrait à la rigueur, faire varier la vitesse de la roue avec la chute, ce que, par hypothèse, la nature de la fabrication ne permet pas. Tandis que, par la propriété qu'ont les turbines de pouvoir marcher à des vitesses très-différentes de celle qui correspond au maximum d'effet, sans que l'effet utile s'éloigne notablement de cette limite, on voit que l'on pourra toujours conserver aux outils la vitesse convenable au travail, sans perdre une partie considérable du travail moteur. On verra par les expériences que nous rapportons plus loin que cette constance de l'effet utile a lieu pour des chutes très-différentes de celle de Moussay.

13. *Remarque relative aux expériences dans lesquelles la turbine a été noyée.* On observera aussi que dans les expériences consignées au tableau précédent, le niveau des eaux d'aval s'est élevé, pour les premières séries à $0^{m},300$ au-dessus de la couronne inférieure de la turbine, et pour la dernière série, à près d'un mètre, et que cependant l'effet utile observé dans cette dernière série n'en a pas moins été encore plus grand que dans les précédentes. Ce résultat confirme ceux qui ont été observés sur la turbine d'Inval, et montre de nouveau que ces roues peuvent marcher noyées, sans que leur effet utile soit notablement diminué par la résistance du liquide qui les entoure.

14. *Observation sur l'accroissement de l'effet utile à mesure que la levée de vanne augmente.* Nous ferons observer que l'effet utile est notablement plus grand pour les levées de vanne qui se rapprochent de la hauteur de la turbine, que pour les plus petites; mais comme cet effet s'est manifesté d'une manière plus sensible aux expériences faites à Müllbach, nous nous réservons d'en rechercher l'explication à leur sujet. Cependant on remarquera qu'à la levée de vanne de $0^m,050$, moitié à peu près de la hauteur de la turbine, l'effet utile est environ 0,61 du travail absolu du moteur et se rapproche beaucoup de la valeur 0,69 qu'il atteint à la levée de $0^m,107$.

15. *Résumé des conséquences tirées de ces expériences.* En résumé on voit :

1° Que la roue du tissage mécanique de Moussay, qui n'a que $0^m,85$ environ de diamètre extérieur, et $0^m,11$ de hauteur de couronne peut, sous la chute de $7^m,50$, débiter un volume d'eau de $0^{mc},738$ et plus, et qu'elle transmet alors un effet utile net, ou un travail disponible, de plus de 45 chevaux de 75 kilogrammes élevés à 1 mètre en 1″;

2° Qu'à la vitesse 180 à 190 tours en 1′ elle rend en travail disponible 0,69 du travail absolu dépensé par le moteur;

3° Que la vitesse de la roue peut varier dans des limites très-étendues, sans que l'effet utile s'éloigne de plus de $\frac{1}{12}$ à $\frac{1}{15}$ de sa valeur maximum;

4° Que le rapport de l'effet utile au travail dépensé ne diminue pas, quand la roue est noyée par les eaux d'aval.

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE DU TISSAGE MÉCANIQUE DE MULLBACH (BAS-RHIN).

16. *Description sommaire.* Le tissage mécanique que l'on a construit, en 1837, à Müllbach (département du Bas-Rhin), a pour moteur une turbine de deux mètres environ de diamètre, et dont la force moyenne devait être de 45 chevaux de 75 kilogrammes élevés à 1^m en 1″. Sur le désir que j'en ai manifesté à MM. Sellière, Heevoot et compagnie, ces fabricans éclairés ont consenti avec empressement à faire toutes les dispositions nécessaires pour soumettre cette roue à l'expérience. M. Schedecker, leur associé, directeur de la filature de Lutzelhausen et de ce tissage, a bien voulu se charger de faire faire les préparatifs convenables, et les 28, 29 et 30 juillet dernier, les expériences ont été exécutées avec le

concours particulier de M. Schedecker et de M. Fourneyron, en présence de plusieurs fabricans et ingénieurs civils.

La turbine est placée à l'extrémité du canal d'arrivée, dans une chambre de 6m,55 sur 5m,70, sur le plancher de laquelle est posé le cylindre qui contient le vanage. Un tuyau creux qui s'élève verticalement, soutient par son extrémité inférieure le plateau sur lequel sont fixées les courbes directrices, et se lie par son extrémité supérieure à l'appareil qui sert à lever la vanne et qui reçoit le support de l'extrémité de l'arbre de couche.

L'arbre de la turbine passe dans ce cylindre et en sort par le haut, où il reçoit une roue d'angle, qui transmet le mouvement à l'arbre de couche de l'atelier, dans lequel cet arbre pénètre un peu au-dessous du plafond du rez-de-chaussée.

La turbine est placée sous le plancher de la chambre d'eau, de sorte que, quand cette chambre est pleine, on ne voit ni le vannage ni la roue. Le canal de fuite, dont la direction est perpendiculaire à celle du canal d'arrivée, a 6m,40 de largeur et est voûté jusqu'à une vingtaine de mètres au-delà du bâtiment du tissage sous lequel il passe.

L'usine est alimentée par les eaux de la Brusche, et la chute totale doit être habituellement de 4m,50; mais à l'époque où les expériences ont été faites, le barrage qui doit détourner les eaux de la rivière dans le canal d'arrivée, n'était pas encore exécuté, et la plus grande chute dont nous ayons pu disposer, n'a été que de 3m,70. Lors des grandes crues, la roue est exposée à être noyée en aval, et elle l'a été pendant toutes les expériences à des hauteurs qui ont varié de 0m,520 à 0m,900 environ.

17. *Jaugeage de la dépense d'eau.* Pour opérer facilement et exactement le jaugeage de la dépense d'eau, on a établi à l'extrémité de la voûte du canal de fuite, un barrage en déversoir de 5m,014 de largeur, dont le seuil formé par une planche mince de 0m,027 d'épaisseur, était à 0m,50 ou 0m,60 du fond, et dont les côtés verticaux étaient à 0m,70 de chacun des bords de ce canal. Des lignes horizontales de repère, établies avec soin, permettaient de mesurer facilement à chaque expérience, la hauteur du niveau du réservoir à 0m,60 en amont et dans les angles du canal au-dessus du seuil. D'après les circonstances de l'établissement de ce déversoir et les résultats des expériences récentes faites à Toulouse et

dont une partie a été publiée par M. d'Aubuisson, on a pris pour calculer la dépense d'eau en 1'' la formule

$$Q = 0{,}41\,LH\sqrt{2gH}\,^{*},$$

dont la notation a été indiquée au n° 7.

Mais la chambre d'eau ayant son fond et l'une de ses parois en charpente, les bois desséchés par la chaleur de la saison n'avaient pas eu le temps de se gonfler suffisamment depuis qu'elle était pleine, et il se faisait par les joints des pertes notables, dont il était nécessaire de tenir compte. C'est ce que l'on a fait au commencement de chaque série d'expériences, en observant la charge d'eau qui existait sur le déversoir de jauge, quand la vanne de la turbine était fermée. Les résultats de ces observations sur les fuites sont indiqués au tableau des expériences et le volume d'eau ainsi écoulé en pure perte a été retranché de celui qui correspond à la charge observée sur le déversoir pendant les expériences.

18. *Dispositions prises pour la mesure des données principales.* Pour obtenir la chute totale, on a disposé une ligne horizontale de repère à une hauteur connue au-dessus du plateau du vannage et en contre-bas de de laquelle on mesurait simultanément la hauteur d'eau en amont, dans la chambre de la turbine, et la hauteur en aval, dans le canal de fuite. La différence donnait pour chaque expérience la chute disponible et l'excès de la hauteur de la ligne de repère au-dessus du plateau de vannage sur l'élévation de la même ligne au-dessus du niveau d'aval, donnait la hauteur dont la couronne inférieure de la turbine était noyée.

19. *Du frein employé.* Le frein formé par une poulie de $1^{m},25$ de diamètre et de $0^{m},25$ environ de largeur à la gorge, avait été tourné avec soin, ainsi que ses rebords, calé et bien centré sur l'extrémité supérieure de l'arbre de la turbine, qui n'avait pas encore reçu l'engrenage que l'on devait y placer. Les deux mâchoires de ce frein étaient en bois, la longueur du levier mesurée perpendiculairement à la direction de la corde à laquelle la charge était suspendue, a été trouvée de $2^{m},99$.

* Je crois devoir faire remarquer que dans les expériences que j'ai publiées précédemment sur la roue de côté de la taillerie de Baccarat, j'avais adopté la formule $Q = 0{,}395\,LH\sqrt{2gH}$, ne connaissant pas alors les expériences de Toulouse, ce qui m'a conduit à estimer la dépense à $\frac{1}{24}$ environ au-dessous de sa valeur.

Une corde fixée au faîte de la charpente à 6 ou 7^{m} de hauteur, soutenait le bout du levier et un fil à plomb indiquait la position qu'il devait conserver, pour que sa longueur fût perpendiculaire à la direction de la corde qui, passant sur une poulie de renvoi, soutenait la charge.

20. *Précautions prises pour assurer la régularité du mouvement.* Pour maintenir les surfaces dans un même état d'humidité, on amena près de la roue la pompe à incendie de l'établissement, et un arrosoir fut suspendu au-dessus du coussinet du frein, dans lequel était pratiquée une entaille où l'on versait l'eau. Des hommes en manœuvrant la pompe, dirigèrent un courant continu et régulier sur les surfaces frottantes, qui se trouvèrent ainsi constamment rafraîchies et lubrifiées au même degré. On obtint de la sorte une telle régularité dans l'action du frein, que sous la même charge, il a quelquefois marché plus d'une demi-heure sans éprouver la moindre oscillation, et sans que l'ouvrier chargé de le manœuvrer eût pour ainsi dire besoin d'agir sur les écrous. Dans aucune des expériences que l'on rapporte, les oscillations du levier au-dessous de la verticale du fil à plomb, n'ont dépassé $0^{m},02$ à $0^{m},03$, de part et d'autre, et les pièces d'arrêt disposées par précaution n'ont servi que pour les momens d'interruption.

On n'a pas usé *un kilogramme* de graisse pour l'exécution de toutes ces expériences, et quoique j'aie déjà bien souvent employé cet appareil dynamométrique avec succès, je ne l'avais jamais vu marcher avec une aussi parfaite régularité. Aussi à l'aide de ces moyens, faciles et peu dispendieux, je regarde comme désormais tout à fait superflues toutes les modifications proposées ou adoptées par divers ingénieurs au dispositif simple, primitivement employé par M. de Prony.

21. *Observation de la vitesse de la roue.* L'observation de la vitesse de la roue a été faite presque toujours par deux personnes et à plusieurs reprises en comptant avec des montres à secondes le nombre de tours faits en 1' par l'arbre de la roue.

Les résultats des expériences et ceux que l'on en déduit par le calcul sont consignés dans le tableau suivant.

Expériences faites en juillet 1837 sur la turbine du tissage

Nos des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE d'eau sur le seuil du déversoir de 5m,014 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE totale.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1".	TRAVAIL ABSOLU du moteur en chevaux de 75 k.m.	CHARGE du frein.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en 1".
	m	m	kil	m	k.m	ch	kil		m
1	0,050	0,174	622,5	3,552	2208	29,44	8,13	72,0	22,54
2	0,050	0,174	622,5	3,547	2209	29,44	13,13	67,9	21,26
3	0,050	0,174	622,5	3,560	2213	29,51	18,13	64,8	20,48
4	0,050	0,174	622,5	3,580	2226	29,68	23,13	63,1	19,75
5	0,050	0,174	622,5	3,580	2226	29,68	28,13	60,0	18,80
6	0,050	0,174	622,5	3,565	2214	29,52	33,13	57,6	18,05
7	0,050	0,172	611,0	3,555	2170	28,93	38,13	55,3	17,35
8	0,050	0,172	611,0	3,565	2184	29,12	43,13	53,3	16,75
9	0,050	0,172	611,0	3,580	2187	29,16	48,13	50,7	15,90
10	0,050	0,173	610,0	3,585	2193	29,24	53,13	47,6	14,90
11	0,050	0,173	610,0	3,621	2208	29,44	58,13	43,9	13,76
12	0,050	0,173	610,0	3,621	2208	29,44	63,13	40,9	12,80
13	0,050	0,173	610,0	3,650	2223	29,64	68,13	37,5	11,72
14	0,050	0,173	610,0	3,680	2247	29,96	73,13	34,25	10,73
15	0,050	0,174	622,5	3,703	2301	30,34	78,13	31,0	9,70
16	0,050	0,174	622,5	3,725	2315	30,87	83,13	28,1	8,80
17	0,050	0,174	622,5	3,730	2322	30,96	88,13	26,85	8,32
18	0,050	0,174	622,5	3,750	2219	26,92	98,13	21,7	6,80
19	0,090	0,262	1156	3,224	3727	49,69	35	75,0	23,26
20	0,090	0,253	1087	3,199	3479	46,38	50	69,0	21,60
21	0,090	0,254	1101	3,208	3532	47,09	60	65,0	20,36
22	0,090	0,250	1071	3,210	3438	45,84	70	61,6	19,30
23	0,090	0,250	1071	3,196	3420	45,60	80	59,2	18,55
24	0,090	0,250	1071	3,177	3417	45,53	90	56,0	17,52
25	0,090	0,245	1036	3,190	3305	44,06	100	52,0	16,29
26	0,090	0,241	1016	3,190	3241	43,21	110	49,2	15,42
27	0,090	0,241	1016	3,207	3250	43,44	120	45,25	14,19
28	0,090	0,241	1016	3,207	3258	43,44	130	41,0	12,82
29	0,090	0,240	1008	3,215	3236	43,15	140	37,2	11,64
30	0,090	0,240	1008	3,225	3244	43,25	150	35,0	10,95
31	0,090	0,236	971	3,265	3162	42,16	160	32,5	10,26
32	0,090	0,236	971	3,305	3209	42,78	170	29,5	9,25
33	0,090	0,237	976	3,295	3190	42,53	180	27,5	8,61

mécanique de Müllbach (département du Bas-Rhin).

EFFET UTILE mesuré par le frein ou quantité de travail disponible		RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
en kilogrammes élevés à 1^m en 1''.	en chevaux de 75 k.m.			
k.m 183	ch 2,44	0,083	m 0,520	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de $0^m,0265$, ce qui correspond à une perte d'eau de $0^{mc},039$ en 1'', que l'on a retranchée du volume qui passait sur le déversoir, pendant les expériences. C'est le poids du volume restant qui est indiqué dans la quatrième colonne.
278	3,70	0,126	0,520	
371	4,93	0,167	0,520	
457	6,09	0,225	0,520	
529	7,00	0,238	0,520	
598	7,63	0,252	0,520	
662	8,82	0,306	0,520	
722	9,62	0,331	0,520	
765	10,20	0,350	0,520	
792	10,88	0,357	0,520	
800	10,99	0,373	0,520	
808	10,77	0,367	0,520	
798	10,64	0,360	0,520	
785	10,46	0,350	0,520	
758	10,10	0,332	0,520	
732	9,75	0,315	0,520	
733	9,77	0,316	0,520	
667	8,89	0,296	0,520	
814	10,85	0,218	0,926	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de $0^m,037$, ce qui correspond à une perte d'eau de $0^{mc},064$ en 1'', que l'on a retranchée du volume qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
1080	14,40	0,311	0,926	
1221	16,28	0,346	0,877	
1351	18,01	0,392	0,875	
1484	19,78	0,432	0,874	
1577	21,02	0,462	0,875	
1629	21,72	0,492	0,875	
1696	22,61	0,523	0,865	
1703	22,70	0,524	0,870	
1667	22,22	0,512	0,870	
1630	21,72	0,504	0,875	
1643	21,90	0,506	0,875	
1642	21,88	0,520	0,865	
1573	20,96	0,490	0,865	
1550	20,66	0,485	,865	

Suite des *Expériences faites en juillet* 1837 *sur la turbine d*

Nos des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE d'eau sur le seuil du déversoir de 5m,014 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1''.	CHUTE totale.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1''.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en chevaux de 75 k.m.	CHARGE du frein.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	VITESSE que le point de suspension de la charge tendait à prendre en 1''.
	m	m	kil	m	k.m	ch	kil		m
34	0,150	0,354	1881	3,164	5952	79,36	20	99,5	31,10
35	0,150	0,349	1786	3,164	5648	75,30	40	92,0	29,10
36	0,150	0,345	1781	3,150	5543	73,90	60	90,0	28,15
37	0,150	0,343	1751	3,153	5513	73,50	80	83,5	26,10
38	0,150	0,342	1747	3,110	5433	72,44	100	78,5	24,55
39	0,150	0,337	1766	3,070	5424	72,32	120	73,0	28,05
40	0,150	0,331	1666	3,070	5124	68,32	140	69,0	21,60
41	0,150	0,326	1641	3,075	5046	67,28	160	63,0	19,70
42	0,150	0,322	1586	3,035	4731	63,08	180	58,25	18,25
43	0,150	0,320	1576	3,085	4863	64,84	200	52,0	16,29
44	0,150	0,318	1561	3,085	4816	64,21	220	48,0	15,01
45	0,150	0,312	1526	3,085	4703	62,70	240	44,0	13,79
46	0,150	0,331	1652	3,380	5583	74,44	260	45,3	14,20
47	0,150	0,313	1528	3,272	5000	66,66	280	38,0	11,89
48	0,150	0,313	1528	3,400	5187	69,16	280	38,5	12,05
49	0,150	0,313	1528	3,405	5192	69,22	300	34,4	10,79
50	0,200	0,380	2053	3,020	5857	78,09	10	104,0	32,55
51	0,200	0,377	2033	3,045	6186	82,48	20	103,0	32,25
52	0,200	0,375	2025	3,080	6237	83,16	40	101,5	31,75
53	0,200	0,373	2003	3,120	6256	83,41	60	95,0	29,70
54	0,200	0,371	1993	3,170	6332	84,42	80	90,4	28,25
55	0,200	0,371	1993	3,190	6357	84,76	100	87,1	27,15
56	0,200	0,365	1951	3,203	6249	83,32	120	82,8	25,90
57	0,200	0,361	1913	3,240	6198	82,64	140	80,0	25,00
58	0,200	0,361	1913	3,255	6227	83,02	160	75,0	23,48
59	0,200	0,361	1913	3,270	6255	83,40	180	70,0	21,96
60	0,200	0,361	1913	3,305	6313	84,17	200	67,6	21,16
61	0,200	0,361	1913	3,310	6331	84,41	200	67,1	21,90
62	0,200	0,353	1872	3,310	6182	82,42	220	63,0	19,70
63	0,200	0,353	1872	3,335	6228	83,04	240	58,0	18,15
64	0,200	0,349	1812	3,306	5991	79,88	260	50,6	15,84
65	0,200	0,349	1812	3,286	5960	79,46	280	48,5	15,16
66	0,200	0,349	1812	3,321	6017	80,23	300	44,0	13,79

sage mécanique de Müllbach (département du Bas-Rhin).

EFFET UTILE ...suré par le frein ou quantité de travail disponible		RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
...ilogrammes ...evés à 1m en 1".	en chevaux de 75 k.m.			
k.m 622	ch 8,29	0,105	m 0,960	
1164	15,52	0,205	0,960	
1689	22,52	0,305	0,960	
2088	27,84	0,378	0,940	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m,037, ce qui correspond à une perte d'eau de 0mc,064 en 1", que l'on a retranchée du volume qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
2455	32,73	0,453	0,953	
3366	44,88	0,621	0,965	
3024	40,32	0,591	0,965	
3152	42,03	0,624	0,965	
3285	43,80	0,696	0,965	Dans les quatre dernières expériences de cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m,038, ce qui correspond à une perte de 0mc,067 en 1", et dans la quarante-sixième expérience, il passait en outre sur le déchargeoir 0mc,011 en 1". Ces volumes dépensés en pure perte ont été retranchés de celui qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
3258	43,44	0,671	0,955	
3302	44,03	0,685	0,955	
3172	42,28	0,675	0,855	
3692	49,22	0,662	0,865	
3329	44,38	0,666	0,850	
3374	44,98	0,651	0,950	
3237	43,16	0,626	0,820	
326	4,34	0,055	0,890	
645	8,60	0,104	0,890	
1270	16,93	0,203	0,890	
1782	23,76	0,280	0,890	
2260	30,13	0,357	0,890	
2715	36,20	0,426	0,885	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m,038, ce qui correspond à une perte d'eau de 0mc,067 en 1", que l'on a retranchée du volume d'eau qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
3108	41,44	0,496	0,885	
3500	46,66	0,565	0,885	
3757	50,09	0,604	0,885	
3942	52,56	0,632	0,880	
...232	56,42	0,671	0,880	
...200	56,00	0,664	0,870	
...334	57,78	0,702	0,870	
...356	58,08	0,700	0,870	
...118	54,91	0,686	0,884	
...245	56,59	0,712	0,884	
...137	55,16	0,690	0,884	

Suite des *Expériences faites en juillet* 1837 *sur la turbine* [illegible]

Nos des expériences.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE d'eau sur le seuil du déversoir de 5m,014 de largeur.	POIDS de l'eau dépensée en 1".	CHUTE totale.	TRAVAIL ABSOLU du moteur en kilogrammes élevés à 1m en 1".	TRAVAIL ABSOLU du moteur en chevaux de 75 k.m.	CHARGE du frein.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	VITESSE [illegible]
	m	m	kil	m	k.m	ch	kil		m
67	0,200	0,392	2173	3,610	7860	104,80	90	100,0	31,2[illegible]
68	0,200	0,383	2082	3,650	7615	101,53	110	97,0	30,3[illegible]
69	0,200	0,388	2143	3,560	7643	101,90	130	91,0	28,5[illegible]
70	0,200	0,384	2083	3,475	7253	96,70	150	87,0	27,[illegible]
71	0,200	0,378	2061	3,300	6815	90,87	170	80,0	25,[illegible]
72	0,200	0,371	1983	3,250	6458	86,11	190	72,0	22,6[illegible]
73	0,200	0,367	1943	3,230	6289	83,85	210	67,0	20,9[illegible]
74	0,200	0,364	1933	3,358	6505	86,73	230	62,1	19,[illegible]
75	0,200	0,360	1908	3,343	6392	85,23	240	57,5	18,[illegible]
76	0,200	0,356	1863	3,393	6317	84,23	270	54,0	16,[illegible]
77	0,200	0,356	1863	3,398	6337	84,49	290	49,4	15,[illegible]
78	0,270	0,432	2523	2,290	7562	100,82	170	90,6	28,19
79	0,270	0,432	2523	3,070	7758	103,44	190	87,0	27,20
80	0,270	0,422	2442	3,170	7760	103,47	210	84,6	27,50
81	0,270	0,422	2442	3,180	7750	103,33	250	77,25	24,20
82	0,270	0,422	2442	3,310	8097	107,96	290	69,0	26,50
83	0,270	0,432	2523	3,475	8776	117,01	330	66,1	27,20
84	0,270	0,423	2445	3,390	8302	110,69	340	61,5	28,19

…age mécanique de Müllbach (département du Bas-Rhin).

EFFET UTILE …uré par le frein ou quantité de travail disponible — …ilogrammes …vés à 1m en 1″.	en chevaux de 75 k.m.	RAPPORT de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur.	HAUTEUR dont la turbine est noyée au-dessus de la couronne inférieure.	OBSERVATIONS.
k.m 2813	ch 37,50	0,357	m 0,640	
3339	44,51	0,440	0,640	
3705	49,40	0,485	0,640	
4080	54,40	0,562	0,680	Dans cette série la charge d'eau sur le seuil du déversoir et provenant des fuites était de 0m,038, ce qui correspond à une perte d'eau de 0mc,067 en 1″, que l'on a retranchée du volume d'eau qui passait sur le déversoir pendant les expériences.
4255	56,70	0,626	0,680	
4312	57,79	0,670	0,680	
4389	58,52	0,700	0,680	
4379	58,38	0,676	0,557	
4500	60,00	0,703	0,557	
4563	60,84	0,721	0,557	
4483	59,77	0,785	0,557	
4592	61,22	0,609	0,750	
5168	68,90	0,670	0,750	
5565	74,20	0,721	0,750	Même observation.
6050	80,66	0,785	0,750	
6264	83,52	0,760	0,720	
6831	91,08	0,707	0,720	
6545	87,26	0,793	0,720	

22. ***Représentation graphique et examen des résultats contenus dans le tableau précédent.*** Pour examiner et lier les résultats contenus dans ce tableau, on a, de même que pour les expériences sur la turbine du Moussay, construit des courbes ayant pour abscisses les nombres de tours de la roue en 1′, et pour ordonnées les rapports de l'effet utile au travail absolu du moteur.

La courbe (Fig. 4, Pl. II), relative à la série où la levée de la vanne était de $0^{m},050$, montre que, pour cette faible levée, l'effet utile ne s'élève qu'à 0,37 du travail absolu dépensé par le moteur, et que depuis la vitesse de 33 tours en une minute jusqu'à celle de 51 tours, il est toujours compris entre 0,35 et 0,37, de sorte qu'entre ces limites étendues il n'a varié que de $\frac{1}{36}$ de sa valeur moyenne.

La courbe (Fig. 5, Pl. II), relative à la série où la levée de vanne était de $0^{m},090$, montre que l'effet utile s'est élevé dans cette série à 0,725 du travail dépensé par le moteur, et que, depuis la vitesse de 26 tours en 1′ jusqu'à celle de 55 tours, il a toujours été compris entre 0,680 et 0,725, de sorte qu'entre ces limites étendues il ne s'est pas écarté de plus de $\frac{1}{32}$ de sa valeur moyenne 0,702.

La courbe (Fig. 6, Pl. II) relative à la série où la levée de vanne était de $0^{m},150$, montre que l'effet utile s'est élevé dans cette série à 0,690 du travail absolu du moteur, et que, depuis la vitesse de 35 tours en 1′ jusqu'à celle de 65 tours, l'effet utile a toujours été compris entre 0,630 et 0,690; de sorte qu'entre ces limites étendues il ne s'est pas écarté de plus de $\frac{1}{22}$ de sa valeur moyenne 0,660.

Les deux courbes de la figure 7, relatives aux séries où la levée de la vanne a été de $0^{m},200$, se rapportent, l'inférieure à la série où la turbine a été noyée de $0^{m},88$, et la supérieure à la série où elle ne l'a été que de $0^{m},64$. Leur examen montre que, jusqu'à la vitesse de 60 tours en 1′, le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur, est le même pour les deux séries, et s'élève, pour le cas du maximum, à 0,710. On voit de plus, que pour la première série, depuis la vitesse de 40 tours en 1′ jusqu'à celle de 66 tours, ce rapport a été compris constamment entre 0,675 et 0,710; de sorte qu'entre ces limites étendues il n'a pas varié de plus de $\frac{1}{39}$ de sa valeur moyenne 0,692.

Pour le deuxième cas où la roue n'était noyée que de $0^{m},64$, le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur diminue moins rapidement à

mesure que la vitesse augmente, et il reste compris entre les mêmes limites de 0,675 à 0,710, depuis la vitesse de 40 tours en 1′ jusqu'à celle de 72,5 en 1′.

La courbe (Fig. [illegible], Pl. II) relative à la série où la levée de vanne a été de $0^{m},270$, montre que le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur a été au maximum de 0,79, et que depuis la vitesse de 55 tours en 1′ jusqu'à celle de 79 tours, il a été toujours compris entre 0,775 et 0,790; de sorte qu'entre ces limites étendues il n'a varié que de $\frac{1}{97}$ de sa valeur moyenne 0,780.

Après avoir examiné en particulier les résultats relatifs à chacune des séries d'expériences, si nous jetons un coup d'œil sur leur ensemble nous voyons d'abord que le rapport de l'effet utile mesuré par le frein au travail absolu du moteur n'est que 0,37 au maximum pour la première série, résultat bien inférieur à ceux que l'on a obtenus dans les autres séries. Pour expliquer cette différence, il me semble convenable de rapporter une observation que j'ai eu l'occasion de faire sur l'introduction de l'eau le long d'une aube courbe d'une forme analogue à celle des turbines.

Lorsque l'on introduit par le bord extérieur d'une aube courbe emportée dans un mouvement de rotation autour d'un axe vertical un filet d'eau animé d'une certaine vitesse, dès que le liquide atteint la surface de l'aube, sa vitesse est altérée, non-seulement par l'action de la force centrifuge, qui tend à l'éloigner de l'axe, mais encore par l'adhérence qu'il contracte avec la surface. La veine fluide s'amincit, s'élève le long de l'aube à une hauteur d'autant plus grande que la vitesse primitive l'était elle-même; il suit de là que la vitesse relative du liquide est altérée par deux causes, et qu'une portion notable de la force vive du liquide est consommée par son adhérence aux parois. De plus, si, comme dans les turbines, les aubes sont courtes et peu élevées, une partie du liquide peut venir perdre une autre portion notable de sa vitesse contre la couronne supérieure, tandis que l'autre animée d'une vitesse ascendante s'échappe au dehors en conservant une vitesse verticale qu'elle n'aurait pas acquise si l'aube n'avait eu qu'une hauteur égale à celle du filet.

Ce qui montre bien au reste que la diminution de l'effet utile, dans le cas des petites levées de vanne, tient à des circonstances de ce genre, c'est qu'on voit cet effet utile s'accroître à mesure que la différence entre la levée de la vanne et la hauteur de la turbine diminue. En effet,

dès que la levée de la vanne atteint $0^m,09$, l'effet utile devient égal à 0,71 environ du travail absolu du moteur, et ensuite, pour les fortes levées, qui se rapprochent beaucoup de la hauteur de la roue, il atteint la valeur 0,79 de ce travail absolu. Au surplus, les expériences montrent que, pour des dépenses qui ont varié de 1500 à 2500 litres en 1″, le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur, est sensiblement le même dans ces limites étendues.

23. *Observation relative aux expériences où la roue était noyée.* Nous ferons observer que la série d'expériences relative à la levée de vanne de $0^m,200$, où la roue n'était noyée que de $0^m,64$ à $0^m,56$ a donné des résultats plus avantageux que celle où la roue était plongée dans l'eau sur une hauteur de $0^m,88$, dès que la vitesse a dépassé 60 à 65 tours en 1′. Cet effet doit sans doute être attribué à ce que, dans le second cas, la masse d'eau à laquelle la roue communiquait un mouvement gyratoire était plus considérable que dans le premier, et que la surface frottante des aubes était soumise à une pression plus considérable. Mais la vitesse de la roue convenable au maximum d'effet étant comprise entre 45 et 65 tours en 1′, il s'ensuit que, dans les limites ordinaires de cette vitesse, cette différence dans la profondeur d'immersion n'a pas d'influence notable sur l'effet utile.

La dernière série d'expériences, relative à la levée de vanne de $0^m,270$, nous a donné un effet utile égal au maximum, à 91 chevaux, quoique la roue n'ait été construite que pour 45 à 50 chevaux, et nous avons regretté de ne pouvoir pousser l'expérience plus loin en augmentant les charges du frein. Mais l'arbre en fonte de la turbine n'ayant été proportionné que pour une force de 45 à 50 chevaux, à la vitesse de 50 à 60 tours en 1′, après avoir à peu près doublé la charge qu'il était destiné à supporter, nous n'avons pas osé aller plus loin, dans la crainte d'occasionner quelque torsion permanente.

24. *Conclusion de ces expériences.* En résumé on voit :

1° Que la turbine du tissage mécanique de Müllbach, qui n'a que deux mètres environ de diamètre et $0^m,333$ de hauteur, peut, sous la chute de $3^m,50$ à $3^m,75$, débiter un volume d'eau de $2^{mc},500$, qu'elle transmet alors un effet utile ou une force disponible de 91 chevaux, de 75 kilogrammes élevés à 1^m en 1″;

2° Qu'à la vitesse de 50 à 60 tours en 1′ et avec une une forte levée

de vanne, elle rend en effet utile ou en travail disponible 0,78 du travail absolu dépensé par le moteur;

3° Que la vitesse de la roue peut varier dans des limites très-étendues, sans que l'effet utile s'éloigne de plus de $\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{50}$ de sa valeur maximum;

4° Que le rapport de l'effet utile au travail dépensé par le moteur ne diminue pas quand la roue est noyée d'un mètre environ, et marche à une vitesse qui n'excède pas de beaucoup celle qui convient au maximum d'effet lorsqu'elle n'est pas noyée;

5° Que la dépense d'eau ayant varié de 1500 à 2500 litres en 1″, c'est-à-dire dans le rapport de 3 à 5, le rapport de l'effet utile au travail dépensé est resté sensiblement le même.

25. *Observations sur l'écoulement de l'eau par les orifices de la turbine.* Il nous reste à faire connaître quelques résultats d'observations spéciales que le mode de jaugeage adopté à Müllbach, pour estimer la dépense d'eau faite pendant les expériences, nous a permis de recueillir sur l'écoulement de l'eau par les orifices de la turbine.

Notre but, en réunissant ces résultats, était de reconnaître s'il était possible de déterminer, pour chaque levée de vanne, la valeur du coefficient de la dépense faite par les orifices de la turbine, afin de pouvoir calculer directement le volume d'eau débité par ces orifices dans des cas où il ne serait pas possible d'établir des modes de jaugeage direct. Mais nous devons cependant prévenir que n'ayant pas pu donner aux moyens d'observation une précision suffisante, nous n'avons pas eu la prétention de parvenir à des résultats comparables pour l'exactitude à ceux qui ont été obtenus soit à Metz soit à Toulouse, et que nous nous sommes seulement proposé d'établir des valeurs approximatives et d'examiner l'influence de la vitesse de la roue et de la grandeur des orifices.

Connaissant pour chaque expérience le volume d'eau dépensé, la levée de la vanne, la somme des largeurs horizontales des orifices ou des plus courtes distances des courbes directrices du vannage, égale à $1^m,56$, nous avons comparé la dépense théorique faite sous la différence connue des niveaux d'amont et d'aval à la dépense effective, et nous en avons déduit la valeur correspondante du coefficient de la dépense.

Les résultats de cette comparaison sont consignés dans le tableau suivant, qui montre d'abord que ce coefficient augmente avec la vitesse de la roue, ce qui tient à ce que l'action de la force centrifuge diminue

la pression exercée en aval aux orifices, et tend par conséquent à augmenter la dépense. Mais comme les résultats immédiats des expériences ne pouvaient offrir toute la régularité désirable pour des observations sur l'écoulement de l'eau, on a cherché en outre à les lier et à en déduire une sorte de loi continue, en les représentant par des courbes (Pl. II, Fig. 9, 10, 11, 12 et 13), dont les abscisses sont les nombres de tours de la roue en 1′, et les ordonnées les coefficiens de la dépense déduits du calcul.

Observations *sur l'écoulement de l'eau par le vannage de la turbine.*

Numéros des expériences.	Somme des aires des orifices.	Levée de la vanne de la turbine.	Charge d'eau ou différence des niveaux d'amont et d'aval.	Nombre de tours de la roue en 1'.	Dépense d'eau en une seconde, Théorique.	Dépense d'eau en une seconde, Effective.	Coefficient de la dépense.	Observations
	mq	m	m		mc	mc		
1	0,078	0,050	3,552	72,0	0,650	0,623	0,957	
2	0,078	0,050	3,547	67,9	0,650	0,623	0,957	
3	0,078	0,050	3,560	64,8	0,651	0,623	0,956	
4	0,078	0,050	3,580	63,1	0,654	0,623	0,953	
5	0,078	0,050	3,580	60,0	0,654	0,623	0,953	
6	0,078	0,050	3,565	57,6	0,651	0,623	0,956	
7	0,078	0,050	3,555	55,3	0,650	0,611	0,940	
8	0,078	0,050	3,565	53,3	0,651	0,611	0,938	
9	0,078	0,050	3,580	50,7	0,654	0,611	0,935	
10	0,078	0,050	3,585	47,6	0,654	0,610	0,933	
11	0,078	0,050	3,621	43,9	0,657	0,610	0,930	
12	0,078	0,050	3,621	40,9	0,657	0,610	0,930	
13	0,078	0,050	3,650	37,5	0,660	0,610	0,925	
14	0,078	0,050	3,680	34,25	0,661	0,610	0,923	
15	0,078	0,050	3,703	31,0	0,665	0,623	0,935	
16	0,078	0,050	3,725	28,1	0,666	0,623	0,933	
17	0,078	0,050	3,730	26,85	0,667	0,623	0,931	
18	0,078	0,050	3,750	21,7	0,668	0,623	0,935	
19	0,1404	0,090	3,224	75,0	1,112	1,156	1,039	
20	0,1404	0,090	3,199	69,0	1,109	1,087	0,990	
21	0,1404	0,090	3,208	65,0	1,110	1,101	0,993	
22	0,1404	0,090	3,210	61,6	1,110	1,071	0,996	
23	0,1404	0,090	3,196	59,2	1,109	1,071	0,965	
24	0,1404	0,090	3,177	56,0	1,105	1,071	0,972	
25	0,1404	0,090	3,190	52,0	1,109	1,036	0,936	
26	0,1404	0,090	3,190	49,2	1,109	1,016	0,917	
27	0,1404	0,090	3,207	45,25	1,119	1,016	0,916	
28	0,1404	0,090	3,207	41,0	1,110	1,016	0,916	
29	0,1404	0,090	3,215	37,2	1,110	1,008	0,908	
30	0,1404	0,090	3,225	35,0	1,112	1,008	0,906	
31	0,1404	0,090	3,265	32,5	1,120	0,971	0,869	
32	0,1404	0,090	3,305	29,5	1,177	0,971	0,827	
33	0,1404	0,090	3,295	27,5	1,175	0,976	0,831	

Suite des OBSERVATIONS *sur l'écoulement de l'eau par le vannage de la turbine.*

NUMÉROS des expériences.	SOMMES des aires des orifices.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE d'eau ou différence des niveaux d'amont et d'aval.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	DÉPENSE D'EAU en une seconde, Théorique.	DÉPENSE D'EAU en une seconde, Effective.	COEFFICIENTS de la dépense.	OBSERVATIONS
	mq	m	m		mc	mc		
34	0,2340	0,150	3,164	99,5	1,840	1,881	1,022.	
35	0,2340	0,150	3,164	92,0	1,840	1,786	0,972	
36	0,2340	0,150	3,150	90,0	1,839	1,781	0,960	
37	0,2340	0,150	3,153	83,5	1,839	1,751	0,954	
38	0,2340	0,150	3,110	78,5	1,825	1,747	0,957	
39	0,2340	0,150	3,070	73,0	1,815	1,766	0,974	
40	0,2340	0,150	3,070	69,0	1,815	1,666	0,917	
41	0,2340	0,150	3,075	63,0	1,815	1,641	0,905	
42	0,2340	0,150	3,035	58,25	1,800	1,586	0,883	
43	0,2340	0,150	3,085	52,0	1,820	1,576	0,867	
44	0,2340	0,150	3,085	48,0	1,820	1,561	0,859	
45	0,2340	0,150	3,085	44,0	1,820	1,526	0,840	
46	0,2340	0,150	3,380	45,3	1,900	1,652	0,872	
47	0,2340	0,150	3,272	38,0	1,873	1,528	0,817	
48	0 2340	0,150	3,400	38,5	1,909	1,528	0,801	
49	0,2340	0,150	3,405	34,4	1,909	1,528	0,798	
50	0,3120	0,200	3,020	104,0	2,402	2,053	0,854	
51	0,3120	0,200	3,045	103,0	2,404	2,033	0,860	
52	0,3120	0,200	3,080	101,5	2,422	2,025	0,847	
53	0,3120	0,200	3,120	95,0	2,443	2,003	0,822	
54	0,3120	0,200	3,170	90,4	2,464	1,993	0,809	
55	0,3120	0,200	3,190	87,1	2,470	1,993	0,807	
56	0,3120	0,200	3,203	82,8	2,472	1,951	0,766	
57	0,3120	0,200	3,240	80,0	2,490	1,913	0,768	
58	0,3120	0,200	3,255	75,0	2,491	1,913	0,768	
59	0,3120	0,200	3,270	70,0	2,500	1,913	0,767	
60	0,3120	0,200	3,305	67,6	2,509	1,913	0,765	
61	0,3120	0,200	3,310	67,1	2,512	1,913	0,759	
62	0,3120	0,200	3,310	63,0	2,512	1,872	0,747	
63	0,3120	0,200	3,335	58,0	2,522	1,872	0,742	
64	0,3120	0,200	3,306	50,6	2,509	1,812	0,722	
65	0,3120	0,200	3,286	48,5	2,502	1,812	0,724	
66	0,3120	0,200	3,321	44,0	2,520	1,812	0,720	

Suite des OBSERVATIONS *sur l'écoulement de l'eau par le vannage de la turbine.*

NUMÉROS des expériences.	SOMMES des aires des orifices.	LEVÉE de la vanne de la turbine.	CHARGE d'eau ou différence des niveaux d'amont et d'aval.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	DÉPENSE D'EAU en une seconde, Théorique.	Effective.	COEFFICIENTS de la dépense.	OBSERVATIONS
	mq	m	m		mc	mc		
67	0,3120	0,200	3,610	100,0	2,622	2,173	0,829	
68	0,3120	0,200	3,650	97,0	2,642	2,082	0,790	
69	0,3120	0,200	3,560	91,0	2,607	2,143	0,805	
70	0,3120	0,200	3,475	87,0	2,570	2,083	0,815	
71	0,3120	0,200	3,300	80,0	2,620	2,061	0,788	
72	0,3120	0,200	3,250	72,0	2,493	1,983	0,796	
73	0,3120	0,200	3,230	67,0	2,485	1,943	0,782	
74	0,3120	0,200	3,358	62,1	2,715	1,933	0,710	
75	0,3120	0,200	3,343	57,1	2,710	1,908	0,702	
76	0,3120	0,200	3,393	54,0	2,548	1,863	0,733	
77	0,3120	0,200	3,398	49,4	2,542	1,863	0,733	
78	0,4212	0,270	2,990	90,6	3,230	2,523	0,782	
79	0,4212	0,270	3,070	87,0	3,207	2,523	0,773	
80	0,4212	0,270	3,170	84,6	3,320	2,442	0,737	
81	0,4212	0,270	3,180	77,25	3,240	2,442	0,757	
82	0,4212	0,270	3,310	69,0	3,540	2,442	0,691	
83	0,4212	0,270	3,475	66,1	3,470	2,523	0,730	
84	0,4212	0,270	3,390	61,5	3,430	2,445	0,712	

26. *Conséquences des résultats contenus dans le tableau précédent.* Ce tableau, ou plutôt l'examen des courbes de la planche II, montre :

1° Que pour la faible levée de vanne de $0^m,050$, le coefficient de la dépense, ou ce qui revient au même, la dépense d'eau faite en 1″ par les orifices de la turbine, croit un peu, mais assez lentement avec la vitesse de la roue, que sa valeur moyenne depuis 20 jusqu'à 55 tours en 1′, est égale à 0,93 environ, et qu'elle s'élève graduellement avec la vitesse jusqu'à la valeur 0,96, qu'elle atteint vers 65 tours en 1′ ;

2° Qu'à la levée de vanne de $0^m,09$, le coefficient de la dépense qui est d'environ 0,93 à la vitesse de 25 tours en 1′, s'élève assez rapidement avec la vitesse et atteint vers 75 tours en 1′ la valeur 1,039, ce qui montre qu'alors la dépense effective serait plus grande que la dépense théorique ;

3° Qu'à la levée de vanne de $0^m,150$, ce coefficient, qui n'a que la valeur 0,80 à la vitesse de 34 tours en 1', atteint et dépasse aussi l'unité à 99,5 tours de la roue en 1';

4° Qu'à la levée de vanne de $0^m,200$, ce coefficient qui n'a que la valeur 0,72 à la vitesse de 45 tours en', atteint celle de 0,85 à la vitesse de 102 tours en 1';

5° Enfin qu'à la levée de vanne de $0^m,270$, le même coefficient qui avait la valeur 0,71 à la vitesse de 75 en 1', atteint celle de 0,76 à la vitesse de 106 tours en 1'.

De là résulte évidemment que la dépense d'eau faite par les turbines croît avec leur vitesse de rotation, et comme d'ailleurs l'effet de la force centrifuge, à laquelle est dû cet accroissement, dépend des proportions de la roue, il s'ensuit qu'il faudrait pouvoir établir dans chaque cas une discussion de ces proportions pour comparer les effets à la cause.

27. *Influence de la hauteur dont on lève la vanne sur la dépense.* Les courbes des coefficiens nous montrent aussi que ces nombres, à vitesses égales de la roue, vont sans cesse en diminuant à mesure que la levée de la vanne augmente. C'est ce que l'on peut vérifier par l'examen du tableau suivant, dans lequel on a réuni les valeurs relatives à différentes vitesses et levées de vanne déduites du tracé moyen des courbes.

NOMBRE de tours de la roue en 1'.	VALEURS DES COEFFICIENS DE LA DÉPENSE pour des levées de vanne de				OBSERVATIONS.
	$0^m,090$.	$0^m,150$.	$0^m,200$.	$0^m,270$.	
40	0,905	0,820	»	»	
50	0,945	0,862	0,728	»	
60	0,975	0,900	0,743	»	
70	0,995	0,930	0,762	0,706	
80	»	0,953	0,784	0,720	
90	»	0,968	0,812	0,746	
100	»	0,980	0,840	0,767	

NOTA. On n'a pas compris dans ce tableau les coefficiens relatifs à la levée de vanne de $0^m,050$, parce que sous le rapport cherché ils ne permettent pas de reconnaître la diminution dont il est ici question.

Cette diminution du coefficient de la dépense, à mesure que la levée de vanne augmente, tient évidemment à la disposition de l'orifice, et nous semble facile à expliquer d'après les faits connus sur l'écoulement de l'eau par des ajutages de diverses formes.

En effet, d'après la manière dont l'orifice est disposé, les deux courbes contigües formant ses parois verticales, lui donnent, en ce sens, une forme analogue à celle des buses ou ajutages convergens, le côté inférieur se trouve dans le prolongement du fond, et le côté supérieur est le dessous du coussinet en bois qui s'élève avec la vanne. Il suit de là que, pour les petites levées de vanne, l'eau sort par un véritable ajutage, conique latéralement et à faces parallèles, dans le sens vertical, et pour lequel la contraction à l'entrée est à peu près nulle. Il n'est donc pas étonnant qu'alors le coefficient de la dépense atteigne des valeurs égales et même supérieures à 0,90, puisque l'on sait (Traité d'Hydraulique de M. d'Aubuisson, page 54) que pour les ajutages coniques convergens ce nombre acquiert, selon l'inclinaison des arêtes du cône, des valeurs semblables.

A mesure que la levée augmente, l'influence du coussinet, pour diminuer la contraction à l'entrée de cet ajutage, devient moindre; parçe que, malgré l'arrondissement de son bord inférieur, il n'a pas la forme exacte de la veine fluide, et que, le volume d'eau dépensé augmentant, la vitesse dans le tuyau intérieur, devient de plus en plus grande, ainsi que la convergence des filets vers l'orifice. Ce coussinet n'a d'ailleurs que $0^m,17$, moyennement dans le sens de la longueur de l'ajutage, et dès que la levée de vanne atteint ou dépasse $0^m,15$, on voit que cet ajutage se rapproche davantage de ceux où il y a contraction à l'entrée, ou des orifices avec contraction sur le côté supérieur seulement. Le changement de direction qu'éprouve l'eau, en descendant du tuyau vertical, pour sortir parallèlement au fond, occasionne aussi une perte de force vive, qui doit croître avec la levée de la vanne.

Toutes ces circonstances qui concourent au même résultat, expliquent suffisamment, je pense, la diminution graduelle du coefficient à mesure que la levée de la vanne augmente, et comme nous avons vu précédemment que ce nombre augmente au contraire avec la vitesse de rotation, et que ces deux variations en sens contraire dépendent des proportions de la roue, on voit que, dans toutes les expériences ou observations sur

les roues de ce genre, il est indispensable d'établir pour le jaugeage de l'eau dépensée un barrage en amont, ou mieux encore en aval de la roue. Il sera d'ailleurs toujours préférable de l'établir en aval, parce que d'une part les variations du niveau occasionneront beaucoup moins d'erreurs et surtout de perte de temps pour le réglement du niveau, et qu'on pourra apprécier, comme nous l'avons fait à Müllbach, le volume d'eau produit par les fuites plus ou moins grandes des réservoirs et des vannages.

Nous devons faire remarquer que les expériences sur la turbine du Moussay ont aussi montré que le coefficient de la dépense diminuait à mesure que la levée de vanne augmentait, mais que l'accroissement produit par la force centrifuge lors des grandes vitesses, ne s'y est pas manifesté d'une manière notable; ce qui tient peut-être à ce que la roue n'ayant qu'une largeur excessivement petite, l'action de cette force y était beaucoup moins sensible.

EXPÉRIENCES SUR LA TURBINE ÉTABLIE AU MOULIN DE LÉPINE, CANTON D'ARPAJON.

28. Le compte rendu de la séance de l'académie des sciences du 5 février 1838, contient une série d'expériences faites par M. Dieu, chef d'escadron d'artillerie, inspecteur de la poudrerie du Bouchet. Nous en insérons ici les résultats.

Le jaugeage de la dépense d'eau a été exécuté au moyen d'un barrage placé en amont de la roue sur le canal d'arrivée, et formant un déversoir, et on a calculé le volume d'eau écoulé par la formule

$$Q = 0{,}406\,LH\sqrt{2gH}.$$

Des flotteurs placés en amont de ce déversoir, en amont et en aval de la turbine, servaient à mesurer la charge d'eau sur le seuil du déversoir et la chute totale.

Le frein, formé d'un manchon en fonte, embrassé par deux pièces de bois, était placé sur l'arbre de la roue et continuellement arrosé par un filet d'eau, qui empêchait l'échauffement des surfaces, et les maintenait à un état constant d'humidité. Les autres dispositions étaient aussi tout à fait analogues à celles que nous avons détaillées précédemment.

Le bras de levier du frein avait une longueur de 4^m, et sa charge constante était de $0^k,625$.

Les résultats des expériences sont consignés dans le tableau suivant.

Expériences sur la turbine de Lépine, près Arpajon (Département de Seine-et-Oise).

N^os des expériences.	VOLUME d'eau dépensé en 1".	CHUTE totale.	TRAVAIL ABSOLU du moteur		CHARGE totale du frein.	NOMBRE de tours de la roue en 1'.	EFFET UTILE mesuré par le frein		RAPPORT de l'effet utile au travail absolu du moteur.	OBSERVATIONS.
			en kil.m.	en chevaux de 75 k.m.			en kil.m.	en chevaux de 75 k.m.		
	mc	m	k.m	ch	kil		km	ch		
1	0,436	2,073	904,0	12,05	22,625	73,77	699,0	9,32	0,773	
2	0,440	2,048	901,0	12,01	18,625	88,20	688,2	9,17	0,763	
3	0,440	2,065	908,6	12,11	20,625	80,35	694,0	9,25	0,763	
4	0,440	2,065	908,6	12,11	22,625	72,58	687,7	9,17	0,757	
5	0,440	2,048	901,0	12,01	24,625	67,16	692,7	9,23	0,768	
6	0,440	2,043	898,9	11,98	26,625	64,10	714,8	9,53	0,795	
7	0,436	2,048	892,9	11,90	28,625	58,44	700,6	9,34	0,784	
8	0,436	1,993	868,9	11,59	17,625	90,90	671,0	8,94	0,772	
								Moyenne.	0,772	

L'examen de ce tableau, montre que cette turbine dont la chute, lors des expériences, était de 2^m environ, réalise un effet útile net, égal à 0,772 du travail absolu du moteur.

29. ***Résumé général des expériences sur l'effet utile des turbines.*** De l'ensemble des expériences contenues dans ce Mémoire et de celles qui ont été faites précédemment et qui sont relatives

A la turbine de Moussay, où la hauteur de chute a été, pendant les expériences, de $7^m,50$ environ et où la roue a été immergée sous l'eau jusqu'à $0^m,974$,

A la turbine de Müllbach, où la hauteur de chute a été, pendant les expériences, de $3^m,50$ environ et qui a été immergée sous l'eau jusqu'à $0^m,750$,

A la turbine de Lépine, où la hauteur de chute est de 2^m,

A la turbine d'Inval * où la hauteur de chute disponible a été successivement réduite de 1^{m},174 à 0^{m},293, tandis qu'au contraire la profondeur à laquelle la roue était immergée a été augmentée depuis 1^{m},15 jusqu'à 1^{m},74,

Enfin des résultats obtenus à la filature de M. d'Eichtal, à St-Blaise, dans la Forêt-Noire, où l'on a utilisé une chute de 108 mètres avec une turbine de 0^{m},55 de diamètre, faisant 2300 tours à la minute et transmettant une force de 40 chevaux,

On peut conclure,

1° Que ces roues conviennent aux grandes comme aux petites chutes;

2° Qu'elles transmettent un effet utile net, égal à 0,70, ou 0,78 du travail absolu du moteur;

3° Qu'elles peuvent marcher à des vitesses extrêmement éloignées, en plus ou en moins de celle qui convient au maximum d'effet, sans que l'effet utile diffère notablement de ce maximum;

4° Qu'elles peuvent fonctionner sous l'eau à des profondeurs de 1^{m} à 2^{m}, sans que le rapport de l'effet utile au travail absolu du moteur diminue notablement;

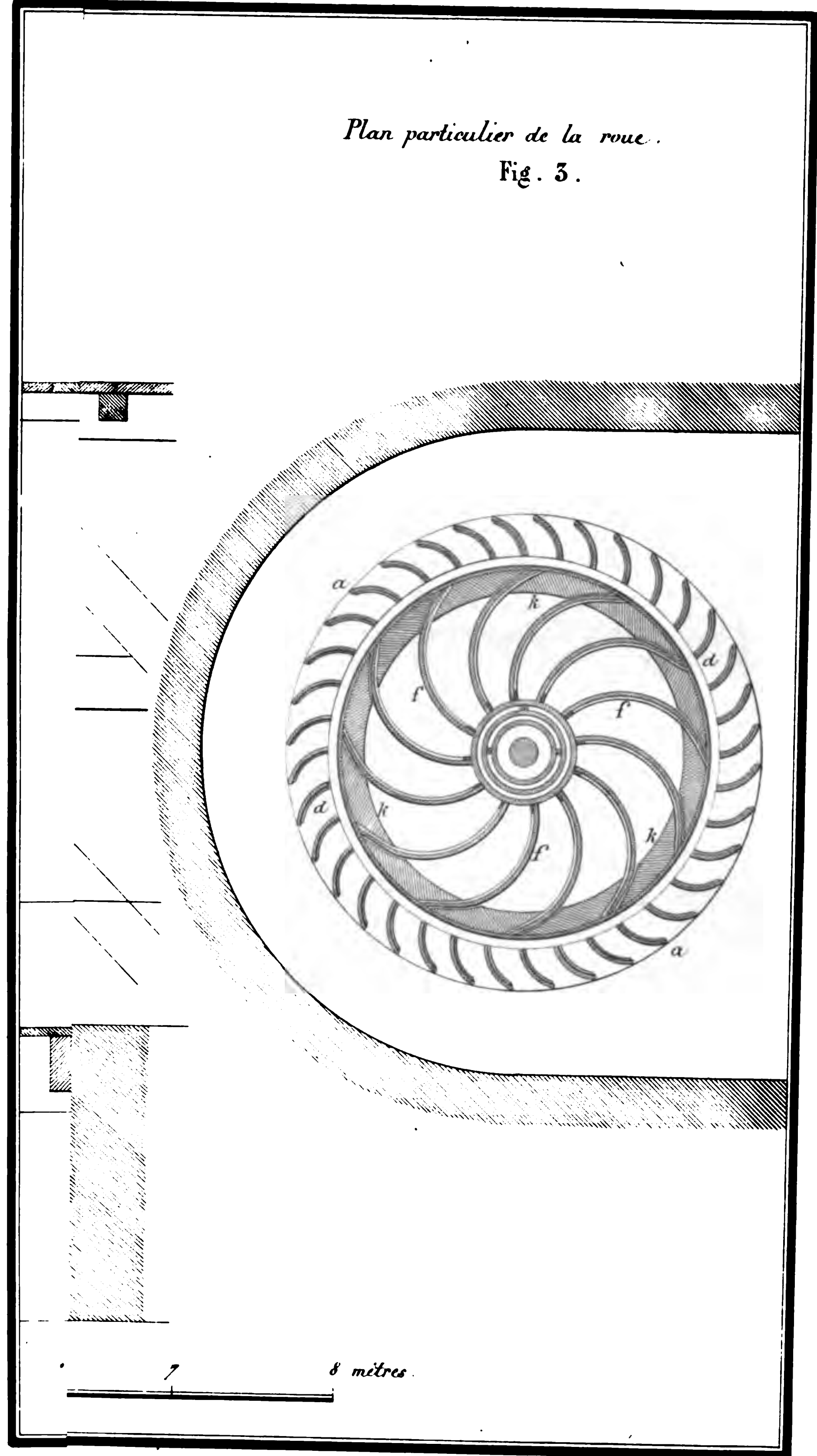
5° Que par suite de la propriété précédente, elles utilisent en tous temps toute la chute disponible, puisqu'on les place au-dessous du niveau des plus basses eaux;

6° Qu'elles peuvent recevoir des quantités d'eau très-variables, sans que le rapport de l'effet utile au travail dépensé diminue notablement.

Si l'on joint à ces propriétés précieuses, sous le rapport mécanique, l'avantage qu'elles offrent d'occuper peu de place, et de pouvoir être, sans grands frais, sans embarras et sans inconvéniens, établies dans tel endroit d'une usine qu'on le veut, de marcher généralement à des vitesses bien supérieures à celles des autres roues, ce qui dispense de recourir à des transmissions de mouvement compliquées, on reconnaîtra, sans doute avec nous, que ces roues doivent prendre rang parmi les meilleurs moteurs hydrauliques.

* Voyez les Comptes-Rendus des séances de l'Académie des Sciences; n° IX (27 février 1837).

METZ. — De la typographie de S. LAMORT.



Lith. de Nouvian à Metz.

EXPÉRIENCES

SUR

LE TIRAGE DES VOITURES.

METZ. — TYPOGRAPHIE DE S. LAMORT,
Rue du Palais, 10.

EXPÉRIENCES

SUR LE

TIRAGE DES VOITURES,

FAITES EN 1837 ET 1838,

PAR

ARTHUR MORIN,

Capitaine d'Artillerie, ancien élève de l'École Polytechnique, professeur de Machines à l'École d'Application de l'Artillerie et du Génie, membre de l'Académie royale de Metz.

METZ.

Mme THIEL, LIBRAIRE, RUE DU PALAIS, 2.

PARIS.

CARILIAN-GOEURY, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS, 41.

L. MATHIAS, LIBRAIRE, QUAI MALAQUAIS, 15.

1839



RAPPORT

SUR UN MÉMOIRE AYANT POUR TITRE :

EXPÉRIENCES SUR LE TIRAGE DES VOITURES,

PRÉSENTÉ PAR M. ARTHUR MORIN, CAPITAINE D'ARTILLERIE, PROFESSEUR A L'ÉCOLE D'APPLICATION DE METZ.

COMMISSAIRES : MM. ARAGO, PONCELET, CORIOLIS Rapporteur.

(Extrait des Comptes-Rendus des séances de l'Académie des Sciences, séance du 31 décembre 1838.)

L'Académie nous a chargés, M. Arago, M. Poncelet et moi, de lui faire un rapport sur un travail de M. Morin, ayant pour objet des recherches expérimentales sur le tirage des voitures et sur les dégradations des routes.

Il n'est pas nécessaire de faire sentir combien ce travail a d'importance et combien il arrive à propos, dans un moment où le gouvernement et les chambres s'occupent de fixer un tarif de chargement, qui, sans gêner le commerce, mette les routes à l'abri d'une trop rapide destruction. Ces nouvelles recherches de M. Morin doivent être d'autant mieux accueillies, qu'on n'avait jusqu'à présent, sur ce sujet, que des observations faites sans grande précision, et présentées sans conséquences bien établies.

Les premiers essais que nous connaissions sur le tirage des voitures sont dus à Edgeworth, qui publia, en 1797, quelques expériences sur l'influence du diamètre des roues sur l'effort du tirage pour faire passer une voiture sur un obstacle. Il signale comme une erreur la préférence que donnaient, aux petites roues, certains constructeurs. Mais, en entrant ainsi dans une idée juste, il n'en avait pas senti toute la portée, puisqu'il place le principal avantage des grandes roues dans la diminution d'influence qu'elles donnent au frottement des essieux.

Le même observateur a donné le premier aussi des expériences qui ont montré l'influence des ressorts pour diminuer le tirage.

Rumford a publié, en 1811, des expériences qui montrent l'influence de la largeur des bandes et de la vitesse sur la force de tirage qu'exigent les voitures. Ses observations, quoique ne pouvant avoir une grande précision, à cause du dynamomètre dont il s'est servi, se trouvent néanmoins d'accord avec celles de M. Morin, pour établir une proportionnalité entre la traction et la vitesse.

M. de Gerstner, professeur à l'institut des arts des États de Bohème, a donné en 1813, dans un ouvrage sur les routes, des considérations théoriques sur le tirage des voitures. Mais elles sont trop éloignées de la réalité, pour avoir conduit l'auteur à de bons résultats. Aussi les lois qu'il présente diffèrent-elles de celles que fournissent les expériences de M. Morin.

M. Navier, dans un écrit publié en 1835 sur la police du roulage, a présenté les considérations théoriques qui le portaient à n'admettre, pour les messageries, qu'un chargement plus faible que pour le roulage. Il estime que les dégradations des chaussées croissent comme le quarré de la vitesse des véhicules. En ayant égard d'une autre part à l'avantage des ressorts, il avait pensé que les dégradations produites sur les routes par les messageries, seraient à poids égal, une fois et demie ou une fois trois quarts celles qu'occasionnent les voitures de roulage au pas sans ressorts. Les

expériences de M. Morin ont démontré l'inexactitude de cette estimation.

L'ingénieur anglais Macneill qui s'est occupé des mêmes questions, est tombé dans la même erreur, puisqu'il propose aussi d'accorder aux fourgons non suspendus, allant au petit trot, des chargemens plus forts que ceux des diligences.

Un jeune ingénieur français, M. Dupuit, a publié en 1837 un travail étendu sur la même question. Il est le premier qui ait mis en évidence, par une série d'expériences, l'influence du diamètre des roues sur le tirage, mais comme il n'a pu employer que les dynamomètres ordinaires, la loi qu'il donne et qui rendrait ce tirage en raison inverse de la racine quarrée du diamètre des roues, ne nous paraît pas devoir être préférée à celle qui résulte des expériences de M. Morin, c'est-à-dire à la simple raison inverse du diamètre, loi que Coulomb avait déjà donnée pour le roulement des cylindres de bois.

Le peu d'accord entre les observateurs qui ont précédé M. Morin, faisait désirer un travail plus exact et plus complet. Les ingénieux appareils dynamométriques, pour lesquels l'auteur a reçu un prix de l'Académie, devaient trouver ici leur emploi. C'est effectivement en mesurant directement la traction à l'aide de ces instrumens, qu'il a procédé aux expériences qui lui ont servi à établir les lois qu'il présente dans son mémoire : elles se rapportent à l'influence qu'ont sur le tirage le poids du chargement, le diamètre des roues, la largeur des bandes, la vitesse du transport, la suspension sur ressorts plus ou moins parfaite, et l'inclinaison de la force de traction.

Nous devons faire remarquer que, presque toujours, l'effort de traction est en proportion avec les dégradations des chaussées : c'est une loi indiquée par la théorie et confirmée par l'expérience. Ainsi tout ce que l'auteur donne sur l'influence qu'ont, sur l'accroissement du tirage, les divers élémens qu'on vient d'énumérer, doit s'entendre également de la détérioration des routes.

Pour déterminer l'influence du diamètre des roues sur la force de traction, M. Morin a employé des affûts de siége et d'autres voitures, dont les roues ont varié en diamètre depuis $0^m,84$ jusqu'à $2^m,05$, c'est-à-dire au-delà des limites posées par l'usage pour le roulage et les messageries. Ses expériences, au nombre de 40, mettent suffisamment en évidence cette double loi, que le tirage est proportionnel à la charge et en raison inverse du diamètre des roues.

On peut remarquer que par des considérations théoriques, basées sur l'hypothèse que le sol de la route résiste en chaque point, en raison directe de l'enfoncement, on trouve que le tirage est proportionnel à la puissance $\frac{4}{3}$ du chargement, et en raison inverse de la puissance $\frac{2}{3}$ du diamètre des roues. Ces exposans diffèrent assez peu de l'unité qu'on doit leur substituer, d'après les expériences de M. Morin, pour ne pas donner de présomption défavorable aux résultats de ses observations.

Dans une autre série de quatre-vingt-dix-sept observations, l'auteur a eu pour but de mettre en évidence la largeur des bandes. Il montre que, lorsque la chaussée est un peu molle, le tirage diminue proportionnellement à l'accroissement de cette largeur. Sur cette nature de chaussée, la largeur des bandes n'a plus d'influence notable, quand elle a atteint $0^m,22$. Plus les routes deviennent solides, et moins la largeur de la bande a d'influence: elle cesse complètement d'en avoir sur les chaussées pavées; sur de bonnes routes en empierrement qui ne sont pas nouvellement rechargées, l'influence devient insensible quand la largeur de la bande est de neuf à dix centimètres. Comme les dégradations des routes sont en rapport direct avec le tirage, on en conclurait que, sur de bonnes chaussées, il n'est pas nécessaire de se servir de bandes de plus de dix centimètres de largeur.

Dans une série de cent soixante-huit expériences, M. Morin a très-bien établi que le tirage augmente proportionnellement aux

accroissemens de la vitesse. Pour des voitures dont la principale partie de la charge repose sur des ressorts, cet accroissement est faible, tandis qu'il est beaucoup plus fort pour des voitures non suspendues. Cette remarque pouvait faire prévoir ce que M. Morin a constaté directement par des expériences spéciales ; c'est qu'une voiture bien suspendue allant au trot, peut porter une charge égale à celle d'un chariot non suspendu allant au pas, sans occasionner plus de dégradations aux routes. M. Morin ne s'est pas contenté de tirer cette conséquence de ses observations sur la force de traction, il l'a établie par l'observation directe des dégradations produites sur les chaussées dans ces deux circonstances. Il a fait pour cela trois séries d'expériences sur des routes de différentes natures. Il a constaté les dégradations, d'abord en variant les diamètres des roues, et ensuite en augmentant la vitesse et en introduisant des ressorts. Il a trouvé, comme nous l'avons énoncé précédemment, les dégradations en rapport direct avec le tirage, et il a en outre bien constaté que l'accroissement de dégradation, qui résulte de la vitesse, était plus que compensé par l'introduction des ressorts, toutes choses égales d'ailleurs.

Dans un mémoire supplémentaire (*), M. Morin a montré, par de nouvelles expériences sur les chaussées, pavées comme les rues de Paris, que les conséquences précédentes devaient encore s'y appliquer, et il a remarqué que les anciennes observations de Rumford, sur ce pavé, conduisaient, bien qu'avec un moindre degré de précision, à la même proportionnalité entre les accroissemens de vitesse et de tirage.

Ce résumé des travaux de l'auteur montre qu'il a éclairci beaucoup de questions très-importantes. En lisant son mémoire, on y reconnaît cette manière exacte de procéder qu'on a déjà eu lieu

(*) Cette addition au mémoire principal a été intercalée dans le corps du travail lors de son impression.

de distinguer dans ses travaux précédens, et l'on acquiert une grande confiance dans les résultats de ses observations.

En conséquence vos commissaires, en exprimant le désir que M. Morin continue de trouver, dans l'appui du gouvernement, les moyens d'étendre ses expériences à des circonstances encore plus variées, vous proposent d'accorder votre approbation à son travail, et de décider qu'il sera imprimé dans le recueil des savans étrangers.

L'Académie adopte ces conclusions.

AVANT-PROPOS.

La question du tirage des voitures se lie à tant d'intérêts publics et privés, qu'elle a depuis long-temps occupé les ingénieurs et les savans, et l'on doit être étonné que déjà elle ne soit pas résolue d'une manière positive.

L'industrie particulière, sans règle et sans principe fixes pour la construction de ses voitures, n'apprécie pas, d'après une expérience éclairée, l'influence des dimensions des roues et celle d'une suspension plus ou moins parfaite. Suivant des habitudes locales, elle préfère dans un pays les charrettes à grandes roues aux chariots à quatre roues ; dans d'autres le léger chariot des comtois avec ses quatre roues presqu'égales est exclusivement adopté, tandis qu'ailleurs on n'emploie que la lourde voiture à larges jantes et à petites roues de devant.

Sous le rapport de la conservation des routes les idées ne sont pas plus arrêtées, les auteurs et les ingénieurs qui ont écrit sur cette matière sont la plupart en divergence complète d'opinions. Les uns veulent laisser toute liberté à l'industrie pour charger ses voitures, d'autres, et c'est le plus grand nombre, pensent qu'il faut lui imposer des limites et des tarifs, dont la base à peu près uniforme est la largeur de la jante des roues. Quelques-uns enfin pensent qu'au-delà d'une limite assez peu élevée, il n'y a rien à gagner dans l'intérêt de la route à l'augmentation de la largeur des jantes.

Quant à la vitesse de transport, on la regarde en général comme nuisible aux routes, et l'on n'est pas d'accord sur l'influence préservatrice des ressorts, quoique l'on admette qu'elle diminue le tirage aux allures vives.

On reconnaît que la grandeur du diamètre des roues a pour résultat de diminuer le tirage, mais on ne sait pas au juste dans quel rapport, et personne ne songe que l'avantage qu'elle peut procurer à la puissance motrice doit aussi profiter à la conservation des routes.

On se demande comment dans un pays qui possède un corps d'ingénieurs aussi habile et aussi pénétré de ses devoirs que la France, une question dont les élémens sont peu nombreux et peuvent être si facilement isolés les uns des autres pour être étudiés séparément, n'a pas encore reçu de solution.

La raison en est que jusqu'à ce jour on a attaché trop peu d'importance aux recherches à la fois expérimentales et scientifiques, qu'on n'a pas encouragé les hommes laborieux disposés à s'y livrer, et qu'on ne leur a presque jamais fourni libéralement les moyens d'exécution nécessaires; et cependant quels fonds seraient plus utilement employés que ceux que l'on consacrerait à des études sérieuses sur les routes, sur le roulage, sur les machines locomotives, sur la navigation, sur la poussée des terres et des voûtes, et sur une foule d'autres questions de physique mécanique, qui touchent de si près aux intérêts matériels et industriels du pays?

De tous les gouvernemens le nôtre est néanmoins celui qui encourage le plus les recherches scientifiques, et si les crédits législatifs lui laissaient plus de latitude, il est probable que des moyens d'exécution et des facilités plus étendus seraient accordés aux hommes d'étude.

Le ministère de la guerre a, depuis quelques années, favorisé de la manière la plus libérale, d'importantes recherches expérimentales dans lesquelles l'école d'application de l'artillerie et du génie a pris une large part. On lui doit déjà les belles expériences hydrauliques de MM. Poncelet et Lesbros, entreprises sur l'avis du comité du Génie; depuis 1833, une commission d'officiers d'artillerie formée à Metz, a reçu, sur la proposition du comité de l'Artillerie, des moyens illimités pour l'exécution de vastes expériences sur les principales questions de physique mécanique qu'offre l'action de la poudre. Un habile officier du génie, professeur de constructions à l'école d'application, exécute en ce moment d'intéressantes recherches relatives à son art. Enfin depuis l'année 1831, où j'ai commencé une pre-

mière expérience sur le frottement, jusqu'à ce jour, les différens ministres de la guerre, sur l'avis du comité et du bureau de l'artillerie, m'ont donné des moyens d'exécution illimités. Jamais aucune entrave n'est venue m'arrêter, et j'ai obtenu en fonds, en matériel et en personnel, tout ce qui m'a été nécessaire pour l'exécution d'une expérience. C'est par de pareilles mesures que l'on attache un homme aux travaux dont on le charge. Aussi me suis-je entièrement dévoué à ces recherches, et si l'on trouve que je n'ai pas résolu la question sous tous les rapports, la faute n'en est pas du moins à mon zèle.

Je dois au surplus faire remarquer, qu'officier d'artillerie, professeur à l'école d'application, j'ai dû m'attacher plus particulièrement à la question proprement dite du tirage des voitures, qu'à ce qui concerne la conservation des routes, puisque le but spécial de mon travail était de fournir à la partie de l'enseignement dont je suis chargé, des données d'expérience qui lui manquaient.

Cette position particulière était au reste favorable pour une étude importante de certaines parties de la question, et surtout pour tout ce qui pouvait être relatif à la dégradation des routes. N'étant en effet sous l'empire d'aucune préoccupation d'état ni d'intérêt privé, n'apportant pas à la conservation des routes cet intérêt, en quelque sorte paternel, qui est dans le devoir de l'ingénieur des ponts-et-chaussées, et totalement désintéressé à l'augmentation ou à la diminution des chargemens, je n'avais d'opinion préalable ni même de prévisions sur aucun résultat. La vérité seule quelle qu'elle fût et les moyens de la constater m'intéressaient. Cette sorte d'indépendance morale est une circonstance heureuse dans de semblables recherches, car il est bien difficile de ne pas se laisser préoccuper malgré soi, par ses intérêts, ou par certaines conditions de position et, en parlant de cette tendance naturelle à l'homme, je n'entends en faire un sujet de blâme pour personne, car je serais loin de me croire plus exempt qu'un autre de cette influence, s'il s'agissait d'une question relative à mon état ou à mes études habituelles.

J'ai dit plus haut que les divers auteurs ou ingénieurs qui ont traité sous différens points de vue la question du tirage des voitures, étaient partagés d'opinion sur les objets principaux et, pour justifier cette assertion, en même temps que pour montrer quel était l'état de cette question au moment où je m'en suis occupé, il ne sera pas inutile de donner ici un résumé succinct des divers ouvrages qui ont été publiés sur cette matière.

M. Richard Lowell Edgeworth a inséré, en 1797, dans les transactions de l'académie royale d'Irlande, les résultats de ses expériences sur les véhicules à roues, et une seconde édition de cet ouvrage a été publiée en 1817, sous le titre de, *An essai on the construction of roads and carriages.*

Après quelques considérations préliminaires, l'auteur examine l'influence de la grandeur du diamètre des roues pour le passage des obstacles, et rapporte deux expériences qui confirment le résultat théorique connu, qui s'énonce, comme on sait, en disant que, *pour le passage des obstacles, la puissance des roues est proportionnelle à la racine quarrée de leur diamètre;* étendant cette conséquence aux terrains ordinaires, il en conclut, qu'entre les limites habituelles, il n'y a pas grand avantage à augmenter les diamètres des roues, et réduit le principal avantage des grandes roues à la facilité qu'elles donnent pour vaincre le frottement des essieux. Toutefois il établit ailleurs que c'est une erreur de regarder les petites roues comme préférables aux grandes dans les pays de montagnes, ainsi que le prétendaient alors quelques ingénieurs.

Relativement à la largeur des jantes, M. Edgeworth rapporte que, quand les actes du parlement eurent encouragé l'usage des jantes larges, en leur permettant des poids plus considérables qu'aux autres, les rouliers les adoptèrent, mais en donnant à la bande une forme convexe, de sorte que la roue en apparence à large jante, n'agissait réellement sur la route que comme une plus étroite.

Il démontre ensuite que les roues coniques ou à essieux inclinés, tendent, par l'inégalité de vitesse des différens points de la bande, à produire sur la route un glissement qui augmente la résistance et désagrège les matériaux. Ces conclusions sont confirmées par les expériences suivantes.

TABLEAU des expériences faites par M. Cumming, sur les roues coniques et cylindriques.

NUMÉROS des expériences d'après l'ordre dans lequel elles ont été faites.	CIRCONSTANCES dans lesquelles les expériences ont été faites, avec différentes sortes de voitures.	NOMBRE de poids nécessaire pour mettre la voiture en mouvement.	NOMBRE d'espaces dont la voiture avance après que le poids a cessé d'agir.
1	Les roues coniques posant sur toute leur largeur...	9	0 ½
4	Les roues cylindriques id..............	6	3 ½
2	Les roues coniques posant sur un quart de leur largeur au milieu de la bande......................	6	1
5	Les roues cylindriques id. id....	6	2
3	Les roues coniques posant sur deux bandes étroites sur les bords de leur jante	11	0
6	Les roues cylindriques id. id..........	6	2 ½

NOTA. L'auteur n'indique ni l'unité de poids ni celle de longueur.

TABLEAU des expériences faites par M. Edgeworth, sur les roues coniques et cylindriques.

NUMÉROS.	TEMPS.	ESPACES ou longueur de la route.	DÉSIGNATION DES ROUTES, qui étaient toutes rendues exactement horizontales dans les deux sens.	POIDS de la voiture et de sa charge.	POIDS EMPLOYÉ avec des roues coniques de 8 pouces *un quart* de diamètre intérieur et 6 pouc. *trois quarts* de diamètre extér^r, et 4 pouces de larg^e de bande.	POIDS EMPLOYÉ avec des roues cylindriques de 8 pouces *et demi* de diamètre et 4 pouces de largeur de bande.
1	10^{ff}	30^{pi}	Route de planches de sapin polies.	60^{liv}	3^{liv}	2^{liv}
2	10	30	Route en gravier légèrement tassée, semblable à une route de Hyde Park pendant l'été...........	60	6 ½	6
3	10	30	La même route récemment ratissée comme une nouvelle route en gravier.....................	60	8	7
4	10	30	La même route avec de gros cailloux répandus à sa surface, comme une grande route neuve ordinaire..................	60	9	9

L'auteur conclut de ces expériences que l'on ne doit employer que des fusées et des roues cylindriques,

Plus loin, il établit que par rapport à la largeur de la jante des roues, on

*

peut, en général, affirmer que la roue la plus large est la plus avantageuse à la route et, qu'entre certaines limites, la roue la plus étroite est la meilleure pour le voiturier.

M. Edgeworth a fait aussi des expériences sur un plancher de niveau d'une longueur de 75 pieds anglais, sur lequel il avait fixé des liteaux pour former des obstacles au passage d'un petit modèle de voiture à roues en bois de 7 pouces de diamètre, avec des essieux en acier poli, dans le but de reconnaître l'influence de la suspension sur la diminution de la résistance aux allures vives.

Il conclut de l'ensemble de ces expériences que l'avantage des ressorts croît avec la vitesse et que la forme des ressorts n'est pas de grande conséquence, pourvu qu'ils soient suffisamment élastiques. Nous ferons remarquer en passant et nous montrerons plus loin que les résultats de ces expériences sur l'accroissement de la résistance en fonction de la vitesse, sont complétement d'accord avec les nôtres, mais qu'Edgeworth n'avait pas entrevu la loi simple qu'ils renferment.

Le même appareil lui a servi à examiner l'influence de la longueur et de la hauteur des voitures à deux trains sur la résistance, et il en conclut que « la différence en longueur ou hauteur, toutes choses égales d'ailleurs, a » peu d'influence sur la facilité plus ou moins grande de les traîner, » et que les voitures courtes n'ont d'autre avantage que d'être plus faciles à conduire dans les villes.

Toutes ces expériences ont été faites en petit, sur des modèles dont la construction différait notablement des voitures ordinaires et, quelle que soit la justesse des conclusions qu'il en avait tirées, l'auteur reconnaît bien qu'elles sont si différentes des opinions admises avant lui et de celles des hommes qu'il appelle assez plaisamment « cette race obstinée qui usurpe le titre » de praticiens » qu'il est indispensable de les répéter sur des voitures et des routes ordinaires.

Coulomb, pour l'exécution de ses expériences sur la raideur des cordes, a été conduit à en faire quelques-unes sur la résistance qu'éprouvent des rouleaux en bois sur un plan horizontal. De ces essais trop peu nombreux, puisqu'ils ne sont relatifs qu'à deux rouleaux de 2 pouces et de 6 pouces de diamètre, cet illustre physicien a conclu que la résistance au roulement est proportionnelle à la pression et inversement proportionnelle au rayon du rouleau.

Le comte de Rumford (*sir Benjamin Thompson*), a présenté à la première classe de l'Institut, le 15 avril 1811, un mémoire intitulé, *Observations sur l'avantage d'employer les roues à larges jantes pour les voitures de voyage et de luxe.* Ce travail est inséré dans la Revue Britannique, année 1816.

Ces expériences ont été faites avec une voiture de luxe suspendue, à laquelle on a adapté successivement trois paires de roues de devant et de derrière de largeurs différentes, mais à peu près de même diamètre.

Voici les données et dimensions fournies par l'auteur.

	DIMENSIONS DES ROUES.		
	1res roues.	2es roues.	3es roues.
	pi o li	pi o li	pi o li
Diamètre des roues... de devant.................	3 4 »	3 2 3	3 3 3
Diamètre des roues... de derrière................	4 9 3	4 8 9	4 8 3
Largeur des cercles..............................	1 9	2 3	4
	livres.	livres.	livres.
Poids des roues...... de devant..................	224	174	240
Poids des roues...... de derrière................	226	258	360
Poids des roues..................................	350	432	600

La voiture avec son chargement a toujours pesé 2121 livres.

Les expériences ont été faites avec un peson à ressort et à aiguilles à différentes allures et sur diverses routes, les résultats en sont réunis dans le tableau suivant.

Expériences du comte de Rumford, sur l'influence de la largeur des jantes.

DÉSIGNATION de la route.	LARGEUR des jantes.	ALLURES auxquelles les résistances ont été observées.			
		Petit pas.	Grand pas.	Petit trot.	Grand trot.
	po li	liv	liv	liv	liv
Grande route pavée de Versailles entre le pont de Sèvres, à Passy.	4 »	40 à 44	48 à 56	74 à 84	120 à 230
	2 3	44 à 48	56 à 60	84 à 96	130 à 140
	1 9	48 à 60	60 à 72	96 à 120	140 à 150
Sur l'accotement en un endroit où le chemin était bon et peu sablonneux.	4 »	76 à 84	80 à 84	80 à 88	80 à 88
	2 · 3	80 à 92	80 à 96	82 à 100	82 à 100
Sur le même accotement en un endroit un peu sablonneux.	4 »	92 à 100	»	100 à 110	»
	2 3	100 à 120	»	120 à 130	»
Sur le même accotement en un endroit plus sablonneux.	4 »	120 à 130	»	120 à 130	»
	2 3	125 à 135	»	180 à 200	»
Sur le même accotement en un endroit très-sablonneux.	4 »	160 à 180	»	160 à 180	»
	2 3	180 à 200	»	180 à 200	»
Beau chemin de Saint-Cloud.	4 »	72 à 80	»	80 à 84	»
	2 3	80 à 84	»	82 à 84	»
Même route sur des cailloux nouvellement placés.	»	200 à 240	»	»	»
	»	220 à 280	»	»	»
Sables profonds du bois de Boulogne.	»	240	»	»	»
	»	260 à 280	»	»	»
En montant la route pavée d'Auteuil.	»	140	»	»	»
	»	150	»	»	»

Ces expériences indiquent que, sur le pavé, la résistance diminue à mesure que la largeur de la jante augmente. Mais il faut observer qu'elles ont été faites avec des jantes dont les plus larges n'avaient que 4 pouces, ou 0^{m},11 et les plus étroites 1 pouce 9 lignes, ou 0^{m},048 et sur le pavé arrondi des environs de Paris, dont les grandes dimensions et les intervalles forment autant de petites ornières dans lesquelles les roues étroites glissent dans le sens de la longeur des essieux, outre qu'elles en choquent les bords dans le sens du mouvement. Cet effet est tout différent de celui que produisent les jantes larges sur les routes compressibles et l'augmentation de résistance éprouvée par les jantes étroites provient ici seulement des chocs plus fréquens et plus intenses qu'elles éprouvent, ainsi que le montrent les résultats

mêmes des expériences, où l'on voit l'avantage des jantes larges s'accroître avec la vitesse.

Les dimensions, la forme et le mode de pose du pavé exerçant ici une influence immédiate sur les résultats, on ne peut en appliquer les conséquences à des pavés qui seraient beaucoup plus serrés ou plus unis.

Quant aux expériences faites sur des terrains compressibles, elles semblent montrer que l'avantage des jantes larges sur les petites n'est pas très-grand quand le fond est solide.

Ce que ces expériences offrent de plus remarquable c'est qu'elles mettent en évidence l'accroissement de la résistance avec la vitesse sur les routes dures et sa constance sur les routes compressibles. Elles ont servi de base à presque tous les auteurs qui ont écrit sur cette matière et, chose singulière, aucun d'eux n'y a vu la véritable loi qu'elles manifestent, parce que tous préoccupés de certaines idées théoriques, adoptées à priori, en ont torturé les chiffres pour les faire cadrer avec des formules empyriques conformes à ces idées. Nous verrons plus loin que les résultats de ces expériences sont parfaitement d'accord avec ceux que j'ai obtenus.

M. de Gertsner professeur à l'institut technique des états de Bohême, a publié en 1813 un mémoire sur les grandes routes, les chemins de fer et les canaux, dont la traduction a été faite par M. Terquem, bibliothécaire du dépôt central de l'artillerie et publiée avec une introduction par M. Girard, membre de l'Institut.

L'auteur raisonnant d'après l'hypothèse que la réaction du terrain augmente proportionnellement à une certaine puissance de la profondeur, établit une théorie d'où il conclut :

1° Que la résistance provenant des ornières augmente dans un rapport plus grand que la charge, et qu'il est plus avantageux de partager la charge sur plusieurs voitures que d'en charger démesurément une seule ;

2° Que sur un terrain mou la résistance est plus considérable que sur un terrain dur ; ce qui n'avait guère besoin d'être démontré ;

3° Que la résistance diminue lorsque le diamètre augmente ;

4° Que la résistance diminue par l'augmentation de la largeur des jantes.

Relativement aux routes dures sur lesquelles il y a des chocs il déduit de ses formules :

1° Que la partie de la force de traction provenant des chocs est proportionnelle à la charge ;

2° Qu'elle est proportionnelle au quarré de la vitesse ;

3° Qu'elle augmente en raison inverse de l'écartement du pavé, ou que plus l'éloignement des pavés est petit, plus le tirage est pénible.

Sans nous arrêter à discuter ces conséquences établies à l'aide d'hypothèses qui ne sont pas confirmées par l'expérience, nous ferons seulement remarquer que la dernière est évidemment fausse, et qu'il est étonnant que son énoncé seul ne l'ait pas fait paraître telle à un ingénieur aussi distingué que M. de Gertsner.

L'auteur établit ailleurs que : « les frais de transport sont diminués, tant » en pays de plaine qu'en pays de montagne, par des routes bien solides, » bien unies et par l'adoption de grandes roues. »

» Que la tangente de l'angle d'inclinaison du tirage pour les voitures de » roulage ordinaires doit être $\frac{1}{15}$ ou $\frac{1}{16}$ et qu'en général de petites roues et » de mauvaises routes exigent des traits plus élevés que de bonnes routes, » de grandes roues et des essieux bien tournés et bien graissés. »

M. de Gertsner discutant sous l'influence de ses idées théoriques les résultats des expériences du comte de Rumford en conclut que, sur les routes dures, la résistance au tirage croît comme le quarré de la vitesse et que sur les terres, le sable et les pierrailles, la résistance est indépendante de la vitesse.

M. Navier, ce savant illustre à qui l'art de l'ingénieur doit tant et de si utiles recherches, a publié en 1835 un mémoire intitulé, *Considérations sur les principes de la police du roulage et sur les travaux d'entretien des routes*. Dans ce travail il aborde la question avec la franchise de son caractère et la discute en adoptant pour principe que l'industrie des transports ne doit pas avoir toute liberté dans ses chargemens, et prend pour base unique des tarifs qu'on doit lui imposer la largeur de la jante de roue.

Il fait remarquer que, si ce principe est admis, le tarif du décret du 23 juin 1806, qui était alors le seul en vigueur, n'est pas exact. En effet, si l'on calcule d'après ce tarif les chargemens par centimètre de largeur de jante, on trouve les résultats suivans.

Tarif des chargemens fixé pour le roulage par le décret du 23 *juin* 1806, *et pour les messageries, par la décision du directeur général des ponts et chaussées du* 16 *mai* 1816.

LARGEUR des jantes.	VOITURES A DEUX ROUES. Chargement				VOITURES A QUATRE ROUES. Chargement				CHARIOTS A VOIES INÉGALES. Chargement				MESSAGERIES. — Chargement d'été et d'hiver.	
	d'été.		d'hiver.		d'été.		d'hiver.		d'été.		d'hiver.			
	TOTAL.	sur 0m,01.	TOTAL.	sur 0m,01.	TOTAL.	sur 0m,01.	TOTAL.	sur 0m,01.	TOTAL.	sur 0m,01.	TOTAL.	sur 0m,01.	TOTAL.	sur 0m,01.
m	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil	kil
0,08	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	2560	80
0,11	2700	123	2200	100	4000	91	3300	75	4400	100	3700	84	3520	80
0,14	4100	146	3400	121	5700	102	4700	84	6200	111	5200	93	4480	80
0,17	5800	170	4800	141	8100	119	6700	99	8800	129	7400	109	5440	80
0,22	»	»	»	»	10500	119	8700	99	11400	129	9500	108	»	»
0,25	8200	164	6800	136	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

On voit en effet que ce tarif permet des chargemens bien plus forts à proportion aux roues de 0m,17 et surtout à celles des charrettes qu'à toutes les autres, et M. Navier attribue à cette différence l'usage presque général où sont les rouliers de Normandie de se servir de charrettes de 0m,17 de largeur de jantes, sans remarquer que ces voitures ayant de grandes roues, elles sont beaucoup plus faciles à tirer que les charrettes ordinaires à quatre roues.

Cet ingénieur trouve les chargemens permis aux roues de 0m,17 trop forts et propose pour le roulage un tarif uniforme basé sur la largeur de la jante, à raison de 120 kil. pour l'été et 100 kil. pour l'hiver, mais il réduit cette base à 80 kil. en toute saison pour les messageries.

Examinant ensuite l'influence de la vitesse sur la résistance au tirage et sur la dégradation des routes, il rappelle et soutient les conclusions de la commission d'ingénieurs, nommée le 31 juillet 1832, pour la préparation de la loi sur la police du roulage présentée en décembre de la même année, et par lesquelles, tout en admettant que l'emploi des ressorts doit contribuer à diminuer l'accroissement de la résistance et des dégradations provenant de l'augmentation de la vitesse, cette commission conclut que l'effet destructeur des chocs produits par les diligences allant au trot, est une fois et demie à une fois trois quarts plus grand que pour les voitures de roulage.

M. Brisson, inspecteur des ponts et chaussées, dans un rapport rédigé en

1828, avait dit précédemment que « la vitesse de la marche d'une voiture, avait pour la chaussée qu'elle parcourt, des conséquences différentes selon l'état de cette chaussée et il avait donné pour résultats des expériences faites en 1816, par une commission d'ingénieurs, les conséquences suivantes :

1° Sur les chaussées en empierrement ou en gravelage en bon état, une voiture menée au trot fait moins de mal qu'au pas. Elle en fait plus au contraire quand les chaussées sont en mauvais état. Nous verrons que dans tous les cas sur les routes en empierrement la résistance et par suite les dégradations croissent avec la vitesse, toutes choses étant égales d'ailleurs ;

2° Sur les chemins en pavés d'échantillon les effets immédiats du pas et du trot n'ont pu être distingués. Cependant le pas paraît préférable en ce qu'il ne produit pas de fortes commotions, qui ébranlent et détériorent à la longue les chaussées les plus solides ;

3° Les chaussées pavées en blocage ou en pierres irrégulières, sont celles où le trot est le plus nuisible, relativement au pas.

Les conclusions de cette commission, auxquelles M. Navier paraît donner son assentiment, sont qu'on ne doit pas admettre pour les voitures conduites au trot des poids aussi considérables que pour les voitures ordinaires de roulage, menées au pas; et dans une autre partie de ce rapport, on propose d'assimiler les diligences aux voitures de roulage allant au trot, malgré l'avantage des ressorts.

A la suite de son mémoire, M. Navier rapporte les résultats de l'enquête parlementaire faite en Angleterre en 1831, par la chambre des communes, relativement aux routes et ceux de l'interrogatoire des ingénieurs les plus consommés dans l'art de construire et d'entretenir les routes.

Parmi les sujets principaux qui font l'objet de cette investigation nous examinerons principalement ce qui concerne l'influence de la largeur des jantes et celle de la vitesse : quant à celle du diamètre des roues, il est remarquable qu'il n'en soit pour ainsi dire pas fait mention.

M. James Mac Adam, l'auteur du système de construction des routes qui porte son nom, s'exprime en ces termes :

« En ayant seulement égard à l'intérêt de la route, je préférerais une » roue de 4 pouces et demi, $0^{m},114$, *à bandes plates*, à aucune autre espèce » de roues qui pût être faite, étant d'opinion qu'une bande de plus grande » largeur ne peut jamais toucher la surface d'une grande route bien faite. » Et il ajoute : « au-delà de cette limite je ne pense pas qu'aucune augmen» tation de largeur fût utile. »

Le même ingénieur dit qu'il regarde la diligence telle qu'on la charge, comme la voiture qui fait le plus de mal aux routes, mais il faut observer qu'en Angleterre, ces voitures ont généralement des bandes de roues de $0^m,051$ à $0^m,060$ seulement et pèsent en tout environ 2031 kil., ce qui établit une charge moyenne de 100 à 85 kil. par centimètre de largeur de jante.

Il fait remarquer que des bandes arrondies ont sur la route le même effet que des bandes d'une largeur égale à celle de la partie restée plate.

M. J. Macneill interrogé sur la forme la plus convenable aux essieux, regarde les essieux cylindriques parfaitement rectilignes et les roues droites comme très-avantageux, parce qu'il n'y a pas de glissement sur le sol.

Il pense que l'usage des ressorts diminue le tirage, sans indiquer si cet avantage est aussi grand à toutes les vitesses.

Cet ingénieur propose le tarif suivant.

Tarif de chargement proposé au comité d'enquête de la chambre des communes par M. J. Macneill.

DÉSIGNATION des voitures.	VITESSES en lieues de 4000m à l'heure.	POIDS moyen.	LARGEUR des bandes.	PRESSION sur chaque roue.	PRESSION sur chaque centimètre de largeur.
	lieues	kil	m	kil	kil
Malles-postes.....	3,6 à 4,4	2031	0,057	508	89
Diligences.......	3,2 à 4,4	2539	0,051	635	125
Fourgons........	2,4 à 2,8	4570	0,064	1143	179
Chariots.........	1 à 1,2	6094	0,229	1524	67
Chariots.........	1 à 1,2	4570	0,152	1145	75
Chariots.........	1 à 1,2	3555	0,102	889	89

Ce tarif permet donc aux fourgons non suspendus ou beaucoup moins bien suspendus que les diligences et allant au trot, des chargemens bien plus forts qu'aux diligences et aux malles-postes.

Relativement à l'influence de la vitesse pour augmenter le tirage, M. J. Macneill donne une formule empyrique, pour représenter les résultats de ses expériences sur la route de Londres à Shressbury, cette formule indique une augmentation de la résistance proportionnelle à la vitesse. Mais d'après les valeurs qu'il indique pour le rapport de l'accroissement de la résistance à la vitesse, il s'ensuivrait que cette augmentation serait beaucoup plus considérable sur une route en empierrement que sur le pavé et croîtrait à

*

mesure que l'humidité et la boue rendraient le sol plus mou, ce qui est en désaccord complet avec les résultats que nous rapporterons plus loin. On verra ailleurs que les accroissemens de la résistance observés par cet ingénieur sur une route en empierrement, suivent la loi simple que j'ai déduite de l'expérience.

M. Coriolis, ingénieur en chef des ponts et chaussées, a inséré dans les annales des ponts et chaussées plusieurs notices relatives aux routes et au tirage des voitures.

Dans l'une d'elles, en cherchant à apprécier directement l'influence du diamètre, de la largeur de jante et de la pression, sur le tirage, et partant de l'hypothèse que la résistance du sol est proportionnelle au degré de l'enfoncement, ce savant ingénieur arrive à une formule qui exprime que la résistance au tirage augmente plus rapidement que la pression, et qu'elle est en raison inverse de la puissance $\frac{2}{3}$ du rayon et de la puissance $\frac{1}{2}$ de la largeur de la bande.

Ces résultats déduits d'une hypothèse que l'auteur n'a admise que comme un moyen de se faire une idée approximative de la marche des effets, ne s'accordent pas tout à fait avec l'expérience, mais ils s'en rapprochent cependant assez, et l'on en pourrait tirer au moins ces conclusions, que l'influence de la grandeur du rayon pour la diminution de la résistance et par suite pour celle des dégradations, est beaucoup plus sensible que celle de la largeur de la bande de roue.

Relativement aux chaussées pavées, les mêmes considérations conduisent M. Coriolis à conclure que, sur les chaussées pavées, le travail consommé par le tirage diminue lorsqu'on augmente les dimensions des pavés. En cela nos conclusions sont d'accord avec celles de ce savant ingénieur, avec cette restriction, qu'il a sans doute implicitement admise, que le pavé serait mieux posé que celui de Paris et ne serait pas exposé par la largeur démesurée des joints à s'arrondir et à devenir une surface aussi inégale et aussi rabotteuse.

M. Dupuit, habile ingénieur des ponts et chaussées, a publié en 1837 un essai sur le tirage des voitures et sur le frottement de seconde espèce. Le travail de cet ingénieur est remarquable par l'esprit de méthode et d'observation que l'auteur y a développé et contient beaucoup de réflexions fort justes. Les expériences ont été faites avec un peson ordinaire à ressort et à cadran, les flexions étant indiquées par une aiguille dont les oscillations

continuelles rendent comme on sait l'observation très-difficile. Ce défaut de l'instrument me paraît une explication suffisante des différences qui se manifestent entre les résultats obtenus par ce savant ingénieur et ceux que m'ont donnés mes dynamomètres à style, dont il ne paraît pas qu'il connût alors la construction.

Quoique mes expériences attribuent à la grandeur du diamètre des roues, une influence plus grande que celle que M. Dupuit a conclue des siennes, il est néanmoins juste de reconnaître que, parmi les auteurs qui ont écrit sur cette matière, cet ingénieur est celui qui a le plus insisté sur l'importance de cette dimension pour la diminution du tirage.

M. Dupuit déduit de ses expériences les conséquences suivantes :

Le frottement de roulement est

Sur toutes les espèces de surfaces	Indépendant de la pente de la surface. Proportionnel à la pression. En raison inverse de la racine quarrée du diamètre.
Sur les surfaces unies, molles ou dures	Indépendant de la vitesse. *idem* de la largeur de la bande. *idem* de la suspension.
Sur les surfaces unies et molles	Diminué par le nombre de roues lorsque la voie est la même.
Sur les surfaces uniformément raboteuses	Augmenté par la vitesse pour les voitures non suspendues. Diminué par la suspension, d'autant plus que la vitesse est plus considérable. Diminué par la largeur de la bande jusqu'à une certaine limite dont on approche sans cesse. Indépendant du nombre de roues pour la voiture non suspendue (*résultat douteux*). Diminué par le nombre de roues pour la voiture suspendue (*résultat douteux*).

Le même ingénieur remarquant avec raison que les bandes de roue s'arrondissent promptement, montre par des exemples qu'au bout de quelque temps, des bandes de $0^{m},17$, $0^{m},14$ ou $0^{m},11$, sont tellement déformées, que la

partie rectiligne de leur profil, est réduite à $0^m,06$ ou à $0^m,07$, et observant que, par suite de cette déformation, la portion comprimée de terrain se trouve extrêmement réduite, il arrive à cette conséquence que l'intérêt de la conservation de la route est presque étranger à la fixation de la largeur de la bande de roue.

Beaucoup d'autres ingénieurs ont écrit sur la construction, sur l'entretien des routes et sur les questions qui se rattachent à la police du roulage, mais sans s'occuper spécialement de celle du tirage des voitures, qui a fait l'objet principal de nos recherches; je ne crois pas en conséquence devoir analyser ici leurs opinions, comme je l'ai fait pour les travaux qui se rapprochent davantage du mien. En résumé l'on voit:

1° Que l'opinion dominante parmi les ingénieurs chargés de l'entretien des routes en France et en Angleterre est qu'il faut limiter les chargemens;

2° Qu'en France les ingénieurs des ponts et chaussées admettent en général que l'on doit prendre pour base du tarif la largeur des jantes, tandis que les ingénieurs anglais et quelques ingénieurs français, pensent qu'au-delà de $0^m,10$ à $0^m,12$ de largeur, tout accroissement est une surcharge inutile pour la voiture et sans profit pour la route;

3° Que la plupart des ingénieurs qui ont fait des expériences sur cette question, à l'exception de M. Dupuit, n'ont attaché que fort peu d'importance à la dimension du diamètre des roues, sous le rapport de la facilité qu'il peut procurer à la puissance motrice, et qu'aucun d'eux ne s'est occupé de l'influence de cette dimension sur la dégradation des routes;

4° Que la loi de l'accroissement de la résistance à mesure que la vitesse augmente, n'a pas encore été bien établie, quoiqu'elle fût implicitement exprimée par les résultats des expériences du comte de Rumford et par celles de M. J. Macneill;

5° Que, si l'on a reconnu que la suspension des voitures atténuait d'autant plus l'accroissement de la résistance correspondant à celui de la vitesse sur les routes dures, que les voitures étaient plus douces, on a en général négligé d'en tirer cette conclusion si naturelle, que les effets destructeurs produits sur les routes devraient suivre la même progression et qu'il pourrait par conséquent arriver que les voitures suspendues, mues rapidement, ne dégradassent pas plus les routes que les chariots non suspendus allant au pas *.

* M. Coriolis est à peu près le seul qui ait indiqué cette conséquence dans une note *sur les circonstances qui influent sur le tirage*, etc. Annales des ponts et chaussées.

Tel est aujourd'hui l'état de la question du tirage des voitures, et le point où la prend le Mémoire que j'ai présenté à l'Académie des Sciences.

Ce travail était projeté depuis long-temps; car les expériences dont il sera question dans ce Mémoire étaient l'objet principal que je me proposais d'étudier, lorsqu'en 1831 j'entrepris, sur le frottement, les recherches dont les résultats ont été présentés à l'Académie des Sciences, et imprimés, par son ordre, dans le Recueil des savans étrangers. Cette étude préliminaire du frottement de glissement, par l'étendue que j'ai été obligé de lui donner, a exigé plusieurs années, et, quel que fût mon désir d'étudier la question du tirage des voitures, il était indispensable que celle du frottement de glissement fût auparavant complètement résolue. En effet, on ne peut faire des expériences sur le tirage des voitures qu'avec des corps mobiles autour d'un axe de rotation, et, dans ce mouvement, il se produit toujours entre l'axe et ses boîtes un frottement de glissement dont il est indispensable de tenir compte.

En commençant, en 1831, par le frottement de glissement, je me proposais surtout de vérifier les lois trouvées par Coulomb, et ne m'attendais pas qu'il faudrait refaire en entier son travail sur des bases nouvelles et bien plus étendues. Une fois engagé dans cette recherche, j'ai dû la continuer jusqu'à la fin, pour la rendre complète, et l'appliquer à tous les cas qui peuvent se présenter dans la pratique des constructions de tous genres. Sentant l'utilité de la solution de cette question, je n'ai pas reculé devant l'immensité du travail qu'exigeait le relèvement détaillé de plus de 3000 courbes qu'il fallait développer et construire par points. Grâce aux moyens d'exécution qui m'ont été si libéralement fournis par le Ministre de la Guerre, je suis enfin parvenu, après quatre années, à terminer cette première partie, et, dès l'année 1835, j'ai pu commencer à m'occuper du frottement de roulement.

Pour en découvrir les lois, j'employai d'abord un appareil particulier que je décrirai plus tard, mais le relèvement et la discussion des expériences me montrèrent bientôt que, malgré tous mes soins et toute la précision des moyens d'observation, l'influence des masses mises en mouvement était telle que, dans tous les cas où la résistance était très-faible, il devenait impossible d'en apprécier la valeur avec exactitude par ce moyen. Je fus donc obligé de renoncer à l'employer et de recommencer une portion considérable de mon travail.

Ce n'est qu'en 1837 que j'ai pu reprendre cette étude par des moyens

nouveaux et en perfectionnant les instrumens, de manière à pouvoir opérer sur les grandes routes avec des voitures pesamment chargées, et dans toutes les circonstances ordinaires de la pratique. Des voitures à deux ou à quatre roues, des affûts et voitures d'artillerie, des diligences, des voitures de luxe, des camions, etc., ont été successivement employés aux expériences, et je crois avoir aujourd'hui passé en revue la plus grande partie des objets importans de la question du tirage des voitures.

J'ai déjà dit qu'à la demande du comité et du bureau de l'artillerie, MM. les Ministres de la Guerre avaient mis à ma disposition tous les moyens d'exécution nécessaires : je dois ajouter que MM. les généraux Duchand et Schouller, commandans de l'école d'artillerie de Metz, ont mis à ma disposition des canonniers et des chevaux, M. le colonel Bouteiller, directeur d'artillerie, m'a permis de faire construire mes appareils à l'arsenal, MM. les chefs d'escadron du train d'artillerie m'ont donné des hommes de choix pour la conduite des voitures. D'un autre côté, MM. Lemasson, ingénieur en chef des ponts et chaussées, Lejoindre et Plassiard, ingénieurs ordinaires, ont mis toute l'obligeance de l'amitié à me seconder, en laissant à ma disposition des portions de routes convenables; ils ont à diverses reprises assisté aux expériences et constaté leurs résultats; M. Plassiard, en particulier, ainsi que M. Boileau, lieutenant d'artillerie, m'ont secondé activement par leur coopération personnelle aux expériences. Enfin, l'administration des messageries générales de France, pénétrée de l'importance d'une solution exacte d'une question qui se rattache de si près à son industrie, n'a pas hésité à me prêter libéralement, à diverses reprises et pendant tout le temps nécessaire, une de ses voitures. Qu'il me soit permis de remercier publiquement tant d'hommes éclairés de ce concours libéral, aussi honorable pour ceux qui l'ont accordé que flatteur pour celui qui en a été l'objet.

En publiant ce travail au moment où la discussion de la loi sur la police du roulage va se rouvrir devant les chambres, j'ai pensé qu'il pouvait jeter quelque lumière nouvelle sur cette importante question. Je crois avoir établi les conclusions que je formule sur une saine discussion des données de l'expérience, mais je conserve entre mes mains, pour les produire, s'il y a lieu, tous les résultats immédiats qu'elle a fournis. Ils sont, littéralement parlant, *écrits par les chevaux sur le papier*, et sont ainsi autant de preuves matérielles à l'appui de l'exactitude de mon travail.



EXPÉRIENCES

SUR

LE TIRAGE DES VOITURES.

1. *Appareils employés aux expériences.* Les appareils employés ont varié suivant le genre et l'objet des expériences, et dans celles qui ont été faites en 1835 et 1836, par lesquelles je me proposais principalement d'étudier les lois de la résistance éprouvée par un corps cylindrique, qui roule sur une surface plane, en examinant séparément l'influence de la pression, du diamètre et de la largeur du cylindre, et celle de la vitesse, j'ai employé l'arbre en fonte qui m'avait servi précédemment aux expériences sur le frottement des tourillons. Sur cet arbre, parfaitement cylindrique, on plaçait à volonté des disques pleins, en fonte, tournés au diamètre exact de $0^m,787$, ou des poulies de $0^m,400$. En changeant le nombre des disques et des poulies, on pouvait faire varier la pression, la largeur des surfaces frottantes et le diamètre du rouleau.

Ce rouleau fut posé d'abord sur une surface horizontale formée de terre argileuse qui avait été battue, damée pendant très-long temps, comme une aire de grange, et mise parfaitement de niveau; ensuite sur une couche de

sable fin de la Moselle, puis sur de longues pierres bien dressées, sur des pièces de bois, sur des bandes de fer, de fonte, etc.

Dans le prolongement de l'axe longitudinal de ce banc était placée la poulie de renvoi, avec son plateau en cuivre et l'appareil chronométrique à style employés et décrits dans les expériences sur le frottement (*). Un cordon de soie, entouré et fixé par un bout, soit sur l'arbre même ou sur un des rouleaux, passait sur la poulie et soutenait à l'autre bout une caisse dans laquelle on plaçait un poids moteur.

Le rouleau, ramené à bras vers l'extrémité du banc la plus éloignée de la fosse, y était arrêté par un déclic, et, dès qu'on lâchait celui-ci, le poids moteur produisait le mouvement, dont la loi était tracée sur le plateau de la poulie par le style de l'appareil chronométrique.

Je ne crois pas devoir entrer dans plus de détails sur cet appareil, parce que son analogie avec celui qui a été employé aux expériences sur le frottement, est assez grande pour m'en dispenser. J'ajouterai seulement qu'en 1836 j'avais substitué au premier appareil chronométrique à style celui que j'avais plus tard fait construire pour les expériences de la Commission des principes du tir de l'Ecole de Metz, et qui donnait la loi graphique du mouvement avec beaucoup plus de précision.

Ce mode d'expérimentation était, comme on le voit, semblable à celui que Coulomb avait employé dans les expériences qu'il fit sur le frottement de roulement. Mais, quoiqu'il fût beaucoup plus précis, je reconnus bientôt, par le relèvement des courbes, que, dans tous les cas où les corps en contact sont durs et, par conséquent, la résistance très-faible, le moment d'inertie des masses, ainsi mises en mouvement, ayant toujours une très-grande valeur, comparativement à cette résistance, la moindre incertitude dans sa détermination, toujours fort délicate, entraînait des erreurs, telles qu'il était impossible de lier les résultats entr'eux d'une manière certaine, et qui ne laissât rien à l'arbitraire. Je fus donc obligé de renoncer à un travail de près d'une année, et de le recommencer sur nouveaux frais et avec d'autres moyens d'observation.

2. *Appareil avec arbre en fonte employé avec des chevaux.* Le même arbre en fonte, *aa*, Pl. I, Fig. 1 et 2, chargé de disques, a été disposé de la ma-

(*) Voyez le 1[er] et le 3[e] mémoire sur les nouvelles expériences sur le frottement faites à Metz en 1831 et 1832; chez Bachelier, libraire à Paris.

nière suivante pour les expériences à faire sur les charrettes avec des chevaux et sur différens terrains. Ses deux extrémités ont reçu de petits tourillons, *bb*, par lesquels il se liait à un cadre de traction, *ccdd*. Sur les deux côtés, *cd*, de ce cadre ont été fixés deux brancards, et sur la traverse antérieure, *cc*, on a placé un dynamomètre à style avec plateau tournant, ou à cylindres (*). Les chevaux s'attelaient à un palonnier mobile, et, afin que celui qui était dans le brancard ne fût pas chargé à dos ou en sens contraire, on équilibrait le brancard par des contrepoids en fonte, placés aux extrémités *d* des branches latérales du cadre.

Les disques étant centrés et tournés exactement, on pouvait, en en plaçant plusieurs l'un à côté de l'autre, avoir des jantes de différentes largeurs. Des boulons traversaient ces disques, ainsi réunis, et les tenaient rapprochés. Des clefs de calage les liaient à l'arbre, avec lequel ils tournaient. Outre ces grands disques on en pouvait placer de plus petits, destinés à faire varier la pression, sans changer la largeur et le diamètre des autres.

Pour faire aussi des expériences avec les roues ordinaires, on remplaçait les petits tourillons, *bb*, de l'arbre par des fusées d'essieu, qui s'engageaient par une portée cylindrique dans l'extrémité creuse de cet arbre, et qui recevaient des roues. L'ensemble de l'appareil restait le même, et le nombre de disques placés sur l'arbre déterminait la charge.

On voit que cet appareil constituait une véritable charrette, en équilibre autour de son axe de rotation.

3. *Appareil employé avec les voitures.* Quant aux expériences faites avec les diverses voitures, et qui constituent la plus grande partie de celles que nous avons exécutées, il a suffi de placer sur l'avant-train un des appareils dynamométriques décrits dans la notice citée, ce qui n'exigeait qu'un léger changement dans la ferrure propre à chaque voiture. Je me bornerai, en conséquence, à renvoyer à cette notice pour tout ce qui tient à ces appareils et à leur usage.

Il est cependant nécessaire de rappeler que ces instrumens se composent principalement de deux lames de ressort, construites de manière à prendre des flexions proportionnelles aux efforts auxquels elles sont soumises, et qu'un style, fixé à l'une des lames, laisse sur une feuille de papier une trace de tou-

(*) Voyez pour la disposition, la construction et l'usage de ces instrumens, la description des appareils chronométriques et dynamométriques par A. Morin, chez L. Mathias, libraire à Paris.

*

tes les flexions; que cette feuille, circulaire dans les premiers appareils, et en bande allongée dans les derniers, reçoit un mouvement qui est dans un rapport constant avec le chemin parcouru, et qu'alors l'aire comprise entre la courbe des flexions et une autre ligne qui représente le zéro des efforts, représente exactement la quantité d'action, ou de travail, développée, par le moteur.

Dans un autre appareil destiné à des expériences sur de grandes étendues de chemin à parcourir, on a substitué au style un compteur qui totalise la quantité de travail développée sur une étendue de chemin déterminée.

Ces deux genres d'appareils, employés dans des circonstances identiques, fournissent les mêmes résultats, ainsi qu'on le verra plus tard.

4. *Marche suivie pour étudier l'influence des différentes circonstances sur le tirage.* Les causes qui peuvent exercer, sur l'intensité du tirage et sur la destruction des routes, une influence régulière et notable qu'il s'agissait d'étudier et de constater, sont :

1° Le diamètre des roues ;

2° La largeur des bandes de roues ;

3° La vitesse de transport ;

4° L'inclinaison de la ligne de traction ;

5° La suspension ou l'élasticité plus ou moins parfaite du véhicule.

Pour montrer que nous avons procédé avec méthode dans l'examen de ces diverses influences, il ne sera pas superflu d'indiquer succinctement la marche qui a été suivie.

5. *Moyens employés pour reconnaître l'influence de la grandeur du diamètre des roues.* Pour reconnaître l'influence du diamètre des roues, nous avons fait varier cette dimension dans des limites très-étendues, et fait des expériences spéciales à ce sujet. Ainsi, avec le dispositif où l'arbre en fonte et sa charge, formant un rouleau ou une charrette, étaient tirés par des chevaux, on s'est servi des disques de 0^{m},787 de diamètre et de roues d'affût de 12 de campagne de 1^{m},56 de diamètre; pour les voitures à quatre roues, on a monté un affût de 16 chargé de sa pièce sur des roues d'affût de place et côte, de 1^{m},10 de diamètre,
sur des roues d'affût de siège de 1^{m},564 de diamètre,
et sur des roues de triqueballe de 2^{m},050 id.

On a ensuite employé un camion, sur lequel on a réparti le chargement de diverses manières, en en laissant le poids total toujours le

même. Enfin on a fait marcher sur le pavé de Paris, un chariot des messageries générales, d'abord avec des roues de $0^m,84$ et $1^m,18$, puis avec d'autres roues de $1^m,18$ et $1^m,50$ de diamètre.

De plus, les expériences qui ont été faites sur toutes les autres voitures ont servi à confirmer, par leur accord, les résultats et les conséquences déduites de cette recherche directe de l'influence du diamètre.

6. *Dispositions prises pour reconnaître l'influence de la largeur des bandes de roues.* Les rapports qui existent entre l'intensité du tirage et la largeur de la jante ou de la bande de roue, ont été constatés à l'aide du dispositif décrit au n° 2, en plaçant successivement sur l'arbre en fonte, deux, quatre, six, huit, dix et même douze disques de $0^m,045$ d'épaisseur moyenne, ce qui donnait aux bandes des largeurs respectives de

$0^m,045$, $0^m,090$, $0^m,135$, $0^m,180$, $0^m,225$ et $0^m,280$,

et en le faisant rouler sur des terrains plus ou moins compressibles, tels que le sol du polygone de Metz, ramolli par la pluie, le sol du grand hangar de manœuvre de l'école d'application, nouvellement chargé d'une couche de $0^m,12$ à $0^m,15$ de sable mêlé de gravier, le chemin empierré en bon état, mais un peu humide, qui conduit aux batteries du polygone, et enfin des routes très-sèches et solides, ainsi que des chaussées pavées.

7. *Moyens employés pour reconnaître l'influence de la vitesse sur la quantité de travail consommée dans le transport.* La variation de la quantité d'action consommée par le tirage avec la vitesse de transport, a été étudiée avec les dispositifs décrits aux n°s 2 et 3, sur les différens terrains, sur les routes et sur le pavé, en faisant marcher les chevaux aux allures successives du petit pas, du pas allongé, du petit trot, du grand trot et quelquefois du galop.

L'emploi comparatif des voitures d'artillerie et des chariots non suspendus, et celui des voitures suspendues, a permis de reconnaître quelle était l'influence de la suspension plus ou moins parfaite sur l'intensité du tirage.

8. *Dispositif pour reconnaître l'influence de l'inclinaison du tirage.* Un dispositif fort simple a été adapté à l'avant-train d'un affût de siége, pour permettre de faire varier l'inclinaison du tirage dans des limites aussi étendues qu'il pouvait être nécessaire pour constater l'influence de cette cause

9. ***Moyens adoptés pour reconnaître l'influence de la suspension et de l'allure sur la dégradation des routes.*** Enfin, quant à l'influence combinée de la suspension et de la vitesse sur la dégradation des routes, il a été fait deux séries spéciales d'expériences, d'abord avec une petite diligence et un chariot d'artillerie, et ensuite avec une diligence des messageries générales, pesamment chargée, et en la faisant passer un même nombre de fois au pas, comme voiture non suspendue ou chariot, par le calage complet des ressorts, sur une largeur de 300 mètres, puis au trot, comme voiture suspendue, en rendant la liberté aux ressorts, sur une autre longueur de 300 mètres. Ces deux longueurs égales avaient été choisies de concert avec les ingénieurs du département de la Moselle, sur le même côté de la route et signalées comme étant identiquement au même état à l'origine des expériences.

10. ***Formules employées au calcul des résultats des expériences.*** Avant d'entrer dans l'exposition détaillée des résultats des expériences, il est nécessaire d'établir les formules employées à les calculer dans les différens cas.

11. ***Formule relative au dispositif avec l'arbre en fonte formant un rouleau ou unecharrette tirée par des chevaux.*** Dans ce dispositif, si l'on nomme

R la résistance opposée par le sol au roulement, et rapportée à la circonférence du rouleau,

F l'effort exercé par les chevaux,

α l'angle que forme la direction de cet effort avec le sol,

i l'angle d'inclinaison du sol avec l'horizon, ce qui donne $\sin i = \frac{h}{L}$ égal à la pente par mètre courant (h étant la pente relative à la longueur parcourue, L),

P le poids de l'arbre et de sa charge,

$p = 80$ kilogrammes, ou 115 selon le cas (le poids du cadre de traction et du brancard),

$f = 0{,}05$ le rapport du frottement à la pression pour les axes et leurs coussinets (*),

r le rayon des rouleaux égal à $0^m,3935$ pour les disques en fonte, et à $0^m,791$ pour les roues de 12 de campagne,

(*) Cette valeur du rapport f a été adoptée dans le calcul de toutes les expériences, parce que l'on a toujours eu soin d'entretenir les boîtes de roues abondamment pourvues d'enduit, qui, par le mouvement, se répartissait sans cesse sur les surfaces. Voir le mémoire sur les nouvelles expériences sur le frottement des tourillons, faites à Metz, etc.

ρ le rayon des tourillons de l'arbre, égal à $0^{m},0125$, quand il roulait sur les disques en fonte, et à $0^{m},037$ pour les essieux de 12 de campagne,

on aura évidemment, dans le cas où le mouvement est parvenu à l'uniformité, ou au moins à la périodicité,

$$\mathrm{FL}\cos\alpha = \pm(\mathrm{P}+p)h + \mathrm{RL} + \frac{f\rho}{r}\mathrm{L}\sqrt{\mathrm{F}^2+p^2-2\mathrm{F}p\sin(\alpha+i)},$$

d'où l'on tire

$$\mathrm{R} = \mathrm{F}\cos\alpha \mp (\mathrm{P}+p)\frac{h}{\mathrm{L}} - \frac{f\rho}{r}\sqrt{\mathrm{F}^2+p^2-2\mathrm{F}p\sin(\alpha+i)}.$$

Il est facile de voir que, dans les limites d'exactitude que l'on peut espérer, et qui suffisent dans de pareilles expériences, et par suite aussi des proportions données à l'appareil, on peut toujours, sans erreur notable, négliger le dernier terme du second membre relatif au frottement des tourillons. En effet, ce terme acquiert évidemment sa valeur maximum quand $i = o$. De plus, on a, d'après la longueur des traits, la hauteur de la boucle d'attelage du collier et le diamètre des disques,

$$\mathrm{Tang.}\,\alpha = \frac{0^{m},811}{3^{m},100} = 0,262, \quad \text{d'où} \quad \sin\alpha = 0,253 \quad \text{et} \quad \cos\alpha = 0,967,$$

$$\frac{f\rho}{r} = 0,0016,$$

et, si l'on suppose successivement des valeurs fort différentes à l'effort de traction F, on trouve pour

$$\mathrm{F} = 50^{kil}, \quad \frac{f\rho}{r}\sqrt{\mathrm{F}^2+p^2-2\mathrm{F}p\sin\alpha} = 0^{k},053 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{94,5}\ \text{de T},$$

$$\mathrm{F} = 200^{kil}, \quad \frac{f\rho}{r}\sqrt{\mathrm{F}^2+p^2-2\mathrm{F}p\sin\alpha} = 0^{k},288 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{69,5}\ \text{de F},$$

L'expression de la résistance R, opposée par le sol au roulement, peut donc être réduite, sans crainte d'erreur notable, à la formule très-simple :

$$\mathrm{R} = 0,967\,\mathrm{F} \mp (\mathrm{P}+p)\frac{h}{\mathrm{L}}$$

dans laquelle il suffira de substituer, pour chaque expérience, les valeurs correspondantes et données de P, p, h et L, et celle de F qu'on aura déduite du relèvement de la courbe tracée par le style du dynamomètre.

Pour le même appareil, avec des roues de 12 de campagne, on a

$$\text{Tang}\,\alpha = 0{,}1285, \quad \sin\alpha = 0{,}127, \quad \cos\alpha = 0{,}992,$$

par suite

$$R = 0{,}992\,F \mp (P+p)\frac{h}{L}$$

avec toute l'approximation nécessaire.

12. *Formule relative aux voitures à quatre roues.* Pour les voitures à quatre roues, en appelant

R' et R'' les résistances opposées, par le sol, au roulement, et respectivement rapportées à la circonférence extérieure des roues de devant et de derrière,

F l'effort exercé par les chevaux,

F' l'effort horizontal transmis par le train de devant au train de derrière,

i l'angle d'inclinaison du sol avec l'horizon,

α l'angle que forme la direction de cet effort avec le sol,

L la longueur du chemin parcouru,

h la pente totale sur cette longueur,

P le poids total de la voiture sans roues,

p' et p'' les poids respectifs des roues de devant et de derrière,

P' et P'' les composantes respectives du poids P sur l'essieu de devant et sur celui de derrière,

r' et r'' les rayons des roues de devant et de derrière,

$P_1 = P + p' + p''$, $P'_1 = P' + p'$, $P''_1 = P'' + p''$,

ρ' et ρ'' les rayons moyens des fusées des essieux de devant et de derrière,

$f = 0{,}05$ le rapport du frottement à la pression pour les essieux et leurs boîtes bien graissées,

la pression sur le sol sera pour les deux roues

$$\text{de devant} \quad (P'+p')\cos i = P'_1 \cos i,$$
$$\text{de derrière} \quad (P''+p'')\cos i = P''_1 \cos i,$$

et il est facile de voir que, quand le mouvement sera parvenu à l'uniformité ou à la périodicité, on aura, autour de l'essieu de devant, la relation

$$F\cos\alpha\,L = R'L + F'L \pm (P'+p')\,h + \frac{f\rho'}{r'}L\sqrt{[P' - F\sin(\alpha+i)]^2 + F\cos(\alpha+i)^2},$$

et autour de l'axe de l'essieu de derrière

$$F'L = R''L \pm (P''+p'')\,h + \frac{f\rho''}{r''}L\sqrt{(F\cos i)^2 + (P'' - F'\sin i)^2}.$$

13. *Simplification des formules pour le calcul des expériences.* En se servant ici du théorème de M. Poncelet, relatif aux valeurs approchées des radicaux de la forme $\sqrt{a^2+b^2}$, il serait facile de ramener ces équations à une forme rationnelle, puis d'éliminer entr'elles la quantité F', de manière à n'avoir plus qu'une équation du premier degré; mais, pour l'application immédiate au calcul de nos expériences sur les voitures à quatre roues, qui ont toujours marché sur des routes à très-peu près horizontales, et où l'inclinaison des traits était fort petite, il est facile de voir d'abord que, sous les radicaux des termes relatifs au frottement des essieux, il sera toujours permis, sans crainte d'aucune erreur comparable à celles qui peuvent provenir des incertitudes mêmes de l'observation, non-seulement de supposer $\sin(\alpha+i)=0$ et $\cos(\alpha+i)=1$, mais même de négliger les efforts F et F' vis-à-vis des pressions P' et P''.

En effet, sur les routes où nous avons opéré, la valeur de $\sin(\alpha+i)$ n'a jamais dépassé et a très-rarement atteint 0,007 à 0,008, excepté sur le pavé de la rue Stanislas, et elle peut, par conséquent, être négligée, et $\cos(\alpha+i)$ supposé égal à l'unité. De plus, l'effort total F ne s'est jamais élevé au-delà de $\frac{1}{12}$ de la charge, ou de $\frac{1}{6}$ de celle de P' de l'avant-train, en la supposant répartie également sur les deux trains, ce qui n'est presque jamais arrivé.

Or, d'après le théorème cité de M. Poncelet, la valeur approchée du radical, réduit à

$$\sqrt{P'^2+F^2},$$

serait, dans le cas très-défavorable où $F=\frac{1}{6}P'$ égale, à $\frac{1}{417}$ près, à

$$0{,}99757\,P'+0{,}09878\,F=1{,}01403\,P'.$$

La portion de l'effort F, exercé par les chevaux, employée à vaincre le frottement de l'essieu, serait donc égale à

$$\frac{f\rho'}{r'}\times 1{,}014\,P'=0{,}00283\,P';$$

attendu qu'on avait au plus $f=0{,}05$, $\rho'=0^m{,}0032$, $r'=0^m{,}575$. Mais en négligeant F sous le radical, la pression sur l'essieu se serait trouvée réduite à P', et la portion de l'effort employée à vaincre le frottement de l'essieu de devant à

$$\frac{f\rho'}{r'}\,.\,P'=0{,}00278\,P'.$$

La différence ou l'erreur dans la valeur du frottement provenant de cette

suppression serait donc de 0,00005P′ ou de 0,0003 F, dans le cas supposé de $F = \frac{1}{6}P'$, ou égale $\frac{1}{3333}$ de la valeur de F.

Or les différences de résistance, de vitesse, d'état de la route, ne nous permettent pas d'obtenir la valeur de F avec un degré d'approximation supérieur à $\frac{1}{30}$ ou $\frac{1}{40}$, et l'on voit que ce serait compliquer bien inutilement les calculs des expériences, que de tenir à l'emploi des formules plus rigoureuses que celle que l'on déduit de la suppression des termes F et F′ sous les radicaux.

D'ailleurs, pour la deuxième équation l'erreur serait encore beaucoup moindre, attendu que F′ n'est pas même la moitié de F, tandis que P″ est presque toujours supérieur à P′.

Enfin, ce que nous venons de dire pour le cas à peu près unique dans nos expériences se rapporte à celles qui ont été faites dans le sol du polygone de Metz, détrempé par la fonte des neiges de l'hiver, encore couvert d'eau en certains endroits, et où les roues enfonçaient de $0^m,08$ à $0^m,10$, sous une faible charge de moins de 700 kilogrammes par roue, et la conclusion précédente serait encore bien plus près de l'exactitude pour toutes les expériences faites sur les routes plus solides.

Nous sommes donc complètement autorisés par cette discussion à substituer aux deux équations précédentes les relations plus simples :

$$F \cos\alpha\, L = R'L + F'L \pm (P' + p')h + \frac{f\rho'}{r'} P'L \quad \text{pour l'essieu de devant,}$$

et

$$F'L = R''L \pm (P'' + p'')h + \frac{f\rho''}{r''} P''L \quad \text{pour celui de derrière.}$$

En les ajoutant membre à membre, elles se réduisent à l'expression

$$F \cos\alpha\, L = (R' + R'')L \pm (P + p' + p'')h + \frac{f\rho}{r'} P'L + \frac{f\rho''}{r''} P''L,$$

d'où l'on tire

$$(R' + R'') = F \cos\alpha \mp (P + p' + p'') \frac{h}{L} - \frac{f\rho'}{r'} P' - \frac{f\rho''}{r''} P''.$$

14. *Autres simplifications provenant des données des expériences.* Dans la plupart de nos expériences cette formule se simplifie encore, attendu que nous avons ordinairement $\cos\alpha = 1$, ou à peu près.

Lorsque la charge est également répartie entre les deux essieux, on a $P' = P''$, et si de plus on a $\rho' = \rho''$, et qu'on puisse prendre $\cos\alpha = 1$, ce qui

est le cas des expériences faites avec le chariot à munitions, la formule se réduit à

$$R' + R'' = F \mp (P + p' + p'')\frac{h}{L} - \frac{f\rho' P}{2}\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

Pour l'affût de siége de 16 avec sa pièce, les quatre roues et les fusées d'essieux ayant toujours eu le même diamètre, on a $\rho' = \rho''$, $r' = r''$, et la formule devient

$$R' + R'' = F \mp (P + p' + p'')\frac{h}{L} - \frac{f\rho' P}{r'}.$$

Une autre simplification, qui s'applique à un très-grand nombre d'expériences, résulte de ce que l'on a fort souvent fait aller et revenir les voitures deux fois sur le même piste, de sorte que le terme $(P + p' + p'')\frac{h}{L}$ se compensait dans les deux expériences consécutives, et qu'en prenant la moyenne arithmétique des deux valeurs correspondantes de la résistance, on évitait la nécessité de niveler le terrain. C'est pourquoi l'on verra dans les tableaux un grand nombre d'expériences où la pente du terrain n'est pas indiquée.

15. *Observations relatives aux routes en pente.* Nous ferons remarquer toutefois que ce mode de calcul ne peut s'appliquer qu'aux pentes très-faibles, et dans lesquelles, à la descente, les chevaux ont à exercer un effort très-peu différent de celui qu'ils développent à la montée. Lorsqu'ils sont obligés de retenir, les inégalités du mouvement occasionnent des chocs et des pertes de force vive, qui ne permettent plus d'établir la compensation des effets de la pente, et qui sont d'autant plus grands qu'elle est plus rapide, et les chevaux moins bien dressés et conduits.

16. *Expression de la résistance au roulement à comparer aux résultats de l'expérience.* Dans les expressions précédentes, nous avons désigné par R la résistance au roulement rapportée à la circonférence extérieure de la roue. La valeur absolue de cette quantité nous sera fournie dans chaque cas, et, pour reconnaître les lois auxquelles elle est soumise, on peut employer les constructions graphiques, ou faire sur ces lois quelqu'hypothèse dont on compare ensuite les conséquences avec les résultats de l'expérience même.

Nous nous servirons indifféremment de ces deux méthodes, et, pour reconnaître l'influence du rayon des roues sur la résistance, nous admettrons d'abord la loi que Coulomb avait donnée, comme conséquence de ses expé-

riences sur les rouleaux de bois d'orme et de gayac. On sait que ce célèbre physicien a conclu de ses recherches, trop peu nombreuses, que la résistance était proportionnelle à la pression, et en raison inverse des rayons des roues, ce qui revient à une expression de la forme

$$R = A\frac{P+p}{r},$$

dans laquelle on appelle
P la pression exercée par les roues normalement au sol,
p le poids des roues,
r le rayon de la roue,
A un coefficient constant pour une même largeur de bande et une même nature de terrain, et qui serait, en kilogrammes, la résistance pour une pression de 1 kilogramme et un rayon de 1 mètre.

Si la loi, trouvée par Coulomb pour les rouleaux en bois, est générale, et applicable aux corps plus mous et plus durs, on doit avoir pour un même sol, en faisant varier les diamètres des roues, une valeur constante pour la quantité

$$A = \frac{Rr}{P+p} = \frac{Rr}{P_1},$$

le poids P_1 et la largeur de la jante restant les mêmes.

S'il s'agit d'une voiture à quatre roues, en appliquant la même hypothèse, l'expression devient, en général,

$$A = \frac{R}{\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''}};$$

si la charge est également répartie sur les deux trains, on a

$$A = \frac{R}{\frac{P_1}{2}\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right)}.$$

Enfin, si les quatre roues sont égales, on a

$$A = \frac{R \cdot 2r}{P_1}.$$

Ainsi dans les diverses expériences, qui auront pour objet de reconnaître

l'influence de la grandeur du diamètre sur la résistance, nous devrons calculer, par l'une ou l'autre de ces formules, la valeur du coefficient A, et si nous la trouvons constante pour un même sol, une même pression et une même largeur de bande, et pour des diamètres différens, nous serons fondés à conclure que la loi de Coulomb est générale, et que la résistance est en raison inverse du rayon de la roue.

Quant à l'influence de la largeur de la bande de roue, et de la vitesse, il faudra voir quelle est la marche des variations du coefficient A avec celle de chacun de ces élémens, en les étudiant séparément.

Après ces préliminaires, il ne nous reste plus qu'à exposer successivement les résultats des expériences, et à en déduire les conséquences.

***Expériences** sur l'influence du d*

Nos DES EXPÉRIENCES	DÉSIGNATION et état de la route.	VOITURE employée.	DISTANCE parcourue.	DIAMÈTRE DES ROUES de devant.	DIAMÈTRE DES ROUES de derrière.	LARGEUR des jantes.	PRESSION sur le sol. P_t	PRESSION sur les essieux de devant. P'	PRESSION sur les essieux de derrière. P''	NOMB. de chevau
			m	m	m	m	kil	kil	kil	
1	Route de Metz à Thionville en bon état d'entretien, un peu humide, cailloux à fleur du sol humide.	Affût de siége de 16 avec sa pièce.								
2										
3										
4			300	1,100	1,100	0,108	3865	»	»	2
5										
6										
7										
8	Même route un peu moins humide.	*Idem.*	480				3715			
9			475				3715			
10			90	1,564	1,564	0,100	3650	»	»	2
11			450				3650			
12			200				3650			
13	Même route humide.	*Idem.*	520				3990			
14			420				3990			
15			520				3990			
16			75				3925			
17			460	2,050	2,050	0,100	3925	»	»	2
18			450				3925			
19			430				3925			
20			430				3925			
21	Route de Thionville rechargée de $0^m,04$ à $0^m,05$ de gravier.	Affût de 16 avec sa pièce.	300							
22			300	1,100	1,100	0,108	3865	»	»	4
23			100							
24			100							
25	*Idem.*	*Idem.*	320							
26			320	1,564	1,564	0,100	3715	»	»	4
27			320							

›ues sur la résistance au roulement.

PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	EFFORT exercé par le moteur parallèlement au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. $R=\frac{AP}{r}$	VALEUR du coefficient. $A=\frac{Rr}{P}$	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	kil	kil	kil	kil			
0,0008	97,8	2,98	10,60	90,18	0,0128	$\rho' = \rho'' = 0^m,038.$	Pour les expériences avec l'affût de siége, il n'est pas nécessaire de calculer P′ et P″.
0,0025	117,0	9,81	10,60	96,59	0,0137	$\frac{P_1}{r'} = 7030.$	
0,0008	92,0	2,98	10,60	78,42	0,0112		
0,0021	119,8	7,90	10,60	100,50	0,0143		
0,0028	103,2	10,85	10,60	103,45	0,0147		
0,0009	98,4	3,44	10,60	91,24	0,0149		
0,0000	102,0	0,00	10,60	91,40	0,0130		
				Moyenne.	0,0134		
0,0006	58,8	2,30	7,25	53,85	0,0113	$\frac{P_1}{r'} = 4670.$	
0,0006	67,2	2,30	7,25	57,65	0,0121	*Idem.*	
0,0012	69,1	4,53	7,10	56,53	0,0121	$\frac{P_1}{r'} = 4667.$	
-0,0011	55,3	-3,53	7,10	52,23	0,0112		
0,0000	54,8	0,00	7,10	47,70	0,0102		
				Moyenne.	0,0114		
0,0006	62,3	2,40	5,79	54,11	0,0137	$\frac{P_1}{r'} = 3930.$	
0,0006	64,4	2,60	5,79	56,01	0,0142		
0,0007	63,6	2,88	5,79	54,93	0,0138		
0,0002	57,5	0,78	5,68	52,60	0,0136		
0,0010	62,8	3,92	5,68	53,20	0,0138		
0,0005	57,5	2,08	5,68	53,90	0,0139		
0,0007	55,2	2,75	5,68	52,09	0,0135		
0,00012	56,2	0,47	5,68	50,99	0,0132		
				Moyenne.	0,0132		
0,0025	341,0	9,59	10,60	320,91	0,0468	$\frac{P_1}{r'} = 7030.$	Cette série d'expériences sur le gravier, a été exécutée la dernière des trois qui sont rapportées dans ce tableau et la couche de cailloux était devenue un peu moins épaisse sous les roues.
-0,0025	325,0	-9,59	10,60	323,99	0,0461		
0,0028	311,0	10,82	10,60	289,00	0,0411		
0,00235	344,0	9,12	10,60	324,28	0,0475		
				Moyenne.	0,0450		
-0,0025	232,0	-9,29	7,25	234,04	0,0494	$\frac{P_1}{r'} = 4670.$	
-0,0022	234,0	-8,21	7,10	236,03	0,0516		
0,0022	237,2	8,21	7,10	220,97	0,0473		
				Moyenne.	0,0494		

Suite des *Expériences sur l'influence du diamètre*

Nos des expériences	Désignation et état de la route.	Voiture employée.	Distance parcourue.	Diamètre des roues de devant.	Diamètre des roues de derrière.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. P_1	Pression sur les essieux de devant. P'	Pression sur les essieux de derrière. P''	Nombre de chevaux.	Allure
			m	m	m	m	kil	kil	kil		
28 29 30 31	Route de Thionville rechargée de $0^m,04$ à $0^m,05$ de gravier.	Affût de 16 avec sa pièce.	320	2,030	2,030	0,100	3990	»	»	4	Pas
32 33 34	Sol du polygone de Metz; gazon un peu humide.	Camion de meunier.	100	0,817	1,255	0,113	3373	1279	1742	4	Pas
35 36 37	*Idem.*	*Idem.*	100	0,817	1,255	0,113	3373	1057	1964	4	Pas
38 39 40	*Idem.*	*Idem.*	100	0,817	1,255	0,113	3373	2301	720	4	Pas
41 42	Pavé en grès de Fontainebleau de la rue Stanislas, à Paris, en bon état.	Chariot des messageries générales suspendu sur six ressorts.	213	0,840	1,180	0,080	3145	1353,7	1582,2	2	Pas
43 44			213	1,180	1,500	0,080	3355,9	1353,7	1582,2	2	Pas

des roues sur la résistance au roulement.

ITESSE. V	PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	EFFORT exercé par le moteur parallèlement au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre		RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
			la gravité.	le frottement des essieux.				
m	m	kil	kil	kil	kil			
1,41	0,0025	188,4	-9,81	5,68	192,5	0,0498	$\frac{P_1}{r} = 3930.$	
1,12	0,0025	213,5	9,81	5,68	198,0	0,0512		
1,24	0,0025	202,0	9,81	5,68	186,1	0,0472		
1,14	0,0025	206,2	9,81	5,68	190,7	0,0493		
					Moyenne.	0,0494		
0,87	»	163,3	»	11,80	151,5	0,0255	$\cos\alpha = 0,912,\ \rho' = 0^m,0265,\ \rho'' = 0^m,0310$	
0,87	»	157,5	»	11,80	145,7	0,0245		
1,10	»	159,0	»	11,80	147,2	0,0248	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r'} = 5938.$	
					Moyenne.	0,0249	$p' = 138^k,\ p'' = 214^k.$	
1,11	»	157,0	»	11,60	145,4	0,0255	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 5720.$	
1,16	»	147,5	»	11,60	135,9	0,0238		
1,16	»	146,5	»	11,60	134,9	0,0236		
					Moyenne.	0,0234		
1,02	»	198,5	»	12,90	185,6	0,0273	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 6798.$	
1,06	»	211,0	»	12,90	198,1	0,0291		
1,02	»	201,0	»	12,90	188,1	0,0277		
					Moyenne.	0,0280		
1,24	0,01856	144	58,87	9,13	76,6	0,0116	$\rho' = \rho'' = 0^m,031.$	
1,45	0,01856	146	58,37	9,13	78,5	0,0119	$\cos\alpha = 0,975.$	
					Moyenne.	0,0117	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 6604,6.$ $p' = 148^k,\ p'' = 205^k.$	
1,05	0,01856	133	69,23	6,81	57,0	0,0113	$p' = 205^k,\ p'' = 148^k.$	
1,15	0,01856	135	69,23	6,81	59,0	0,0117	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 5038^k.$	
					Moyenne.	0,0115		

17. ***Examen des résultats contenus dans le tableau précédent.*** **Les expériences, dont les résultats sont consignés dans le tableau précédent, ont été spécialement entreprises pour mettre en évidence l'influence du diamètre des roues sur la résistance au roulement, et la largeur des jantes ayant été**

toujours la même pour la même voiture, on voit par la constance des valeurs du rapport

$$A = \frac{Rr}{P_1}$$

pour l'affût de siége à roues égales, ou

$$A = \frac{R}{\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''}}$$

pour le camion à roues inégales, et pour le chariot des messageries dont on a changé les roues, que la résistance R est exactement en raison inverse des rayons des roues.

On voit de plus que cette conséquence est aussi exacte pour les terrains compressibles et mous, que pour le pavé, le sol dur et résistant des routes en empierrement, et pour celui des routes du même genre rechargées de gravier sur une épaisseur de $0^m,04$ à $0^m,05$.

L'avant-dernière série faite avec un camion, dont les roues de devant n'avaient que $0^m,817$ de diamètre, et celles de derrière $1^m,255$, et dans laquelle la charge est restée la même, mais où l'on a fait varier sa répartition sur les essieux, montre combien il est avantageux de reporter la charge sur les roues de derrière, ordinairement les plus grandes.

On remarquera de plus que la première et la deuxième série des expériences faites avec le camion, donnent la même valeur pour le coefficient A, quoique dans le premier cas la charge sur l'avant-train ait été plus grande que dans le second, ce qui ne semble pas confirmer l'opinion adoptée par quelques ingénieurs que les roues de derrière éprouvent à proportion moins de résistance de la part du sol que celles de devant qui ouvrent l'ornière. Quant à la troisième série, où la charge de l'avant-train était beaucoup plus forte que celle du train de derrière, si elle indique une légère augmentation, on ne doit pas en tirer une conclusion contraire à la précédente, parce qu'il faut observer que, dans ce cas, l'ornière des roues de devant, par suite de leur grande surcharge, était bien plus profonde que celle qu'aurait produite la roue de derrière sous sa charge propre.

Au surplus, les différences sont si faibles, même pour le cas actuel où elles auraient dû, par suite de la mollesse du terrain, acquérir leurs plus grandes valeurs, qu'on doit, il me semble, en conclure simplement que la résistance est en raison inverse du diamètre, et que la valeur de A est la même pour les deux trains.

18. *La résistance est proportionnelle à la pression*. Les expériences contenues dans le tableau précédent montrent aussi que la résistance est proportionnelle à la pression, car les premières séries, faites avec une voiture dont le poids était d'ailleurs à peu près le même, tandis que ses roues seules variaient, ayant donné une valeur constante pour le coefficieut A, la loi de la proportion inverse des diamètres se trouve établie par ces séries, tandis que celles qui ont été faites avec le camion, et dans lesquelles la pression sur chaque train a varié, lorsque leurs diamètres restaient les mêmes, ont non-seulement confirmé cette première loi, mais encore montré celle de la proportionnalité de la résistance à la pression.

Nous retrouverons d'ailleurs plus tard d'autres vérifications de cette loi.

19. *Autre vérification de ces conséquences par l'examen général des expériences faites avec diverses voitures*. Les conséquences que nous venons de déduire de ces expériences, seront encore vérifiées par toutes les autres expériences qui seront rapportées plus loin, et qui ont été faites sur des voitures de différens genres, par l'accord de toutes les valeurs que l'on en déduira pour le coefficient A, quand les autres circonstances seront d'ailleurs les mêmes, ainsi que nous le ferons observer en son lieu.

20. *Conclusion de cette série d'expériences*. Nous devons donc admettre, comme une loi démontrée par l'observation,

Que la résistance qu'un corps cylindriqne éprouve, en roulant sur une route pavée ou empierrée, ou sur un terrain mou, est

1° *Proportionnelle à la pression*,

2° *En raison inverse du rayon de la roue*.

Cette vérification de la loi, que Coulomb avait déduite des expériences qu'il avait faites sur deux rouleaux de bois d'orme et de gayac, et son extension aux différens sols, est en contradiction avec les conséquences que d'habiles ingénieurs ont tirées, soit de considérations directes, soit de leurs expériences. Mais nous devons faire remarquer que jusqu'ici les instrumens employés pour les observations ont été si imparfaits, et leurs indications, fournies par des aiguilles mobiles, si incertaines, qu'il est impossible d'en déduire des conclusions positives (*).

(*) M. Piobert, chef d'escadron d'artillerie, a fait aussi, en 1821, à Toulouse, avec un appareil analogue à celui qui a été proposé par Edgeworth, quelques expériences et sur les terrains mous et compressibles il a trouvé, comme moi, que la résistance est inversement proportionnelle au diamètre des roues; mais sur un chemin de halage en terre ferme et légèrement ondulé, il a remarqué que

Les conséquences de cette loi sont d'une grande importance dans le tirage des voitures, car il est évident qu'il y a un très-grand avantage à augmenter les diamètres des roues, pour diminuer la fatigue des moteurs employés aux transports.

21. *Expression du rapport du tirage à la charge.* Avant d'aller plus loin, nous ferons remarquer qu'il resulte de cette loi que, pour rendre le même le tirage des deux trains, il faut répartir la charge de manière que l'on ait

$$\frac{P'+p'}{r'}=\frac{P''+p''}{r''}.$$

Mais si l'on observe que les dimensions des jantes sont ordinairement les mêmes pour les deux trains, on a à très-peu près $\frac{p'}{r'}=\frac{p''}{r''}$, cette condition se réduit à

$$\frac{P'}{r'}=\frac{P''}{r''},$$

et comme on a aussi, d'après la notation $P'+P''=P$, en combinant ces relations avec l'expression de la résistance totale au tirage que nous désignerons par T, elle devient pour ce cas et sur un terrain horizontal

$$T=(A+f\rho)\frac{2P}{r'+r''}+A\left(\frac{p'}{r'}+\frac{p''}{r''}\right).$$

Si l'on veut rechercher le rapport de cette résistance totale à la charge totale, $P+p'+p''=P_1$ pour un terrain et une valeur de A donnés, on a

$$\frac{T}{P_1}=\frac{A+f\rho}{r'+r''}\frac{2P}{P_1}+\frac{A\left(\frac{p'}{r'}+\frac{p''}{r''}\right)}{P_1}.$$

Dans les applications aux voitures pesamment chargées, qu'il est le plus important de considérer, le poids des roues n'est qu'une fraction assez petite de la charge et du poids propre du corps de la voiture, et peut être négligé, ce qui réduit ce rapport à

$$\frac{T}{P_1}=\frac{2(A+f\rho)}{r'+r''}.$$

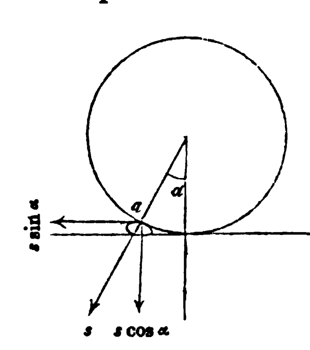
Cette expression fait voir que, dans le cas de la répartition supposée de la

cette résistance n'était plus qu'inversement proportionnelle à la racine quarrée des diamètres. Cette exception tient-elle à quelques circonstances particulières au sol? c'est ce que j'ignore, et je me bornerai à dire, qu'ayant opéré dans des limites de dimensions des roues bien plus écartées, et sur une plus grande variété de terrains, je n'ai jamais rencontré de cas où la loi que j'ai conclue plus haut n'ait été vérifiée.

charge, le rapport du tirage à cette charge décroît avec A, f et ϱ, et en raison inverse de la somme des rayons.

Nous comparerons plus tard les diverses voitures sous le rapport précédent, en admettant que pour celles dont les roues ont des rayons différens, la charge soit répartie, comme nous l'avons supposé ci-dessus.

22. *De l'influence du diamètre des roues sur la dégradation des routes.* Mais, s'il convient, d'après ce qui précède, dans la construction des voitures, de donner aux roues le plus grand diamètre possible pour diminuer le tirage, il en est encore de même sous le rapport de la dégradation des routes, ainsi que le montrent les observations directes suivantes et le raisonnement.



Lorsqu'une roue rencontre un obstacle a, l'effort s, normal aux surfaces de contact, qu'elle exerce sur ce corps, se décompose en deux autres, l'un, $s \sin \alpha$, parallèle au sol, et qui tend à pousser le corps en avant, en le faisant glisser, l'autre, $s \cos \alpha$, normal au sol, et en vertu duquel le corps pénètre dans ce sol plus ou moins compressible, comme le sont les routes en empierrement ordinaire.

Si le sol était assez solide pour que la compression n'y fût pas sensible, le corps a, retenu en place par le frottement

$$fs \cos \alpha,$$

qui se produit par suite de la pression, ne glisserait que quand on aurait

$$s \sin \alpha = fs \cos \alpha \quad \text{ou} \quad \operatorname{tang} \alpha = f,$$

comme on le sait.

Mais, sur les routes ordinaires, le glissement des obstacles se produit avant que l'angle α ait acquis la limite indiquée par cette relation, attendu que le sol cédant à la pression normale $s \cos \alpha$, l'obstacle, ordinairement offert par un caillou arrondi, s'enfonce un peu, et tend à glisser suivant le plan ou la surface inclinée qu'il forme par sa partie postérieure, et à pousser, en la désagrégeant, la portion du sol qui est en avant de sa partie antérieure.

Cet effet destructeur que la roue tend à produire quand elle rencontre un obstacle, croît d'ailleurs avec l'angle α, et est, par conséquent, d'autant plus sensible que le diamètre de la roue est plus petit et l'obstacle plus gros.

Le raisonnement, qui précède, s'applique également aux effets produits

par une roue sur un sol uni qu'elle comprime, en s'y enfonçant, car il est évident que chacun des élémens qu'elle presse, en exerçant sur lui une action s dirigée suivant le rayon, peut être considéré comme sollicité par deux forces, l'une $s \sin \alpha$, qui tend à le pousser en avant et par conséquent à désagréger les parties antérieures du sol, l'autre $s \cos \alpha$ qui le presse, pour l'enfoncer au niveau du bas de la roue. Et il est encore évident ici que la composante $s \cos \alpha$, qui tend à désagréger le sol, sera d'autant plus grande que le rayon de la roue sera plus petit.

23. *Expériences sur le mode d'action des roues sur les routes.* Ces considérations directes sont pleinement confirmées par l'observation, ainsi que le montrent les expériences suivantes. On a pris, sur la route de Nancy et dans les tas de matériaux destinés à son entretien, des cailloux de $0^m,020$ à $0^m,022$, de $0^m,025$ à $0^m,030$, de $0^m,045$ à $0^m,050$ et on les a placés sur la piste d'une diligence des messageries générales, pesant en tout 4402 kilogrammes, en les mettant successivement en avant des petites ou des grandes roues, et l'on a constamment observé les faits suivans :

Les cailloux de $0^m,020$ à $0^m,022$ de grosseur, placés sur une partie solide, mais un peu compressible de la route, ont tous été cassés par l'une et par l'autre roue, et enfoncés dans le sol, sans avoir été déplacés.

Parmi les cailloux de $0^m,025$ à $0^m,030$ en quartz, un quart ou un cinquième seulement a été cassé, et tous ceux qui avaient été placés devant les petites roues ont été déplacés et poussés en avant de $0^m,020$ à $0^m,050$, tandis que ceux qui avaient été mis devant les grandes n'ont pas changé de place.

Les cailloux en quartz ou en porphyre de $0^m,045$ à $0^m,050$, n'ont pas été brisés sous cette charge, et tous ceux qui étaient devant les roues de devant ont été poussés en avant de $0^m,050$ à $0^m,100$ et, en avançant ainsi, tout en s'enfonçant partiellement dans le sol, ils ont désagrégé en avant d'eux une étendue de terrain de $0^m,10$ à $0^m,15$ de rayon. Au contraire, les cailloux placés devant les grandes roues ont été simplement enfoncés en partie dans le sol, et la voiture a passé par dessus sans les faire glisser en avant.

Les mêmes observations ont été répétées sur la partie la plus solide et la mieux entretenue de la route. Les cailloux roulés de porphyre, de granit, de quartz de $0^m,025$ à $0^m,030$ de grosseur, ont été presque tous

broyés par le passage de la voiture; ceux qui ne l'étaient pas n'étaient poussés en avant que quand ils étaient placés devant les petites roues. Les cailloux de $0^m,045$ à $0^m,050$, en granit ou en porphyre, roulés, ont été tous brisés, ceux de quartz l'ont été très-souvent. Tous ceux qui étaient devant les petites roues ont toujours été poussés en avant, tandis que ceux qui étaient devant les grandes roues ne l'ont presque jamais été.

Il résulte de ces observations, qui ont été répétées à plusieurs reprises en présence des ingénieurs des ponts et chaussées du département de la Moselle, une confirmation complète des considérations directes du n° 22, et l'on doit en conséquence regarder comme établi à la fois par le raisonnement et par l'expérience, que

Les effets de destruction produits par les roues des voitures sont d'autant plus grands que les diamètres sont plus petits.

Si, de plus, on remarque que, quand une roue marche sur une route, la somme des composantes horizontales $s \cos \alpha$, exercées sur tous les élémens du sol pour le désagréger, est égale et contraire à la résistance même que le moteur doit vaincre, ou à l'effort qu'il doit transmettre à l'essieu pour faire vaincre la résistance du sol, on en conclura que sur les terrains homogènes *l'effort exercé par une roue pour désagréger une route ou la détériorer, doit être aussi à peu près en raison inverse de son diamètre.*

Ainsi, sous le rapport de conservation des routes, comme sous celui de la diminution du tirage, il est d'une grande importance d'employer les roues du plus grand diamètre possible. L'intérêt public et l'intérêt particulier sont donc ici d'accord.

Nous fournirons plus tard, par d'autres observations, une autre confirmation des raisonnemens et des faits précédens. Mais auparavant, il convient d'exposer les résultats des expériences faites dans le but spécial de reconnaître l'influence de la largeur des jantes et celle de la vitesse du mouvement sur la résistance au roulement.

24. *Expériences sur l'influence de la largeur des jantes.* Ainsi qu'on l'a vu au N° 6, on a employé, pour reconnaître l'influence de la largeur des jantes, l'appareil avec arbre en fonte que l'on chargeait de disques de $0^m,045$ d'épaisseur joints les uns contre les autres, de manière à former des jantes de diverses largeurs. Ces expériences ont été faites sur des sols de diverses natures, et dont la compressibilité a varié entre des limites qui comprennent à peu près tous les cas de la pratique.

Expériences sur l'in

Nos DES EXPÉRIENCES.	DÉSIGNATION et état de la route.	VOITURE ou appareil employé.	DISTANCE parcourue.	DIAMÈTRE des roues.	LARGEUR des jantes.	PRESSION sur le sol. $P+p$	PRESSION sur les essieux. p	NOMBRE de chevaux.
			m	m	m	kil	kil	
1 2 3 4	Sol de la salle de manœuvres de l'école d'application de l'artillerie et du génie à Metz, nouvellement rechargé de sable mêlé de gravier, sur une épaisseur de $0^m,12$ à $0^m,15$.	Appareil avec arbre en fonte décrit au n° 2.	32	0,787	0,045	1045,6	115,2	2
5 6 7	*Idem.*	*Idem.*	32	0,787	0,090	1385,0	115,2	2
8 9 10 11 12	*Idem.*	*Idem.*	32	0,787	0,135	1441,1	115,2	2
13 14 15 16 17 18	*Idem.*	*Idem.*	32	0,787	0,185	1380,0	115,2	2
19 20 21 22 23 24	*Idem.*	*Idem.*	32	0,787	0,225	1664,5	115,2	2

largeur des jantes.

PENTE du terrain par mètre courant. $\frac{h}{L}$	EFFORT exercé par le moteur parallèlem^t au plan de la route. F	EFFORT employé à vaincre la gravité.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	kil	kil	kil			
»	247,5	»	247,5	0,0931	$R = 0{,}967\,F.$	Pl. I, fig. 3.
	261,0		261,0	0,0988	$\frac{h}{L} = 0.$	
	244,5		244,5	0,0920		
	258,0		258,0	0,0965		
			Moyenne.	0,0950		
»	265,0	»	265,0	0,0780	*Idem.*	
	267,0		267,0	0,0788		
	270,0		270,0	0,0795		
			Moyenne.	0,0791		
»	279,5	»	279,5	0,0762	*Idem.*	
	261,0		261,0	0,0712		
	274,0		274,0	0,0748		
	265,0		265,0	0,0725		
	274,0		274,0	0,0748		
			Moyenne.	0,0740		
»	218,5	»	218,5	0,0623	*Idem.*	
	230,0		230,0	0,0658		
	216,0		216,0	0,0618		
	223,0		223,0	0,0637		
	219,5		219,5	0,0625		
	221,0		221,0	0,0630		
			Moyenne.	0,0630		
»	255,0	»	255,0	0,0602	*Idem.*	
	262,0		262,0	0,0620		
	268,5		268,5	0,0635		
	258,0		258,0	0,0610		
	255,0		255,0	0,0602		
	257,5		257,5	0,0608		
			Moyenne.	0,0612		

Suite des *Expériences sur l'in*

N[os] des expériences.	Désignation et état de la route.	Voiture ou appareil employé.	Distance parcourue.	Diamètre des roues.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. P+p	Pression sur les essieux. p	Nombre de chevaux.	Allure.
			m	m	m	kil	kil		
25 26 27 28 29 30	Sol du polygone de Metz, devant les batteries de siége, gazon humide et un peu mou.	Même appareil.	150	0,787	0,045	1042,0	115,2	4	Pas
31 32 33 34 35	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	0,090	1335,0	115,2	4	Pas
36 37 38 39 40	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	0,135	1447,5	115,2	4	Pas
41 42 43	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	0,280	1958,0	115,2	4	Pas
44 45	Sol de la cour de l'Arsenal de Metz, gazon sec.	*Idem.*	40	0,787	0,090	1011,8	80,0	1	Pas
46 47	*Idem.*	*Idem.*	40	0,787	0,135	1025,7	80,0	1	Pas
48 49	*Idem.*	*Idem.*	40	0,787	0,260	1918,6	80,0	2	Pas

de la largeur des jantes.

PENTE du terrain par mètre courant. $\frac{h}{L}$	EFFORT exercé par le moteur parallelem' au plan de la route. F	EFFORT employé à vaincre la gravité.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	kil	kil	kil			
»	157,0	»	157,0	0,0591		
	170,0		170,0	0,0641	$R = 0,967$ F.	Pl. I, Fig. 4.
	157,0		157,0	0,0591	$\frac{h}{L} = 0.$	
	160,5		160,5	0,0605		
	156,5		156,5	0,0595		
	158,5		158,5	0,0595		
			Moyenne.	0,0603		
»	215,5	»	215,5	0,0635		
	215,5		215,5	0,0635		
	180,0		180,0	0,0530	*Idem.*	
	215,0		215,0	0,0634		
	220,0		220,0	0,0648		
			Moyenne.	0,0616		
»	178,5	»	178,5	0,0476		
	172,0		172,0	0,0458		
	172,8		172,8	0,0460	*Idem.*	
	177,0		177,0	0,0471		
	197,5		197,5	0,0526		
			Moyenne.	0,0478		
»	212,0	»	212,0	0,0426		
	196,0		196,0	0,0374	*Idem.*	
	206,0		206,0	0,0424		
			Moyenne.	0,0405		
0,0003	78,7	0,3	78,4	0,0307	$R = 0,967 F \mp (P + q) \frac{h}{L}.$	Pl. I, Fig. 5.
-0,0003	84,6	-0,3	84,9	0,0330		
			Moyenne.	0,0318		
0,0003	70,5	0,3	70,2	0,0272	*Idem.*	
-0,0003	84,2	-0,3	83,9	0,0324		
			Moyenne.	0,0298		
0,0003	125,7	0,3	125,1	0,0260	*Idem.*	
-0,0003	119,0	-0,3	118,4	0,0232		
			Moyenne.	0,0246		

Suite des *Expériences sur l'in*

N.os des expériences.	Désignation et état de la route.	Voitures ou appareil employé.	Distance parcourue.	Diamètre des roues.	Largeur de jantes.	Pression sur le sol. P+p	Pression sur les essieux. p	Nombre de chevaux.	Allure.
			m	m	m	kil	kil		
50 51 52	Même sol.	Même appareil avec roues de 12 de campagne	40	1,482	0,074	2163,2	70,4	2	Pas
53 54	Chemin qui conduit aux batteries de siége du polygone de Metz, humide, en empierrement en bon état.	Même appareil.	150	0,787	0,045	1042,0	115,0	2	Pas
55		*Idem.*	150	0,787	0,090	1335,0	115,0	2	Pas
56 57	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	0,135	1447,5	115,0	2	Pas
58 59	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	0,280	1958,2	115,0	2	Pas
60 61	Chemin en empierrement médiocrement entretenu, couvert de 0m,05 à 0m,08 de boue très-épaisse, adhérente aux roues, au polygone de Metz.	Chariot d'artillerie.	200	De devt 1,15 De derrière 1,584	0,074	2746,0	»	4	Pas
62 63		Appareil avec arbre en fonte.	200	0,787	0,280	1958,2	»	3	Pas
64 65 66 67 68	Route de la gorge du fort Belle-Croix, à Metz, en bon état, empierremt uni, très-peu de cailloux à fleur du sol sec, couvert d'un peu de poussière.	Même appareil.	50 50 40 50 50	0,787	0,090	1011,8	80,0	1	Pas
69 70 71 72 73	*Idem.*	*Idem.*	50	0,787	0,135	1549,57	80,0	2	Pas

de la largeur des jantes.

PENTE du terrain par mètre courant. $\frac{h}{L}$	EFFORT exercé par le moteur parallèlem^t au plan de la route. F	EFFORT employé à vaincre la gravité.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	kil	kil	kil			
»	109,8	»	109,8	0,0373	$R = 0,967 F \mp (P + q) \frac{h}{L}$.	
»	114,5	»	114,5	0,0390		
»	113,5	»	113,5	0,0387		
			Moyenne.	0,0383		
»	85,0	»	85,0	0,0320	*Idem.*	Pl. I, Fig. 6.
»	86,5	»	86,5	0,0326		
			Moyenne.	0,0323		
»	128,5	»	»	»	*Idem.*	
»	123,3	»	123,3	0,0329	*Idem.*	
»	125,8	»	125,8	0,0336		
			Moyenne.	0,0332		
»	154,0	»	154,0	0,0311	*Idem.*	
»	144,5	»	144,5	0,0291		
			Moyenne.	0,0301		
»	207,0	»	207,0	0,0485	*Idem.*	
»	180,0	»	180,0	0,0420		
			Moyenne.	0,0452		
»	222,5	»	215,0	0,0432	*Idem.*	
»	222,5	»	215,0	0,0432		
			Moyenne.	0,0432		
0,0041	34,5	4,1	30,4	0,0119		
0,0187	48,8	18,9	29,9	0,0117		
0,0370	64,6	37,4	27,2	0,0106	*Idem.*	Pl. I, Fig. 7.
0,0341	64,0	34,5	29,5	0,0116		
0,0095	38,3	9,6	28,7	0,0112		
			Moyenne.	0,0114		
0,00024	43,2	4,0	39,2	0,0100		
0,0371	91,1	57,5	33,6	0,0085		
0,0400	50,3	14,7	35,6	0,0090	*Idem.*	
0,0116	53,0	17,9	35,1	0,0089		
0,0017	39,7	2,6	37,1	0,0094		
			A reporter.	....		

Suite des *Expériences sur l'in*

N^{os} des expériences.	Désignation et état de la route.	Voiture ou appareil employé.	Distance parcourue.	Diamètre des roues.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. $P+p$	Pression sur les essieux. p	Nombre de chevaux.	Allure.
			m	m	m	kil	kil		
74 75 76	*Idem.*	*Idem.*	50	0,787	0,135	1549,57	80	2	Pas
77 78 79 80 81 82	Même chemin.	Même appareil.	50	0,787	0,260	1918,6	80	1 1 2 1 1 1	Pas
83 84 85 86 87	Pavé en grès de Sierck du pont de l'Arsenal et de la rampe devant l'école d'artillerie.	*Idem.*	45 à 50	0,787	0,090	1011,8	80	2	Pas
88 89 90 91 92 93	*Idem.*	*Idem.*	45 à 50	0,787	0,135	1549,6	80	2	Pas
94 95 96 97	*Idem.*	*Idem.*	45 à 50	0,787	0,260	1918,6	80	2	Pas

fluence de la largeur des jantes.

VITESSE.	PENTE du terrain par mètre courant. $\frac{h}{L}$	EFFORT exercé par le moteur parallèlem^t au plan de la route. F	EFFORT employé à vaincre la gravité.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m	kil	kil	kil			
1,14	0,0187	62,3	29,0	33,3	0,0084		
1,21	0,0344	97,9	53,3	44,6	0,0114		
1,08	0,0344	91,6	53,3	38,3	0,0097		
				Moyenne.	0,0094		
1,25	0,0024	52,3	0,5	51,8	0,0107		
1,25	0,0127	79,1	24,3	54,8	0,0113		
1,04	0,0370	111,7	70,9	40,8	0,0084	$R = 0{,}967\,F \mp (P+q)\,\frac{h}{L}$.	
1,04	0,0316	110,0	60,6	49,4	0,0101		
1,16	0,0116	67,2	22,2	45,0	0,0092		
1,22	0,0024	42,9	0,5	43,4	0,0089		
				Moyenne.	0,0101		
1,03	-0,0005	25,6	-0,5	26,1	0,0102		
1,14	0,0486	79,5	49,1	30,4	0,0119		
1,19	0,0383	61,1	38,7	22,3	0,0080	*Idem.*	Pl. I, Fig. 8.
1,16	0,0486	75,4	49,1	26,3	0,0102		
1,19	0,0383	57,6	38,7	18,9	0,0074		
				Moyenne.	0,0095		
1,04	-0,0005	36,9	-0,7	37,6	0,0096		
1,08	-0,0005	37,7	-0,7	38,4	0,0098		
1,05	0,0495	109,8	76,5	33,3	0,0085	*Idem.*	
1,24	0,0495	115,0	76,5	38,5	0,0098		L'excès de ces valeurs sur les précédentes provient de la vitesse comme on le verra plus loin.
1,30	0,0383	102,0	59,4	40,8	0,0104		
1,19	0,0005	46,3	0,7	45,6	0,0110		
				Moyenne.	0,0100		
1,04	0,0466	129,3	93,3	36,1	0,0073		
1,00	0,0370	107,3	73,4	33,9	0,0070		
0,98	0,0316	127,4	93,2	34,2	0,0070	*Idem.*	
1,15	0,0116	57,6	0,9	56,7	0,0117		
				Moyenne.	0,0082		

27. *Examen des résultats contenus dans le tableau précédent*. Pour discuter les résultats consignés dans le tableau précédent, nous avons commencé par les représenter graphiquement en prenant les largeurs de jante pour abscisses, et les valeurs du coefficient A pour ordonnées. Dans la Pl. I, la Fig. 3, relative aux expériences faites sur le sol du hangar de manœuvres de l'Ecole d'application, recouvert d'une couche de sable mêlé de gravier fin et la Fig. 4, relative aux expériences faites sur le sol humide du polygone d'artillerie à Metz, nous montrent que la valeur du coefficient A et, par suite, la résistance au roulement croissent à mesure que la largeur de la jante diminue. Les ordonnées de la courbe, qui représente la loi de cette variation, augmentent rapidement, lorsque la largeur de jante est au-dessous de $0^m,045$, et cette courbe paraît avoir pour asymptote l'axe des ordonnées ou des valeurs de A, ce qui indiquerait une valeur infinie pour une largeur nulle. L'autre branche de la courbe paraît, au contraire, avoir pour asymptote, soit l'axe des abscisses ou des largeurs, soit une parallèle à cet axe, ce qui indiquerait que la résistance se rapproche sans cesse d'une certaine valeur constante.

Le peu de variation qu'éprouve la valeur de A dans le sable ou dans la terre molle, à partir d'une largeur égale à $0^m,22$, montre que, pour les voitures destinées à des transports dans les terres grasses, dans les carrières où le sol est formé de décombres, dans les terrains sablonneux, etc., il n'y a pas d'avantage à dépasser cette limite de largeur. D'un autre côté, il paraît convenable de donner aux roues de ces voitures des jantes larges, puisque nous voyons, d'après ces tracés, que le coefficient A a pour valeur

Pour des largeurs de.	$0^m,045$	$0^m,090$	$0^m,135$	$0^m,185$	$0^m,225$	$0^m,280$
Dans le sable........	0,0950	0,0791	0,0740	0,0630	0,0612	»
Dans la terre molle...	0,0595	0,0525	0,0475	0,0440	0,0420	0,0405

28. *Loi approximative de la variation de la résistance en fonction de la largeur*. Il paraît assez difficile de reconnaître la loi qui lie la largeur de la bande et les valeurs correspondantes du coefficient A ; mais, sans rechercher une formule d'interpolation qui, en représentant les résultats de l'expérience, donne $A=\infty$ pour $l=0$, et A égale constante pour une valeur de l un peu plus grande que $l'=0^m,280$, il est facile de voir qu'entre les limites de variation de largeur que présentent ordinairement les bandes de roues, c'est-à-dire

depuis des largeurs de $0^m,090$ jusqu'à $0^m,220$ dans le sable, et de $0^m,080$ jusqu'à $0^m,280$ dans les terres molles, on peut substituer à la courbe une ligne droite, ce qui donne alors pour les valeurs de A un décroissement proportionnel à l'accroissement de la largeur de bande, de sorte que, pour ces deux séries d'expériences, les résultats obtenus entre les limites de largeur précédentes seraient représentés avec une exactitude suffisante par une formule de la forme

$$A = a + \alpha (l' - l)^{kil},$$

dans laquelle

a serait une constante égale à la valeur de A correspondante à la largeur supérieure, l',

l la largeur de la jante pour laquelle on veut déterminer la valeur de A,

α un coefficient constant égal à la tangente trigonométrique de l'inclinaison de la ligne droite substituée à la courbe.

On trouve ainsi, pour le sable mêlé de gravier (Pl. I, Fig. 3), sur une épaisseur de $0^m,12$ à $0^m,15$, pour

$$l' = 0^m,225, \quad a = 0^k,0595, \quad \alpha = 0,1423,$$

ce qui donne

$$A = 0,0595 + 0,1423\ (0^m,220 - l)^{kil},$$

et pour la terre molle du sol du polygone de Metz (Pl. I, Fig. 4), où l'on a pour

$$l' = 0^m,280, \quad a = 0^k,0380, \quad \alpha = 0,071,$$

$$A = 0,0380 + 0,071\ (0^m,280 - l)^{kil}.$$

Si l'on calcule, par ces formules approximatives, les valeurs du coefficient A correspondantes aux diverses largeurs, on trouve qu'elles représentent suffisamment bien les résultats de l'expérience, entre les limites ordinaires de largeur de bande des roues.

En effet, on a :

			m	m	m	m	m
Largeurs de la bande de roue			0,090	0,135	0,185	0,225	0,280
			k	k	k	k	k
Valeurs de A...	sable	observées	0,0795	0,0710	0,0640	0,0595	»
		calculées	0,0780	0,0716	0,0645	0,0595	»
	terre molle	observées	0,0525	0,0475	0,0440	0,0420	0,0380
		calculées	0,0515	0,0483	0,0447	0,0419	0,0380

A mesure que le sol devient plus ferme, la loi de la proportionnalité du décroissement de la résistance à l'accroissement de la largeur paraît devenir de plus en plus approchée de l'exactitude, en même temps que l'influence de la largeur diminue.

En effet, on voit (Pl. I, Fig. 5) que, pour le sol ferme, sec et couvert de gazon de la cour de l'arsenal de Metz, on a

$$l = 0^{m},260, \quad a = 0^{k},0242, \quad \text{et} \quad \alpha = 0,0453,$$

et par suite

$$A = 0,0242 + 0,0453\,(0,260 - l)^{kil}.$$

La comparaison des résultats de l'expérience avec ceux du calcul donne pour

Des largeurs de		^{m} 0,090	^{m} 0,135	^{m} 0,260
Valeurs de A....	observées	^{k} 0,0311	^{k} 0,0295	^{k} 0,0242
	calculées	0,0319	0,0299	0,0242

Pour le chemin des batteries du polygone formé d'un rechargement de gravier, fréquenté habituellement par des voitures peu chargées et par des gens de pied, et par conséquent assez peu raffermi, l'influence de la largeur diminue (Pl. II, Fig. 6) encore, et l'on a pour

$$l = 0^{m},280, \quad a = 0,0308, \quad \alpha = 0,0072,$$

et

$$A = 0,0308 + 0,0072\,(0,280 - l)^{kil}.$$

La comparaison des résultats de l'expérience et de ceux du calcul donne

Largeurs de bande de		^{m} 0,045	^{m} 0,135	^{m} 0,280
Valeurs de A....	observées	^{k} 0,0325	^{k} 0,0315	^{k} 0,0308
	calculées	0,0325	0,0318	0,0308

Sur le chemin du polygone de Metz, devant le corps de garde et l'école de pyrotechnie à Metz, en empierrement médiocrement entretenu, couvert de boue épaisse de $0^{m},05$ à $0^{m},08$, continuellement fréquenté par des tombereaux chargés de gravier, on a trouvé (expériences 60 à 63) que, pour des largeurs de jante de $0^{m},074$ et de $0^{m},280$, la résistance a été sensiblement la même, puisque la valeur moyenne de A, obtenue avec le chariot à munitions, est de 0,0452, tandis que l'appareil avec arbre en fonte et des jantes de

$0^m,280$ a donné $A = 0,0432$. La différence n'est que 0,002 ou $\frac{1}{22}$. Ce chemin donnerait

$$a = 0^m,0433 \quad \text{pour} \quad l = 0^m,280, \quad \text{et} \quad \alpha = 0,0097.$$
$$A = 0,0433 + 0,0097\,(0,280 - l)^{kil}.$$

Pour le chemin de la gorge du fort Belle-Croix, en empierrement de gravier en bon état d'entretien, offrant quelques petits cailloux à fleur du sol, l'influence de la largeur des bandes diminue encore, comme on peut le voir par le tableau et par la fig. 7, et elle devient à peu près insensible.

On a, en effet

$$l = 0^m,260, \quad a = 0^k,0092, \quad \alpha = 0,00606,$$
$$A = 0,0092 + 0,00606\,(0,260 - l)^{kil}.$$

Largeurs de bande de		m 0,090	m 0,135	m 0,260
Valeurs de A	observées	k 0,0103	k 0,0100	k 0,092
	calculées	0,0102	0,0100	0,092

Enfin sur le pavé de Metz, la largeur de la jante est tout-à-fait sans influence, ainsi que le montre le tableau et la fig. 6, et comme il était facile de le prévoir à priori, puisque ce sol étant à peu près incompressible, la roue, quelle que soit sa largeur, ne porte guère que sur deux ou trois points au plus. Il y a cependant des cas exceptionnels, comme celui du pavé de Paris et des roues très-étroites : nous en parlerons plus tard.

29. *Conclusion relative aux routes pavées et en empierrement solide.* Si l'on remarque que les expériences faites sur les routes du polygone et de la gorge de Belle-Croix, sont relatives à des largeurs comprises entre $0^m,045$ et $0^m,280$, c'est-à-dire entre des limites bien plus étendues que celles entre lesquelles varient les jantes ordinairement employées sur les grandes routes, pour les voitures pesantes et qui sont habituellement comprises entre $0^m,070$ et $0^m,220$ au plus, on admettra sans doute avec nous que

Sur toutes les routes de ce genre, en bon état d'entretien et même en assez mauvais état, quand le fond en est solide, la résistance au roulement est, comme sur le pavé, à peu près indépendante de la largeur de la jante.

Par conséquent, dans ce cas, l'augmentation de la largeur ne diminue pas le tirage, et surcharge inutilement la voiture.

Mais il n'en est pas de même, à beaucoup près, dans les terrains mous ou sur les routes en empierrement nouvellement rechargées ou construites avec des matériaux friables, comme ceux que l'on emploie dans un partie de la Champagne, et l'on voit qu'il y aura, sous le rapport de la diminution du tirage, d'autant plus d'avantage à augmenter la largeur des jantes que le sol sera plus mou et plus pénétrable.

30. *Observation relative à l'influence de la largeur des jantes sur la conservation des routes.* Nous n'avons examiné jusqu'ici l'influence de la largeur des jantes que sous son rapport avec l'intensité de la résistance opposée par le sol au roulement de la roue, si nous la considérons sous celui de la conservation des routes, nous arriverons à des conséquences à peu près analogues.

Il est évident, en effet, que, dans les sols mous, la profondeur des ornières sera d'autant moindre que la largeur des jantes sera plus grande, et que, dans les terrains de ce genre, les routes seront d'autant moins détériorées que les bandes seront plus larges; mais il est rare que les routes soient à un état assez homogène de composition, pour que cet avantage y soit aussi grand que dans les terres et le sable. En effet, les routes sont entretenues avec des matériaux concassés, des cailloux roulés dont la grosseur et la dureté varient, d'où il résulte que, dans les routes en bon état ordinaire, il y a toujours une quantité plus ou moins grande de matériaux plus durs ou plus gros, qui affleurent le sol, et qui supportent presque seuls le poids des charges. En un mot, la charge est loin de se répartir uniformément sur toute la largeur de la bande, et dès-lors la fatigue de la route ne décroît pas autant qu'on pourrait l'espérer par l'augmentation de largeur des bandes.

On doit encore remarquer que les expériences précédentes, et les conséquences que nous en tirons, sont relatives à des jantes exactement cylindriques et à arêtes vives, susceptibles d'agir uniformément sur toute leur largeur, quand l'homogénéité du terrain le permettait, tandis que les jantes des roues, quelque larges qu'elles soient, quand on les met en service, deviennent convexes et arrondies, et ne portent plus que sur une petite partie de leur largeur totale, ainsi que l'a déjà fait observer M. Dupuit.

Il en est à plus forte raison de même sur le pavé, dont une seule pierre ou deux au plus se partagent la charge de chaque roue et la transmettent par leur base au sol inférieur, quelle que soit à peu près la largeur de la bande; d'où il résulte que la conservation de la route dépend dans ce cas beaucoup

plus de la dimension des pavés, et de la solidité du sol sur lequel ils reposent que de la largeur des bandes.

Il nous semble donc permis de conclure que, sous ce rapport, il ne convient de donner à la bande une largeur de $0^m,15$ et plus que pour les terrains mous et très-compressibles, mais que, pour les routes ordinaires en bon empierrement, il est inutile de la porter au-delà de $0^m,10$ à $0^m,12$, et que pour les chaussées pavées il est tout-à-fait inutile d'exiger ces dernières dimensions.

31. *Observation sur la largeur des bandes de roue prise pour base des tarifs des chargemens.* A ces réflexions j'ajouterai que les roues n'étant presque jamais cylindriques, et tournant dans un plan incliné à l'horizon, les circonférences extérieure et intérieure n'ont pas des vitesses égales dans le sens du mouvement, et qu'il en résulte un glissement relatif de leur surface sur le sol, ce qui tend à produire une désagrégation sensible et une augmentation dans le tirage. Cet inconvénient, qui ne saurait être évité que par l'emploi de fusées cylindriques et de roues exactement verticales, outre qu'il paraît évident de lui-même, a été bien constaté par les expériences de M. Cumming et par celles de M. Edgeworth. Il en résulte que l'exagération de la largeur des jantes est plus nuisible qu'utile à la conservation des routes.

On a déjà vu que l'hypothèse d'une égale répartition de la pression sur toute la largeur de la jante n'est admissible que sur les terrains mous et homogènes, et que, par conséquent, son application aux routes ordinaires en empierrement et, à plus forte raison, aux chaussées pavées ne saurait être exacte. C'est ce dont on peut facilement s'assurer, soit en regardant une voiture qui vient au-devant de soi, et dont on voit les roues ne poser que par une petite portion de leur largeur, ou en relevant, comme l'a fait M. Dupuit, la largeur des empreintes laissées par les roues sur le sol.

Enfin l'autorisation de charger proportionnellement aux largeurs des jantes a conduit à laisser porter, par des voi ures à deux roues, des chargemens qui devraient être répartis sur quatre, et qui dégradent les routes. Car ces masses énormes brisent et broyent les pierres sur lesquelles elles reposent par une faible portion de la largeur de la bande de roue, et qui auraient résisté à la même charge répartie sur quatre roues.

Il me semble donc que, sous tous les rapports, le principe de la proportionnalité des chargemens aux largeurs des jantes n'est pas exact dans la pratique, et que l'application absolue qu'on en fait par la fixation des tarifs

sur le roulage est à la fois gênante pour le commerce, et plus nuisible qu'utile aux routes. D'un autre côté, l'expérience montrant que sur les terrains compressibles la résistance et la profondeur de l'impression diminuent, à mesure que la largeur de la jante augmente, non pas proportionnellement à cette largeur, mais seulement proportionnellement à l'accroissement de largeur, on voit que cette dimension a une influence qu'il ne serait permis de négliger, et il ne me semble donc pas juste non plus de dire que l'intérêt de la route soit étranger à la fixation de cette dimension.

Entre ces deux opinions diamétralement opposées, il y a lieu ici, comme dans tant d'autres questions pratiques, de prendre un moyen terme, et c'est ce qui m'a conduit à dire qu'il me paraissait inutile, sur les routes ordinaires en empierrement, d'exiger des largeurs de plus de $0^m,10$ à $0^m,12$.

32. *Remarque relative aux terrains en pente.* Une partie des expériences contenues dans le tableau ayant été faites sur des terrains en pente, et les formules employées ayant tenu compte de l'influence de la gravité, on voit, par l'accord des résultats obtenus dans la montée avec ceux qui l'ont été dans la descente, que la résistance au roulement est indépendante de la pente. Mais cette conséquence ne doit être étendue qu'aux cas où la pente est assez faible, et la résistance assez grande pour que le tirage à la descente soit encore assez fort, et assez régulier pour qu'il n'y ait pas d'acoup dans le mouvement, ainsi qu'on l'a déjà fait observer au N° 15.

33. *Influence de la vitesse de transport sur la résistance au roulement.* Pour reconnaître l'influence de la vitesse de transport sur la résistance, nous n'avons eu qu'à faire marcher les différentes voitures employées sur des sols à divers états de consistance et d'égalité à la surface. Nous avons pu ainsi déterminer les efforts moyens, ou la quantité de travail consommée par mètre courant de chemin parcouru.

Une partie de ces expériences ont été faites avec le dynamomètre à style, sur des étendues de chemin limitées parfois par les localités, mais que l'on a cherché à rendre aussi grandes que possible, et qui sur les routes ont été habituellement de 250 à 300 mètres. D'autres ont été exécutées avec le dynamomètre à compteur, avec lequel il nous est devenu facile d'opérer à des allures bien réglées sur des distances de 1000 mètres et plus.

34. *Observation relative au dynamomètre à compteur.* L'accord des résultats obtenus dans diverses circonstances, soit avec le dynamomètre à style, soit avec le dynamomètre à compteur, montre que ce dernier instru-

ment donne des indications aussi exactes que l'autre, et qu'il est éminemment propre à des observations suivies sur le travail développé par des moteurs animés et toutes les expériences sur le tirage des voitures ou des charrues.

Pour l'intelligence et la vérification des résultats, nous rappellerons (voyez le N° 19 de la notice sur les appareils dynamométriques) que la formule à employer, pour déduire du nombre de tours, faits par la roulette du compteur, la quantité de travail développée par le moteur, est

$$Fe = \frac{2\pi R \cdot r' \rho k}{R'} N,$$

dans laquelle on représente par

F l'effort moyen exercé par le moteur,

e le chemin parcouru,

R le rayon de la roue sur laquelle on prend le mouvement du plateau,

r' le rayon de la poulie du plateau, y compris le demi-diamètre de la corde,

ρ le rayon de la roulette,

k le rapport constant des efforts exprimés en kilogrammes, aux flexions exprimées en mètres,

R' le rayon moyen de la partie du moyeu embrassée par la corde qui transmet le mouvement au plateau,

N le nombre de tours de la roulette, correspondant au chemin parcouru *e*.

35. *Expériences sur l'influence de la vite*

N^os DES EXPÉRIENCES.	DÉSIGNATION et état de la route.	VOITURE employée.	DISTANCE parcourue.	DIAMÈTRE des roues de devant.	DIAMÈTRE des roues de derrière.	LARGEUR des jantes.	PRESSION sur le sol. P_t	PRESSION sur les essieux de devant. p'	PRESSION sur les essieux de derrière p''	NOMBRE de chevaux.	ALLU
			m	m	m	m	kil	kil	kil		
1 2 3 4	Sol du polygone de Metz, gazon humide et un peu mou.	Appareil avec arbre en fonte décrit au N° 2.	150	0,787	»	0,045	1042,0	115,0	»	4	Pas
5 6 7	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	»	0,045	1042,0	115,0	»	4	Trot
8 9	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	»	0,090	1335,0	115,0	»	2	Pas
10 11	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	»	0,090	1335,0	115,0	»	2	Trot
12 13 14	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	»	0,135	1447,5	115,0	»	2	Pas
15 16	*Idem.*	*Idem.*	150	0,787	»	0,135	1447,5	115,0	»	2	Trot
17 18	Sol du polygone de Metz, rechargé de $0^m,16$ à $0^m,18$ de gravie^r	*Idem.*	40	1,582	»	0,074	2163,0	115,0	»	3	Pas
19	*Idem.*	*Idem.*	40	1,582	»	0,074	2163,0	115,0	»	3	Trot
20	*Idem.*	*Idem.*	40	1,582	»	0,074	2163,0	115,0	»	3	Galop
21 22 23	Route de la gorge de Belle-Croix, accotem^t chargé de gravier.	*Idem.*	55	1,582	»	0,074	2163,0	115,0	»	2	Pas

résistance au tirage des voitures.

PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tour de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèl m[t] au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m		kil	kil	kil	kil			
»	»	166,0	»	»	166,0	0,0605		
»	»	162,5	»	»	162,5	0,0591		
»	»	164,0	»	»	164,0	0,0595		
»	»	162,5	»	»	162,5	0,0591		
»	»	164,0	»	»	164,0	0,0595		
»	»	175,5	»	»	175,5	0,0641		
»	»	164,0	»	»	164,0	0,0595		
»	»	215,0	»	»	215,0	0,0634		
»	»	215,5	»	»	215,5	0,0635		
»	»	180,0	»	»	180,0	0,0530		
»	»	215,0	»	»	215,0	0,0634		
»	»	172,8	»	»	172,8	0,0460		
»	»	177,0	»	»	177,0	0,0471		
»	»	178,5	»	»	178,5	0,0476		
»	»	172,0	»	»	172,0	0,0458		
»	»	172,8	»	»	172,8	0,0460		
»	»	187,5	»	»	187,5	0,0643		
»	»	186,7	»	»	186,7	0,0640		
»	»	193,2	»	»	193,2	0,0656		
»	»	212,0	»	»	212,0	0,0720		
»	»	176,2	»	»	176,2	0,0605		
»	»	183,1	»	»	183,1	0,0635		
»	»	185,2	»	»	185,2	0,0635		

Suite des *Expériences sur l'influenc*

N°s des expériences.	Désignation et état de la route.	Voiture employée.	Distance parcourue.	Diamètre des roues de devant.	Diamètre des roues de derrière.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. P_1	Pression sur les essieux de devant. P'	Pression sur les essieux de derrière P''	Nombre de chevau
			m	m	m	m	kil	kil	kil	
24 25	Même route.	Même appareil.	55	1,582	»	0,074	2163,0	115	»	3
26	*Idem.*	*Idem.*	55	1,582	»	0,074	2163,0	115	»	3
27 28	Chemin des bat. du polygone de Metz, humide, empierr[t] en bon état, compress.	*Idem.*	150	0,787	»	0,045	1042,0	115	»	2
29 30 31	Même chemin, mouillé et couv. de boue.	*Idem.*	150	0,787	»	0,090	1335,0	115	»	2 3
32 33	Même chemin, un peu humide.	*Idem.*	150	0,787	»	0,135	1447,5	115	»	4
34 35	*Idem.*	*Idem.*								
36 37 38	Sol du polyg. de Metz, détrempé par la fonte des neig. très-mou.	Chariot à munitio.	500	1,150	1,585	0,072	2681,0	»	»	4
39	*Idem.*	*Idem.*								
40 41 42	Chemin recharg de décombres dans la cour de l'Ars. de Metz, sur une épaisseu de 0,10 à $0^m,12$	Appareil avec arbre en fonte décrit au N° 3.	50	0,787	»	0,260	1918,6	115	»	3

sur la résistance au tirage des voitures.

PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèlem^t au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m		kil	kil	kil	kil			
»	»	201,8	»	»	201,8	0,0692		
»	»	175,2	»	»	175,2	0,0600		
»	»	169,5	»	»	169,5	0,0582		
»	»	85,0	»	»	85,0	0,0320		
»	»	89,8	»	»	89,8	0,0380		
»	»	120,5	»	»	120,5	0,0355		
»	»	128,5	»	»	128,5	0,0378		
»	»	128,0	»	»	128,0	0,0378		
»	»	177,0	»	»	177,0	0,0471		
»	»	178,5	»	»	178,5	0,0476		
»	»	172,0	»	»	172,0	0,0458		
»	»	172,8	»	»	172,8	0,0460		
»	»	348,5	»	»	342,8	0,0849	$\rho' = \rho'' = 0{,}032.$	
»	»	344,0	»	»	338,3	0,0829	$\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 4140.$	
»	»	339,5	»	»	333,8	0,0825		
»	»	363,0	»	»	357,1	0,0862		
»	»	227,5	»	»	227,5	0,0467		
»	»	235,0	»	»	235,0	0,0438		
»	»	198,7	»	»	198,7	0,0408		

Suite des *Expériences sur l'influen[ce]*

N°s des expériences.	Désignation et état de la route.	Voiture employée.	Distance parcourue.	Diamètre des roues de devant.	Diamètre des roues de derrière.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. P_1	Pression sur les essieux de devant. P'	Pression sur les essieux de derrière. P''	Nombre de chevaux.
			m	m	m	m	kil	kil	kil	
43										
44	Route de		300	1,150	1,585	0,072	3022	1345,5	1345,5	4
45	Thionville très-sèche avec	Chariot	600							
46	cailloutage à	à	1000							
47	fleur du sol,	munitions	1000							
48	couverte d'un		500							
49	peu de poussière		800	1,150	1,585	0,072	2550	1110,7	1110,7	4
50	*Idem.*	*Idem.*	600							
51			700							
52							2497	1083,2	1083,2	
53							2497	1083,2	1083,2	
54	*Idem.*	*Idem.*					2497	1083,2	1083,2	3
55							2728	1198,5	1198,5	
56							2728	1198,5	1198,5	
			350	1,150	1,585	0,072				
57							2728	1198,5	1198,5	
58	*Idem.*	*Idem.*					2728	1198,5	1198,5	3
59							2497	1083,2	1083,2	
60		Affût de								
61	Route de Nancy	16 avec								2
62	entre Metz et Montigny, en	sa pièce.								
	parfait entretien avec de petits cailloux à fleur		300	1,564	1,564	0,100	3715	»	»	
63	du sol, très-sèche									
64	sans poussière.	*Idem*								4
65										

tesse sur la résistance au tirage des voitures.

TESSE. V	PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèlem^t au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m		kil	kil	kil	kil			
1,50	0,0009	»	56,0	2,72	7,05	46,2	0,0102	$\rho' = \rho'' = 0,032.$	Pl. II, Fig. 1.
1,50	0,0011	»	56,0	3,32	7,05	45,6	0,0100	$\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 4530.$	Ces expériences ont été faites avec le dynamomètre à compteur.
1,49	»	175	38,2	»	5,40	32,8	0,0097		
1,50	»	288	37,7	»	5,40	32,3	0,0096	$\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 3820.$	
1,52	»	283	37,0	»	5,40	31,6	0,0094		
1,82	»	151	43,3	»	5,40	37,9	0,0112		Données pour la formule de cet instrument.
1,96	»	252	41,2	»	5,40	35,8	0,0106		
2,16	»	205	44,6	»	5,40	39,2	0,0116		$R = 0^m,575$, $r' = 0,0745$, $\rho = 0,0258$, $k = 3774$, $Fe = 184,1$ N.
2,41	»	269	50,3	»	5,40	44,9	0,0133		
1,56	0,0025	»	45,9	6,00	5,30	34,9	0,0095	$\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 3750.$	
1,49	0,0028	»	43,7	6,70	5,30	32,0	0,0087	*Idem.*	
1,55	-0,0028	»	34,7	-6,70	5,30	36,4	0,0102	*Idem.*	
1,52	-0,0004	»	44,8	-1,20	5,80	40,0	0,0098	$\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 4110.$	
1,50	-0,0008	»	42,0	-2,00	5,80	39,0	0,0093	*Idem.*	
3,20	0,0009	»	65,2	2,30	5,80	57,1	0,0139	*Idem.*	
3,13	-0,0024	»	67,1	-6,50	5,80	67,8	0,0165	*Idem.*	
3,22	0,0021	»	63,6	5,10	5,30	53,3	0,0142	$\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 3750.$	
1,24	0,0078	»	89,0	28,95	7,25	52,9	0,0112	$\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 4750.$	
1,24	0,0078	»	93,5	28,95	7,25	57,3	0,0120		Pl. II, Fig. 2.
1,31	0,0078	»	93,2	28,95	7,25	57,0	0,0120		
1,51	0,0078	»	95,5	28,95	7,25	59,3	0,0125		
1,53	0,0078	»	90,0	28,95	7,25	53,8	0,0113		
1,53	0,0078	»	90,8	28,95	7,25	54,6	0,0115		

Suite des *Expériences sur l'influe*[…]

N°s des expériences	Désignation et état de la route.	Voiture employée.	Distance parcourue.	Diamètre des roues de devant.	Diamètre des roues de derrière.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. P_1	Pression sur les essieux de devant. P'	Pression sur les essieux de derrière. P''	[…]
			m	m	m	m	kil	kil	kil	
66 67 68	Même route.	Affût de 16 avec sa pièce.	300	1,564	1,564	0,100	3715	»	»	4
69 70 71	*Idem.*	*Idem.*								
72 73 74 75 76	Pavé en grès de Sierck, de la rue d'Asfeld à Metz	*Idem.*								
77 78 79	*Idem.*	*Idem.*	184	1,564	1,564	0,100	3715	»	»	4
80 81 82	*Idem.*	*Idem.*								
83 84 85 86	*Idem.*	*Idem.*								
87 88	Route de Thionville accotement rechargé de 0m,04 à 0m,05 de gravier.	Chariot à munitions	300	1,150	1,585	0,072	3022	1345,5	1345,5	4
89		*Idem.*								
90 91		*Idem.*	300	1,150	1,585	0,072	3022	1345,5	1345,5	4
92	*Idem.*	*Idem.*								

vitesse sur la résistance au tirage des voitures.

VITESSE. V	PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèlement au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m		kil	kil	kil	kil			
2,42	0,0078	»	99,8	28,95	7,25	63,6	0,0136		
2,44	0,0078	»	102,3	28,95	7,25	66,1	0,0139		
2,48	0,0078	»	103,7	28,95	7,25	67,5	0,0142		
3,66	0,0078	»	115,6	28,95	7,25	79,4	0,0167		
3,85	0,0078	»	119,0	28,95	7,25	82,8	0,0174		
3,85	0,0078	»	128,0	28,95	7,25	91,8	0,0193		
1,09	0,0069	»	68,5	25,50	7,25	35,7	0,0076		Pl. II, Fig. 3.
1,21	0,0069	»	68,8	25,50	7,25	36,0	0,0076		
1,20	0,0069	»	72,3	25,50	7,25	39,5	0,0084		
1,24	0,0069	»	68,8	25,50	7,25	36,0	0,0076		
1,42	0,0069	»	72,5	25,50	7,25	39,7	0,0084		
1,51	0,0069	»	79,8	25,50	7,25	47,0	0,0099		
1,55	0,0069	»	78,0	25,50	7,25	45,3	0,0096		
1,60	0,0069	»	78,8	25,50	7,25	46,1	0,0097		
2,21	0,0069	»	96,3	25,50	7,25	63,5	0,0134		
2,21	0,0069	»	100,2	25,50	7,25	67,4	0,0142		
2,29	0,0069	»	99,4	25,50	7,25	66,8	0,0141		
2,67	0,0069	»	123,5	25,50	7,25	90,7	0,0192		
3,28	0,0069	»	127,5	25,50	7,25	94,7	0,0200		
3,28	0,0069	»	127,0	25,50	7,25	94,2	0,0199		
3,28	0,0069	»	130,5	25,50	7,25	97,7	0,0206		
1,39	-0,0028	»	254,0	-8,45	7,05	255,4	0,0543		
1,45	-0,0028	»	245,0	-8,45	7,05	246,4	0,0544		
2,64	-0,0019	»	259,0	-5,73	7,05	256,3	0,0567		
3,03	-0,0028	»	250,4	-8,45	7,05	251,4	0,0555		
3,70	-0,0019	»	253,5	-5,73	7,05	250,8	0,0554		
4,00	0,0028	»	266,0	-8,45	7,05	267,4	0,0590		

Suite des *Expériences sur l'influence de la*

Nos DES EXPÉRIENCES	DÉSIGNATION et état de la route.	VOITURE employée.	DISTANCE parcourue.	DIAMÈTRE DES ROUES de devant.	DIAMÈTRE DES ROUES de derrière.	LARGEUR des jantes.	PRESSION sur le sol. P_1	PRESSION sur les essieux de devant. P'	PRESSION sur les essieux de derrière. P''	NOMBRE de chevaux.	ALLU[RE]
			m	m	m	m	kil	kil	kil		
93	Pavé de grès de Sierck. Rampe devant l'école d'artill.	Appareil avec arbre en fonte.	40	0,787	»	0,135	1549,6	80,0	»	2	Pas
94			40								
95			50								
96	*Idem.*	*Idem.*	30								Trot
97			30								
98	Pavé de grès de Sierck, de la rue d'Asfeld.	Chariot à munition.	184	1,150	1,585	0,072	2440,8	1054,9	1054,9	2	Pas
99			184								
100	Route de Thionville couv. de boue en empierrm^t en bon état, caill. à fleur du sol.	Diligence des messageries générales.	100	0,880	1,400	0,110	5230,0	2710,0	2520,0	4	Pas
101			200				5165,0	2645,0	2520,0		
102			400				5165,0	2645,0	2520,0		
103			360				5230,0	2710,0	2520,0		
104	*Idem.*	*Idem.*	1000				2500,0	1089,0	939,0	4	Trot
105			1000								
106			1000								
107			1000								
108			1000								
109			1000								
110			1000								
111			1000								
112	Route de Thionville.	Calèche d'Erhler.	400	0,922	1,300	0,060	1425,0	637,5	592,5	2	Pas
113											
114	*Idem.*	*Idem.*									Petit trot
115											
116	*Idem.*	*Idem.*									Grand trot
117											

itesse sur la résistance au tirage des voitures.

ITESSE. V	PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèlement au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m		kil	kil	kil	kil			
1,05	0,04950	»	109,8	76,5	12,70	33,80	0,0085		Pl. II, Fig. 5.
1,24	0,04950	»	115,0	76,5	12,70	38,50	0,0095		
1,30	0,03830	»	100,2	59,4	12,70	40,80	0,0104		
2,50	0,04430	»	139,0	68,6	12,70	70,40	0,0179		
2,86	0,03450	»	125,7	53,4	12,70	72,30	0,0184		
1,49	0,00690	»	58,5	16,8	5,10	36,60	0,0100	$\rho' = \rho'' = 0^m,032.$ $\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 3670.$	Pl. II, Fig. 4.
1,80	0,00690	»	59,8	16,8	5,10	37,90	0,0103		
1,25	0,00110	»	160,0	9,42	13,80	136,70	0,0142		Pl. II, Fig. 6.
1,43	0,00225	»	168,0	11,60	13,70	142,70	0,0150		
1,49	0,00012	»	137,2	0,60	13,70	122,70	0,0129		
1,38	0,00077	»	155,8	4,00	13,80	137,90	0,0143		
2,86	»	482,5	102,5	»	6,20	96,30	0,0207		Données pour la formule du compteur. $R = 0^m,440.$ $r' = 0^m,0745.$ $\rho = 0^m,0258.$ $k = 3774$ pour le dynamomètre de 300^k $R' = 0^m,0935.$ $Fe = 212 N.$
2,90	»	461,5	97,8	»	6,20	91,60	0,0197		
2,95	»	475,0	100,8	»	6,20	94,60	0,0204		
2,95	»	455,0	96,5	»	6,20	90,30	0,0194		
2,97	»	456,4	96,6	»	6,20	90,40	0,0194		
2,99	»	449,5	95,1	»	6,20	88,90	0,0191		
3,05	»	491,0	144,0	»	6,20	97,80	0,0211		
3,15	»	456,5	96,6	»	6,20	90,40	0,0194		
1,50	»	»	43,7	»	2,45	41,25	0,0156	$\rho' = \rho'' = 0^m,025.$ $p' = 75^k, p'' = 120^k.$ $\frac{P'}{r'} + \frac{P''}{r''} = 2643.$	Pl. II, Fig. 9.
1,60	»	»	46,5	»	2,45	44,05	0,0167		
2,82	»	»	48,6	»	2,45	46,15	0,0175		
2,96	»	»	54,7	»	2,45	52,25	0,0196		
3,56	»	»	53,5	»	2,45	51,00	0,0193		
3,68	»	»	57,1	»	2,45	54,65	0,0107		

Suite des *Expériences* sur *l'influence de la*

N°s des expériences.	Désignation et état de la route.	Voiture employée.	Distance parcourue.	Diamètre des roues de devant.	Diamètre des roues de derrière.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. P_1	Pression sur les essieux de devant. P'	Pression sur les essieux de derrière P''	Nombre de chevaux.	Allure
			m	m	m	m	kil	kil	kil		
118 119 120 121	Route de Metz à Nancy, entre Jouy et Montigny.	Diligence des messageries générales.									Pas
122 123 124 125	Au milieu de la chaussée, en bon état d'entretien, mouillée par la pluie, un peu de boue.	*Idem.*	1000	0,900	1,400	0,110	4597	1854	2309	4	Petit trot
126 127 128 129	Quelques cailloux à fleur du sol.	*Idem.*									Trot alon[g]
130 131	Même route, un peu humide.	*Idem.*					4402	1724	2244	4	Pas
132 133	*Idem.*	*Idem.*	300	0,900	1,400	0,110	4532	1789	2309	4	Trot
134 135	*Idem.*	*Idem.*					4597	1854	2309	4	Trot alon[g]
136 137	Même route. Sur l'accotement, une ornière de $0^m,05$ à $0^m,06$.	*Idem.*	300	0,900	1,400	0,110	4402	1724	2244	4	Pas
138 139 140	Sur le côté extérieur, poussière sèche.	*Idem.*					4597	1854	2309	4	Trot

vitesse sur la résistance au tirage des voitures.

VITESSE. V	PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèlem^t au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre : la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre : le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m		kil	kil	kil	kil			
1,40	»	919,5	134,40	»	12,7	121,7	0,0150		Pl. II, Fig. 7.
1,43	»	943,0	138,00	»	12,7	125,3	0,0155		
1,44	»	1000,2	149,00	»	12,7	136,3	0,0169		
1,45	»	993,0	145,00	»	12,7	132,3	0,0162		
2,30	»	1076,0	157,00	»	12,7	144,3	0,0178		Données pour la formule du compteur. $R = 0^m,450$, $r' = 0^m,0745$, $\rho = 0^m,026$, $k = 3774$, $R' = 0^m,194$ $Fe = 146N$.
2,32	»	1050,0	153,50	»	12,7	140,8	0,0174		
2,32	»	1107,0	161,50	»	12,7	148,8	0,0184		
2,47	»	1112,0	162,50	»	12,7	149,8	0,0185		
3,57	»	1143,0	167,50	»	12,7	154,8	0,0191		
3,71	»	1258,0	184,00	»	12,7	171,3	0,0212		
3,57	»	1234,0	180,50	»	12,7	167,8	0,0207		
3,71	»	1127,0	164,50	»	12,7	151,8	0,0187		
1,27	»	»	110,75	»	12,0	95,5	0,0124	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=7724.$	Pl. II, Fig. 8.
1,27	»	»	114,35	»	12,0	102,0	0,0128		
2,40	»	»	120,60	»	12,5	108,1	0,0136	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=7959.$	
2,46	»	»	112,25	»	12,5	99,8	0,0125		
3,70	»	»	133,70	»	12,7	121,0	0,0150	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=8103.$	
3,80	»	»	130,50	»	12,7	118,5	0,0146		
1,40	»	»	163,70	»	12,0	151,7	0,0196		
1,50	»	»	186,00	»	12,0	174,0	0,0225		
2,60	»	»	202,50	»	12,7	189,8	0,234		
2,70	»	»	196,50	»	12,7	173,8	0,215		
2,80	»	»	192,25	»	12,7	179,5	0,0222		

Suite des *Expériences sur l'influence de l*

N°s des expériences	Désignation et état de la route.	Voiture employée.	Distance parcourue.	Diamètre des roues de devant.	Diamètre des roues de derrière.	Largeur des jantes.	Pression sur le sol. P_1	Pression sur les essieux de devant. P'	Pression sur les essieux de derrière. P''	Nombre de chevaux.	Allu[re]
			m	m	m	m	kil	kil	kil		
141	Même route, sur l'accotement une ornière de 0,10 à 0,15.	Même voiture.	300	0,900	1,400	0,110	4597	1854	2309	4	Pas
142											Trot
143	Route de Thionville un peu humide, bien roulante, sans boue, avec cailloutage à fleur du sol.	*Idem.*									
144							2300	959	874	2	Pas
145											
146			300	0,900	1,400	0,110					
147							3700	1375	1858	2	Pas
148							3830	1440	1923	2	Pas
149							3830	1440	1923	2	Pas
150							3830	1440	1923	2	Pas
151	Même route sur un accotement rechargé de 0,04 à 0m,05 de gravier.	*Idem.*	420				2300	959	874	4	Pas
152			420	0,900	1,400	0,110	2300	959	874	4	
153			320				5165	2092	2606	4	Trot
154			420				2300	959	874	4	Galop
155	Pavé en grès de Sierck, de la rue d'Asfeld à Metz	*Idem.*					4480	1794	2249	»	Pas
156							4402	1734	2244	»	Pas
157	*Idem.*	*Idem.*									
158							4402	1734	2244	»	Pas along[é]
159											
160			184	0,900	1,400	0,110					
161	*Idem.*	*Idem.*					4597	1854	2309	»	Trot
162											
163											
164	*Idem.*	*Idem.*									
165							4597	1854	2309	»	Trot along[é]
166											
167											

itesse sur la résistance au tirage des voitures.

TESSE. V	PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèlement au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre: la gravité.	le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m		kil	kil	kil	kil			
1,35	»	»	204,25	»	12,7	191,7	0,0236		
2,97	»	»	235,5	»	12,7	222,8	0,0276		
1,50	0,0002	»	48,0	0,4	5,5	42,1	0,0098	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=4280.$	
1,50	0,0009	»	51,4	2,0	5,5	43,8	0,0103	*Idem.*	
1,55	0,0011	»	53,3	2,6	5,5	43,2	0,0101	*Idem.*	
1,55	0,0024	»	51,5	5,6	5,5	51,6	0,0120	*Idem.*	
1,50	-0,0005	»	70,5	-1,7	9,3	62,8	0,0091	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=6880.$	
1,31	0,0026	»	92,0	10,6	9,7	72,1	0,0101		
1,54	0,0000	»	73,0	0,0	9,6	63,4	0,0090	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=7130.$	
1,50	0,00105	»	86,7	3,9	9,6	67,7	0,0095		
1,34	-0,0022	»	186,8	-5,1	5,5	186,4	0,0436	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=4280.$	
1,43	0,0025	»	195,0	5,75	5,5	183,7	0,0429	*Idem.*	
2,38	0,0025	»	479,5	12,9	13,7	452,9	0,0478	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=\begin{cases}9500.\\4280.\end{cases}$	
4,50	0,0023	»	208,0	5,4	5,5	197,1	0,0462		
1,27	0,0069	»	110,2	31,4	12,2	66,6	0,0084	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=7850.$	Pl. II, Fig. 10.
1,26	0,0069	»	107,0	30,5	12,0	64,5	0,0082	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=7724.$	
1,53	»	»	110,2	30,5	12,0	67,7	0,0086	*Idem.*	
1,60	»	»	113,5	30,5	12,0	71,0	0,0090	*Idem.*	
1,60	»	»	115,6	30,5	12,0	73,1	0,0093	*Idem.*	
2,42	»	»	127,2	31,7	12,7	82,8	0,0102	$\frac{P'}{r'}+\frac{P''}{r''}=8103.$	
2,42	»	»	128,5	31,7	12,7	84,1	0,0104	*Idem.*	
2,45	»	»	132,5	31,7	12,7	88,1	0,0109	*Idem.*	
2,48	»	»	134,0	31,7	12,7	89,6	0,0110	*Idem.*	
3,40	»	»	168,0	31,7	12,7	123,6	0,0152	*Idem.*	
3,47	»	»	163,5	31,7	12,7	119,1	0,0147	*Idem.*	
3,53	»	»	161,5	31,7	12,7	117,1	0,0144	*Idem.*	
3,83	»	»	157,0	31,7	12,7	112,6	0,0139	*Idem.*	

Suite des *Expériences sur l'influence de l*

N^os DES EXPÉRIENCES.	DÉSIGNATION et état de la route.	VOITURE employée.	DISTANCE parcourue.	DIAMÈTRE des roues de devant.	DIAMÈTRE des roues de derrière.	LARGEUR des jantes.	PRESSION sur le sol. P_1	PRESSION sur les essieux de devant. P'	PRESSION sur les essieux de derrière P''	NOMBRE de chevaux.	ALLU
			m	m	m	m	kil	kil	kil		
168							3145	1353,7			
169							3145	1353,7			Pas
170							3210	1418,7			Pas allong
171	Pavé en grès de Fontainebleau, rue Stanislas, à Paris, en bon état.	Chariot des messager^es générales suspendu sur six ressorts	213	0,84	1,18	0,080	3210	1418,7	1582,2	2	
172							3210	1418,7			
173							3210	1418,7			Trot
174							3210	1418,7			
175							3210	1418,7			Trot allong
176							3210	1418,7			
177							3210	1418,7			
178							3210	1418,7			Pas
179	Même pavé.	Même chariot non suspendu.	213	0,84	1,18	0,080	3145	1353,7	1582,2	2	Pas allong
180							3145	1353,7			Trot
181							3145	1353,7			
182							3355,9	1353,7			
183							3355,9	1353,7			Pas
184							3355,9	1353,7			Pas allong
185	Même pavé.	Même chariot suspendu sur six ressorts	213	1,18	1,50	0,080	3420	1458,7	1582,2	2	
186							3420	1458,7			Trot
187							3420	1458,7			Trot allong
188							3420	1458,7			
189											Pas
190											
191											Pas allong
192											
193	Même pavé.	*Idem.*	213	1,18	1,50	0,080	3420	1458,7	1582,2	2	Trot
194											
195											Trot allong
196											
197											

vitesse sur la résistance au tirage des voitures.

VITESSE. V	PENTE par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette correspondant à la distance parcourue.	EFFORT exercé par le moteur parallèlem^t au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m		kil	kil	kil	kil		$\rho' = \rho'' = 0{,}031.$	
1,24	0,01856	»	144,0	58,37	9,13	76,60	0,0116	$p' = 148^k,\ p'' = 205^k$	
1,45	0,01856	»	146,0	58,37	9,13	78,50	0,0119	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 6604{,}6$	
								$\cos\alpha = 0{,}975.$	
1,59	0,01856	»	149,5	58,59	9,37	81,54	0,0121		
1,70	0,01856	»	153,0	58,59	9,37	85,00	0,0126		
2,31	0,01856	»	161,5	58,59	9,37	93,54	0,0132		
2,36	0,01856	»	161,0	58,59	9,37	93,04	0,0139	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 6759.$	
3,00	0,01856	»	176,0	58,59	9,37	108,04	0,0160		
3,17	0,01856	»	176,5	58,59	9,37	108,54	0,0161		
3,60	0,01856	»	183,5	58,59	9,37	115,54	0,0171		
1,29	0,01856	»	156,0	58,59	9,37	88,04	0,0130	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 6759.$	
1,26	0,01856	»	154,5	58,59	9,37	86,54	0,0128		
1,60	0,01856	»	177,0	58,59	9,37	109,04	0,0165		
2,05	0,01856	»	189,5	58,59	9,37	122,00	0,0185	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 6604{,}6.$	
2,29	0,01856	»	215,0	58,59	9,37	147,04	0,0223		
1,05	0,01856	»	133,0	63,23	6,81	57,00	0,0113	$p' = 205^k,\ p'' = 215^k$	
1,15	0,01856	»	135,0	63,23	6,81	59,00	0,0117	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 5038.$	
1,61	0,01856	»	138,0	63,23	6,81	62,00	0,0123		
2,44	0,01856	»	144,5	63,23	6,98	68,50	0,0129		
2,56	0,01856	»	148,5	63,23	6,98	72,50	0,0136	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 5317.$	
3,00	0,01856	»	153,2	63,23	6,98	77,20	0,0145		
3,37	0,01856	»	161,0	63,23	6,98	85,20	0,0160		
1,16	0,01856	68,0	127,5	63,63	6,98	56,90	0,0107		
1,14	0,01856	66,7	125,3	63,63	6,98	54,70	0,0103		
1,60	0,01856	71,0	133,5	63,63	6,98	62,90	0,0118		
1,65	0,01856	70,3	132,2	63,63	6,98	61,60	0,0115		Expériences faites avec le dynamomètre à compteur.
2,39	0,01856	76,5	144,0	63,63	6,98	73,40	0,0138	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 5317.$	
2,42	0,01856	75,8	142,5	63,63	6,98	71,90	0,0135		
3,08	0,01856	86,4	162,7	63,63	6,98	92,10	0,0173		
3,38	0,01856	85,0	160,0	63,63	6,98	89,40	0,0167		
3,38	0,01856	86,5	162,8	63,63	6,98	92,20	0,0173		

36. ***Examen des résultats contenus dans le tableau précédent.*** Si l'on examine d'abord, parmi les résultats de ce tableau, ceux qui sont relatifs aux voitures non suspendues, telles que les charrettes et chariots à quatre roues, les affûts, etc., on voit que sur les terrains mous ou mobiles, tels que le gazon plus ou moins sec ou humide, ou les rechargemens épais de gravier ou de décombres, sur des fonds un peu compressibles, les accotemens des routes ou les chemins en empierrement de gravier fin, peu raffermis, comme ceux qui sont peu fréquentés, *la résistance au roulement est indépendante de la vitesse ;* ce qui tient à ce que, dans tous ces cas, il y a simplement compression du sol, sans choc et sans perte de vitesse du véhicule, et sans communication de vitesse au milieu comprimé.

Mais il n'en est plus de même lorsque le sol devient plus dur, et présente des inégalités, comme les routes en empierrement le mieux entretenues, celles qui présentent de gros cailloux à fleur du sol, et le pavé. Il se produit alors des chocs à chaque instant, et la voiture perd une portion de sa vitesse, qui doit lui être restituée par le moteur.

37. ***Loi de la variation de la résistance en fonction de la vitesse sur les terrains durs.*** Si l'on construit pour chaque série les résultats immédiats des expériences, en prenant les vitesses pour abscisses et les valeurs du coefficient A pour ordonnées, on reconnaît de suite que les points, ainsi déterminés, sont sur une même ligne droite inclinée, ce qui montre que la résistance croît proportionnellement à la vitesse, ou que les accroissemens de résistance sont proportionnels à ceux de la vitesse. Par conséquent, les valeurs de A seront données par une expression de la forme

$$A = \gamma + \delta (V - V'),$$

dans laquelle

γ sera une quantité constante exprimant en kilogrammes la valeur de A relative à la vitesse V',

et δ un coefficient numérique constant pour chaque route à un état donné et pour une même voiture.

Les lignes droites qui représentent la loi de la variation de A nous fournissent immédiatement les valeurs de γ et de δ.

En effet, en prenant pour terme de comparaison la vitesse d'un mètre par seconde à peu près, qui est celle du pas ordinaire d'un cheval de roulage assez fortement chargé, on trouve pour les charrettes, affûts et chariots les valeurs suivantes relatives aux différens terrains.

VOITURES employées.	DÉSIGNATION et état des routes.	VALEURS de γ	VALEURS de δ	VALEURS DU COEFFICIENT. A.
Chariot d'artillerie à quatre roues.	Route de Metz à Thionville, sèche, en bon état, avec cailloutage à fleur du sol.	0,0082	0,0031	$A = 0{,}0082 + 0{,}0031\,(V-1)$.
Affût de 16 de siége.	Route de Metz à Nancy près de Montigny, sèche, en parfait état, très-unie, entretenue avec de petits cailloux.	0,0110	0,0021	$A = 0{,}0110 + 0{,}0021\,(V-1)$.
Appareil avec arbre en fonte formant charrette.	Pavé en grès de Sierck, en très-bon état, rampe devant l'école d'Artillerie à Metz.	0,0084	0,0059	$A = 0{,}0084 + 0{,}0059\,(V-1)$.
Affût de 16 de siége.	Même pavé, rue d'Asfeld....	0,0066	0,0060	$A = 0{,}0066 + 0{,}0060\,(V-1)$.
Chariot d'artillerie.	*Idem.*	0,0066	0,0054	$A = 0{,}0066 + 0{,}0054\,(V-1)$.
Chariot des messageries générales (avec ressorts calés).	Pavé en grès de Fontainebleau, rue Stanislas à Paris.	0,0104	0,0093	$A = 0{,}0104 + 0{,}0093\,(V-1)$.

38. *Influence de la vitesse sur la résistance éprouvée par les voitures suspendues.* Si nous passons aux résultats relatifs aux voitures suspendues, nous voyons que, sur les accotemens en terre, la résistance est indépendante de la vitesse, même quand il y a des ornières de $0^m,06$ et de $0^m,10$ à $0^m,15$ de profondeur, et quoique dans ces expériences l'une des roues portât sur une partie solide voisine du milieu de la chaussée. Il en est par conséquent de même, à plus forte raison, sur tous les sols mous ou rechargés de matériaux mobiles.

Sur les routes en empierrement, un peu humide, en bon état, comme celle de Metz à Naney, entre les villages de Jouy et de Montigny, sur la même route mouillée et couverte d'un peu de boue, et enfin sur celle de Metz à Thionville mouillée, couverte d'un peu de boue, et avec cailloutage à fleur du sol, nous voyons l'influence de la vitesse s'accroître graduellement à mesure que la route devient plus dure.

On trouve, en effet, par le tracé, qu'avec les voitures suspendues des messageries générales on a les résultats suivans :

VOITURES employées.	DÉSIGNATION et état des routes.	VALEURS de γ	VALEURS de δ	VALEURS DU COEFFICIENT. A.
Diligence des messageries générales.	Route de Metz à Thionville, mouillée, couverte de boue, avec cailloutage à fleur du sol.	0,0128	0,00345	$A = 0{,}0128 + 0{,}00345\,(V-1)$.
Calèche construite par M. Erhler.	Même route sèche..........	0,0152	0,00190	$A = 0{,}0152 + 0{,}00190\,(V-1)$.
Diligence des messageries générales.	Route de Metz à Nancy, mouillée avec un peu de boue et un peu de cailloutage à fleur du sol.	0,0152	0,00180	$A = 0{,}0152 + 0{,}00180\,(V-1)$.
Idem.	Même route à peu près sèche..	0,0122	0,00100	$A = 0{,}0122 + 0{,}00100\,(V-1)$.
Idem.	Pavé en grès de Sierck, rue d'Asfeld à Metz.	0,0076	0,00280	$A = 0{,}0076 + 0{,}00280\,(V-1)$.
Chariot des messageries générales suspendu sur six ressorts.	Pavé en grès de Fontainebleau, rue Stanislas à Paris, en bon état.	0,0104	0,00230	$A = 0{,}0104 + 0{,}00230\,(V-1)$.

Nous ferons observer que les routes de Metz à Thionville et à Nancy, qui sont signalées ici comme mouillées et couvertes de boue liquide, étaient, sous ce rapport et sous celui de l'entretien à très-peu près au même état, lors des expériences, et que la différence des valeurs du terme constant, γ, qui sont $\gamma = 0{,}0128$ pour la première, et $0{,}0152$ pour la seconde, peut être attribuée à ce que le fond de la route de Thionville, formé de gros cailloux, est peut-être plus ferme que celui de la route de Nancy.

39. *Influence de la suspension sur la résistance.* Après avoir examiné l'influence de la vitesse sur les différens terrains, et pour une même sorte de voiture, comparons-la pour les voitures suspendues et celles qui ne le sont pas.

Pour tous les terrains mous, unis et compressibles, la suspension est sans influence, et la résistance est indépendante de la vitesse.

Sur les routes dures et à la vitesse du pas, l'influence de la suspension paraît très-faible, puisque l'on trouve, sur les routes en empierrement dures et sur le pavé, à peu près la même valeur de A pour les voitures les plus dures,

telles que les affûts et charrettes, que pour les diligences le mieux suspendues.

Sur les routes en empierrement, nous voyons que l'influence de la vitesse ou la valeur du terme, $\delta(V-1)$, diminue à mesure que la suspension devient plus parfaite, ainsi l'on a sur les routes en empierrement en bon état et sèches

$\delta = 0{,}0021$ avec l'affût de siége qui est un chariot très-rigide, à cause de la forte dimension de la flèche qui réunit les deux trains,

$\delta = 0{,}00100$ avec la diligence.

La même graduation s'observe sur le pavé. On a, en effet, sur celui de Metz

$\delta = 0{,}0060$ avec l'affût de siége,

$\delta = 0{,}0059$ avec l'appareil formant charrette,

$\delta = 0{,}0054$ avec le chariot d'artillerie,

$\delta = 0{,}0028$ avec la diligence;

et sur celui de Paris

$\delta = 0{,}0093$ avec le chariot des messageries générales non suspendu,

$\delta = 0{,}0023$ avec le même chariot suspendu sur six ressorts.

Ces résultats montrent donc d'une manière évidente les avantages de la suspension des voitures pour la diminution de la portion de la résistance qui dépend de la vitesse.

On voit, au surplus, que pour les voitures suspendues la résistance sur les bonnes routes, et sur un pavé bien régulier, n'augmente pas très-rapidement avec la vitesse, mais qu'il n'en est pas de même sur les routes dures avec cailloutage à fleur du sol. On déduit, en effet, des résultats précédens les valeurs suivantes du coefficient A.

VOITURES EMPLOYÉES.		VALEURS DU COEFFICIENT A.					
VITESSES....	en mètres, en 1''..........	m 1,00	m 1,50	m 2,00	m 2,50	m 3,00	m 3,50
	en lieues à l'heure.........	lieues. 0,90	lieues. 1,35	lieues. 1,80	lieues. 2,25	lieues. 2,70	lieues. 3,15
DILIGENCES...	Route de Metz à Nancy. un peu humide	k 0,0122	k 0,0127	k 0,132	k 0,0137	k 0,0148	k 0,0147
	Route de Metz à Nancy. mouillée.....	0,0152	0,0161	0,0170	0,0179	0,0188	0,0191
	Route de Thionville, mouillée..	0,0128	0,01453	0,01626	0,01798	0,01970	0,0214
CALÈCHE de M. Erhler,	*id.* sèche....	0,0152	0,0161	0,01710	0,0180	0,0190	0,0199
DILIGENCE.	Pavé en grès de Sierck à Metz.....	0,0076	0,0090	0,01040	0,0118	0,0132	0,0146
CHARIOT des messageries générales, suspendu sur six ressorts.	Pavé en grès de Fontainebleau, à Paris.	0,0104	0,0116	0,01270	0,0138	0,0150	0,0161

40. Il est à remarquer, dans ces résultats, que la résistance totale éprouvée par les voitures suspendues sur le pavé de Metz est beaucoup moindre au petit pas, à la vitesse de 1 mètre, que sur les meilleures routes en empierrement, et qu'à la vitesse de $3^m,50$ en 1'', ou $3^{\text{lieues}},15$ à l'heure, elle lui est au plus égale, tandis que, dès que les routes en empierrement commencent à être mouillées, ou à offrir des cailloux à fleur du sol, cette résistance y devient de suite beaucoup plus grande que sur le pavé.

On ne sera pas étonné de cette conséquence, si l'on observe que le pavé en grès de Sierck, sur lequel on a opéré, est parfaitement exécuté et composé de petites pierres de $0,^m08$ à $0^m,10$ de large environ sur $0^m,12$ à $0^m,15$ de longueur, taillées carrément, et que, malgré ses inégalités apparentes, il offre en réalité aux voitures un sol beaucoup plus uni que les routes en empierrement, où il y a des cailloux à fleur de sol, quoique celles-ci paraissent plus roulantes ; car un caillou en saillie de $0^m,03$ à $0^m,04$ seulement produit un choc bien plus sensible que le passage d'un pavé à l'autre, attendu que les roues posent toujours sur les points les plus élevés des pavés, et que les différences de niveau de ces divers points sont très-faibles sur les chaussées pavées en bon état.

41. *Avantages des routes pavées.* Il en est encore à peu près de même sur le pavé de Paris, en grès de Fontainebleau, lorsqu'il est en bon état, puisque nous voyons qu'à la vitesse de 3 mètres en 1'', ou 2,70 lieues à l'heure, la

valeur de A est égale à 0,0150 sur ce pavé, et qu'elle est de 0,0142 sur une route sèche, et de 0,0188 sur une route mouillée.

Ainsi aux allures vives, la résistance éprouvée par les voitures suspendues sur un bon pavé n'est pas supérieure à celle qui serait occasionnée par une route en empierrement en bon état, et, si l'on observe que cette résistance est à très-peu près la même en toute saison sur le pavé, tandis qu'en hiver elle augmente beaucoup sur les routes en empierrement, on reconnaîtra les avantages du premier mode de construction des routes. Mais, pour qu'ils soient aussi grands que nous l'avons trouvé, on ne doit pas perdre de vue que le pavé doit être dur, bien posé et bien serré.

42. *Supériorité du pavé de Metz sur celui de Paris.* Si l'on compare la valeur de $\delta = 0{,}0054$, obtenue sur le pavé de Metz avec le chariot d'artillerie, à celle $\delta = 0{,}0093$ qui a été fournie par le pavé de Paris, avec le chariot non-suspendu des messageries générales, on reconnaîtra combien le pavé dur, égal et serré, employé dans la première ville, est supérieur à celui de la seconde, et combien celui-ci aurait besoin d'être amélioré.

43. *Avantage de la suspension des trains.* Il est à remarquer que, malgré cette infériorité du pavé de Paris, on n'a trouvé sur ce pavé que $\delta = 0{,}0023$ pour le chariot à trains suspendus des messageries, tandis que sur celui de Metz on a obtenu $\delta = 0{,}0028$ avec la diligence des mêmes messageries dont les trains ne sont pas suspendus. Ainsi l'avantage de la suspension des trains a compensé l'excès d'inégalité du pavé de Paris. On voit donc que ce genre de construction est favorable à l'économie de la puissance motrice en même temps qu'à la conservation des voitures.

44. *Les routes entretenues avec de très-petits matériaux souffrent moins que les autres de la rapidité des transports.* La perte de vitesse éprouvée par une voiture est toujours en rapport avec l'intensité du choc qui la produit, et, par conséquent, avec l'effort exercé pendant ce choc sur l'obstacle ou sur les matériaux de la route. Les effets de désagrégation doivent donc croître en même temps que les pertes de vitesse ou les valeurs du terme $\delta(V-1)$. Il suit de cette observation que les routes entretenues avec des matériaux de petites dimensions sont celles qui souffrent le moins de la rapidité des transports.

45. *Dans l'intérêt de la conservation des routes, on ne doit pas tolérer de services de messageries non-suspendues.* De plus, la grande valeur qu'atteint le terme $\delta(V-1)$ avec les voitures non-suspendues, sur les routes en

empierrement, et à plus forte raison sur les routes pavées, même quand elles sont très-sèches et en très-bon état, fait voir que, dans l'intérêt de la conservation des routes, il ne faut pas tolérer de service de messageries ou de transport par voitures non-suspendues allant au trot, même quand l'élasticité de leurs brancards tendrait à en diminuer un peu les inconvéniens.

46. *La suspension doit être d'autant plus parfaite que les voitures doivent marcher plus vite.* Nous avons vu que l'influence des chocs diminuait à mesure que la suspension était plus parfaite, et, comme elle croît, au contraire, avec la vitesse, il s'ensuit que les voitures les plus rapides devraient être les mieux suspendues. Le service public des malles-postes, qui laisse tant à desirer aux voyageurs sous ce rapport, et dont les voitures sont bien plus dures que celles des grandes entreprises de messageries, devrait donc aussi, dans l'intérêt de la conservation des routes, recevoir, dans l'élasticité de sa suspension, des améliorations proportionnées à celles qu'il acquiert chaque jour dans sa rapidité.

47. *Valeur du coefficient* A *de la formule du* N° 16 *en fonction de la largeur de la bande de roue et de la vitesse.* Pour lier entr'eux les résultats des diverses séries d'expériences que nous venons de discuter, tant sur l'influence de la largeur des jantes que sur celle de la vitesse de transport, nous remarquerons d'abord que dans toutes celles qui ont été faites sur des terrains mous, la vitesse étant sans influence, on a $\delta = 0$, et que la valeur de γ est celle qui a été trouvée pour A en fonction de la largeur de jante. On a donc

$$\gamma = a + \alpha (l' - l)$$

Il est encore de même pour les expériences sur les terrains durs, attendu que les expériences sur l'influence de la largeur des jantes ont été faites à la vitesse moyenne de 1 mètre par seconde, ce qui donne $V - 1 = 0$.

Par conséquent, l'expression générale du coefficient A sera

$$A = a + \alpha (l' - l) + \delta (V - 1).$$

On a trouvé pour les divers terrains les valeurs suivantes de a et de α correspondantes à $l' = 0^m,280$.

DÉSIGNATION DU TERRAIN.	VALEURS de	
	a	α
Sable mêlé de gravier fin sur une épaisseur de $0^{m},10$ à $0^{m},15$...........	0,0510	0,1423
Pelouse de gazon, terre molle et humide...........................	0,0380	0,0710
Gazon sec..	0,0242	0,0453
Chemin en gravier uni, mais peu fréquenté et humide................	0,0308	0,0072
Route en empierrement ferme....................................	0,0092	0,00606
Chaussée pavée en grès quartzeux de Sierck, à Metz..................	0,0076	0,00000
Chaussée pavée en grès de Fontainebleau, à Paris.....................	0,0104	0,00000

Si, à l'aide de ces valeurs de a et de α, nous calculons celles que prendrait A à la vitesse d'un mètre, et pour des largeurs respectives de jantes de $0^{m},07$, de $0^{m},12$ et de $0^{m},17$, qui comprennent à peu près les cas extrêmes de la pratique, nous aurons les valeurs contenues dans le tableau suivant.

DÉSIGNATION DU TERRAIN.	VALEUR DE A POUR DES LARGEURS de jantes de		
	$0^{m},07$	$0^{m},12$	$0^{m},17$
Sable fin mêlé de gravier, sur une épaisseur de $0^{m},10$ à $0^{m},15$...	0,0809	0,0738	0,0666
Gazon humide sur un sol mou..............................	0,0529	0,0494	0,0458
Gazon sec sur un sol ferme	0,0337	0,0314	0,0292
Chemin en gravier uni, humide, peu fréquenté..............	0,0323	0,0320	0,0316
Route en empierrement, en bon état, sèche	0,0104	0,0101	0,0099
Chaussée pavée en grès quartzeux de Sierck..................	0,0076	0,0076	0,0076
Chaussée pavée en grès de Fontainebleau, à Paris............	0,0104	0,0104	0,0104

L'examen de ce tableau montre que l'augmentation de la largeur des jantes entre les limites adoptées jusqu'ici par la pratique n'a d'influence notable pour la diminution de la résistance que dans les terrains mous ou mobiles, mais que, dès que le sol devient ferme, comme celui des routes ordinaires, la résistance varie très-peu entre ces limites de largeur.

48. *Accord des expériences de divers auteurs avec les précédentes.* Les nombreux résultats d'expériences que nous avons rapportés, et leur représentation graphique, ont mis en évidence, d'une manière qui nous semble incontestable, la loi de l'accroissement de la résistance proportionnellement à celui de la vitesse. Cette loi n'étant pas celle qui a été déduite par divers auteurs des expériences faites par MM. Edgeworth, de Rumford et J. Macneill, j'ai cherché à comparer ces résultats avec ceux qui j'avais obtenus, et à cet effet, employant toujours la méthode si commode des tracés, j'ai de suite reconnu que toutes ces expériences conduisaient à la conséquence que j'avais déduite des miennes. C'est ce qu'il est facile de montrer.

Les expériences de M. Edgeworth ont été faites avec un modèle de voiture, mu par des poids sur un plan horizontal de 75 pieds anglais de longueur, sur lequel on avait fixé une trentaine de petits liteaux pour former des obstacles. Le mouvement de descente des poids moteurs était régularisé par l'action d'un volant, et l'on déterminait à l'avance la portion de ce poids qui était nécessaire, à chaque vitesse, pour vaincre les résistances passives de l'appareil, et en la déduisant de la totalité, on obtenait le poids qui suffisait pour entretenir le mouvement de la voiture. Ce modèle pouvait à volonté être suspendu sur ressorts ou devenir rigide. Les résultats de ces expériences, extraits de l'ouvrage de M. Edgeworth (2e édition, page 114 et suivantes), sont resumés ci-dessous.

Expériences de M. Edgeworth sur la variation de la résistance en fonction de la vitesse et sur l'influence des ressorts.

VITESSES en milles par heure.	RÉSISTANCE ÉPROUVÉE par la voiture	
	Suspendue.	Non suspendue.
milles.	liv. avoir p.	liv. avoir p.
2	4 $\frac{1}{2}$	6
3 $\frac{3}{4}$	5	7 $\frac{1}{2}$
5 $\frac{1}{2}$	6	12

En représentant ces résultats Pl. II, Fig. 14, on voit que pour l'un et

l'autre cas les points, dont les abscisses sont les vitesses en milles, et les ordonnées les poids moteurs en livres, sont sensiblement en ligne droite, ce qui est d'accord avec mes expériences.

Le comte de Rumford (Sir Benjamin Thompson) a présenté, en 1811, à la première classe de l'Institut les résultats des expériences qu'il avait exécutées avec une voiture suspendue sur la route de Passy à Sèvres. Son but principal était de reconnaître l'avantage que les larges jantes présentent, même sur le pavé; mais comme il a fait varier la vitesse, ses expériences sont aussi intéressantes sur ce point de vue.

Les résultats en sont consignés dans la Bibliothèque britannique, année 1811, et sont rapportés dans l'avant-propos de ce Mémoire. L'auteur n'y indique les vitesses que par l'allure; mais, nos expériences nous ayant fourni la vitesse moyenne correspondante à chaque allure, il nous est facile de remplir cette lacune, et nous adopterons pour vitesse du

Petit pas	1^m,25,
Pas allongé	1^m,55,
Petit trot	2^m,40,
Grand trot	3^m,65.

Prenant ensuite ces vitesses pour abscisses, et les résistances observées par le comte de Rumford, à l'aide d'un dynamomètre à ressort et à aiguille pour ordonnées, on peut construire les figures 16 et 17, Pl. II: on reconnaît à leur inspection que la résistance sur le pavé a crû proportionnellement aux accroissemens de la vitesse, puisque les points ainsi déterminés sont en ligne droite.

Les figures 16 sont relatives aux expériences faites sur la route pavée de Passy au pont de Sèvres, et les figures 17 à celles qui ont été exécutées sur l'accotement de cette route. Ces dernières montrent comme les nôtres que sur les accotemens la résistance est à peu près indépendante de la vitesse.

Enfin, M. J. Macneill a exécuté quelques expériences rapportées par M. Navier, qui en a traduit les résultats en mesures françaises. Elles ont été faites sur une diligence du poids de 914 kilogrammes, conduite sur une route en empierrement.

Expériences de M. J. Macneill sur le tirage d'une diligence sur une route en empierrement.

VITESSES en lieues à l'heure.	RÉSISTANCES en kilogrammes.
1	35
2,4	48
3,2	52

La représentation graphique de ces résultats, Pl. II, Fig. 15, montre encore la même relation entre la vitesse et la résistance.

Ainsi les expériences déjà connues sont complètement d'accord avec celles que j'ai exécutées, et quoique ces dernières, nombreuses et variées, faites avec des instrumens plus précis que ceux qui ont été employés par les autres observateurs, me paraissent concluantes, il n'en était pas moins utile de montrer cette coïncidence.

Il est singulier qu'une loi si simple, si bien manifestée par les résultats de l'expérience, n'en ait pas été déduite, et l'on ne peut l'attribuer qu'à l'usage où sont beaucoup de personnes de chercher à lier les données de l'expérience par le calcul avant de les représenter par des tracés qui, outre l'avantage de les soumettre à la continuité et de faire découvrir les anomalies, ont aussi celui de montrer souvent de suite les lois des phénomènes observés.

49. *Observations relatives aux expériences du comte de Rumford.* Puisque j'ai parlé des expériences du comte de Rumford sur l'avantage des jantes larges sur le pavé, je dois faire remarquer qu'elles ont été faites avec des bandes de roue de 4po, 2po 3li et 1po 9li. Il est bon de faire observer que sur le pavé de Paris, et surtout sur celui des routes voisines, les roues très-étroites descendent sans cesse, soit dans le sens du mouvement, soit dans le sens transversal, dans les intervalles de ces pavés, tandis que des roues un peu plus larges ne peuvent atteindre le fond de ces intervalles, ce qui empêche la voiture d'éprouver des chocs aussi violens. Mais cet effet n'a lieu, comme on le voit, que jusqu'à une certaine limite de largeur d'autant plus rapprochée que le pavé est plus égal et mieux posé, et passé laquelle la largeur de la jante est sans influence sur la résistance.

50. *Simplification de la valeur du coefficient* A *de la résistance pour les routes ordinaires.* D'après les observations précédentes, on voit donc que sur les routes ordinaires l'expression de la résistance, à la vitesse d'un mètre en une seconde pourra être simplifiée en adoptant pour γ sa valeur relative aux jantes de $0^m,12$ comme une moyenne. Les autres expériences sur le tirage ayant été faites avec des jantes de $0^m,10$ à $0^m,11$, et sur des routes en empierrement et du pavé, nous pourrons ainsi réduire pour toutes les largeurs voisines de ces dimensions la valeur de A:

$$A = \gamma + \delta(V - 1).$$

Nous réunirons plus tard dans un seul tableau les diverses valeurs de γ selon les largeurs de jantes, ainsi que celles de δ, ce qui permettra de calculer pour chaque cas celle du coefficient A.

51. *Equation approximative du mouvement d'une voiture dans les cas ordinaires.* Il sera donc facile pour chaque sol et chaque vitesse de transport de calculer la résistance au roulement éprouvée par les diverses voitures, quand on connaîtra leur charge, les dimensions des roues et la répartition du chargement sur les essieux, puisque les formules admises au N° 16 sont complètement vérifiées, et qu'on a pour les voitures à quatre roues

$$R = A\left(\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''}\right),$$

et pour les charrettes

$$R = \frac{P + p}{r} = A\frac{P_1}{r},$$

Par conséquent, dans l'expression générale de l'effort que le moteur doit exercer dans le sens parallèle au plan du terrain, pour traîner la voiture,

$$F\cos\alpha = A\left(\frac{P' + p'}{r'} + \frac{P'' + p''}{r''}\right) \pm (P + p' + p'')\frac{h}{l} + \frac{f'\rho' P'}{r'} + \frac{f''\rho'' P''}{r''},$$

on connaîtra toutes les quantités nécessaires pour la déterminer, puisque la pente du terrain doit être donnée, et qu'on a les valeurs de f', f'', ρ', ρ'', r', r'', P', P'', p' et p'', ainsi que l'angle α du tirage.

52. *Les expériences précédentes confirment les lois déjà trouvées relativement à la pression et aux rayons des roues.* Les expériences consignées dans le dernier tableau nous fournissent la vérification des lois déjà établies par les séries précédentes d'une manière directe. La proportionnalité de la résis-

tance à la pression s'y manifeste de nouveau, car l'on voit qu'au pas, sur la route de Thionville, on a eu les résultats suivans.

DÉSIGNATION DE LA VOITURE.	PRESSION.	VALEURS DE A.
Chariot d'artillerie	2550	0,0096
	2497	0,0095
	3022	0,0101
Diligences des messageries générales	2300	0,0100
	3700	0,0100
	3830	0,0100

Ces résultats montrent en outre que la résistance est en elle-même indépendante de la suspension, aux faibles vitesses.

La loi du rapport inverse de la résistance aux rayons des roues se vérifie aussi par l'examen de ce tableau, car on y trouve les résultats suivans, relatifs à la vitesse du pas.

DÉSIGNATION de la route.	VOITURE EMPLOYÉE.	PRESSION.	VALEURS de A	DIAMÈTRE des roues de devant.	de derrière.
		kil.		m	m
Route de Metz à Nancy, avec un peu de cailloutage à fleur du sol.	Affût de 16 avec sa pièce	3715,0	0,0117	1,564	1,564
	Diligence des messageries générales	4402,0	0,0126	0,88	1,40
Route de Metz à Thionville.	Diligence des messageries générales	2300,0	0,0100	0,88	1,40
	Chariot à munitions	2497,0	0,0096	0,88	1,40
Route de la gorge de Belle-Croix.	Appareil avec arbre en fonte. Tableau du n° 26.	1549,6	0,0094	0,787	»

On a déjà vu au N° 37 que sur le pavé, à la vitesse de 1 mètre, on avait trouvé la même valeur 0,0066 pour le terme A avec l'affut de siége et avec

le chariot à munitions, et l'on voit encore que sur le pavé de Paris le coefficient A, dans ses variations avec la vitesse, a eu la même valeur avec des roues de $0^m,84$ et $1^m,18$ de diamètre qu'avec des roues de $1^m,18$ et $1^m,50$.

53. ***Influence de l'inclinaison des traits.*** Pour compléter ce qui est relatif à la traction proprement dite des voitures, il nous reste à examiner l'influence de l'inclinaison des traits, par rapport au terrain.

A cet effet, on a disposé l'avant-train d'une pièce de siége de 16, de manière que le timon pût, en restant à la même hauteur à son extrémité antérieure, s'abaisser à volonté à son extrémité postérieure, et prendre plusieurs inclinaisons différentes. Le dynamomètre étant fixé au timon lui-même, le tirage était parallèle à cette pièce, et l'on obtenait ainsi des angles de traction qui ont été successivement de

$$1^\circ\,35',\ 3^\circ\,35',\ 6^\circ\,30',\ 8^\circ\,30',\ 11^\circ,\ 13^\circ\,30'.$$

On a fait marcher cette voiture sur le sol du polygone, couvert de gazon, et encore un peu humide, son poids, sa vitesse et toutes les autres circonstances restant d'ailleurs les mêmes.

Pour calculer les résultats de ces expériences, on a employé la formule suivante déduite de celle du N° 13:

$$(A)\qquad F\cos\alpha L = (R'+R'')L + 0,96\frac{f\rho L}{r}(P'+P''-F\sin\alpha) + \frac{0,4f\rho L}{r}(F\cos\alpha + F'),$$

en observant que, pour cette voiture, on a $\rho'=\rho''=0^m,038$, $r'=r''=0^m,782$, $f=0,05$, et que, le terrain étant horizontal, on avait $h=0$.

Or, avant d'aller plus loin, nous ferons remarquer qu'attendu la petitesse du terme $\frac{0,4f\rho}{r}=0,00194$, on peut évidemment négliger le dernier terme de cette expression, et réduire la valeur de $R'+R''$ qu'on en tire à

$$R'+R'' = F\cos\alpha - \frac{0,96f\rho}{r}(P'+P''-F\sin\alpha),$$

et d'un autre côté, nous savons que

$$R'+R'' = A\left(\frac{P'_1 - F\sin\alpha}{r'} + \frac{P''_1}{r''}\right) = \frac{A(P_1 - F\sin\alpha)}{r'}.$$

On a donc

$$A = \frac{F\cos\alpha - 0,96\frac{f\rho}{r}(P'+P''-F\sin\alpha)}{\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'}} = \frac{F\cos\alpha - 0,0023(P'+P''-F\sin\alpha)}{\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'}},$$

en substituant dans cette expression les données relatives à chaque expérience, on en a déduit les valeurs correspondantes de A. Les données et les résultats de ces expériences sont consignés dans le tableau suivant.

54. *Expériences sur l*...

Nos DES EXPÉRIENCES.	DÉSIGNATION et état de la route.	VOITURE employée.	DISTANCE parcourue.	DIAMÈTRE des roues de devant.	DIAMÈTRE des roues de derrière.	LARGEUR des jantes.	PRESSION sur le sol.	NOMBRE de chevaux.
			m	m	m	m	kil	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9	Sol du polygone de Metz, gazon un peu humide sur un sol homogène.	Affût de 16 avec sa pièce.	157	1,564	1,564	0,100	3715	4
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								

clinaison du tirage.

MOYEN DU MOTEUR parallèlement au plan de la route. F cos α.	MOYEN DU MOTEUR perpendicul^t au plan de la route. F sin α.	EFFORT employé à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
kil	kil	kil	kil			
171,0	4,27	7,25	163,75	0,0346	$\sin\alpha = 0{,}0247$, $\cos\alpha = 0{,}9997$.	
171,4	4,29	7,25	164,25	0,0347	$\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'} = 4745$.	
183,0	4,57	7,25	175,75	0,0375		
			Moyenne.	0,0356		
177,0	10,55	7,20	169,80	0,0357	$\sin\alpha = 0{,}0596$, $\cos\alpha = 0{,}9982$.	
170,0	10,13	7,20	162,80	0,0343	$\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'} = 4737$.	
177,0	10,6	7,20	169,80	0,0369		
			Moyenne.	0,0356		
184,0	20,9	7,15	176,85	0,0372	$\sin\alpha = 0{,}1132$, $\cos\alpha = 0{,}9936$.	
183,0	20,7	7,15	175,85	0,0375	$\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'} = 4724$.	
171,0	19,9	7,15	163,85	0,0346		
			Moyenne.	0,0364		
175,2	26,2	7,13	168,07	0,0356	$\sin\alpha = 0{,}1478$, $\cos\alpha = 0{,}9890$.	
177,5	26,5	7,13	170,37	0,0362	$\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'} = 4717$.	
170,0	25,1	7,13	162,87	0,0346		
			Moyenne.	0,0356		
176,2	31,1	7,10	169,1	0,0358	$\sin\alpha = 0{,}1736$, $\cos\alpha = 0{,}9848$.	
172,0	30,3	7,10	164,9	0,0350	$\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'} = 4711$.	
			Moyenne.	0,0356		
160,7	39,1	7,07	153,68	0,0327	$\sin\alpha = 0{,}2334$, $\cos\alpha = 0{,}9724$.	Le sol était un peu plus ferme en cet endroit.
156,2	36,4	7,07	149,18	0,0318	$\frac{P_1 - F\sin\alpha}{r'} = 4704$.	
151,9	35,3	7,07	144,88	0,0308		
			Moyenne.	0,0318		

55. *Observations sur les résultats consignés dans le tableau précédent.* L'accord de toutes les valeurs de A aux diverses inclinaisons, et la constance de l'effort exercé par les chevaux dans le sens propre du tirage, montrent 1° que la décomposition et la répartition de l'effort moteur se font exactement comme on l'a établi dans la formule précédente, ce qui permet de discuter les effets de l'inclinaison du tirage d'après cette formule elle-même, comme nous le ferons voir tout à l'heure. 2° Que, sous le rapport de la facilité plus ou moins grande que l'animal peut avoir à développer son action, l'inclinaison du tirage est à peu près sans influence, puisque, sans être stimulés davantage dans un cas que dans l'autre, ils ont développé à peu près le même effort, et imprimé à la voiture la même vitesse.

Maintenant nous ferons remarquer que le travail utile, sous le point de vue du transport, est représenté par

$$F \cos \alpha L,$$

ou par le produit du chemin parcouru par le point d'application et de la composante de l'effort parallèle au sol, ou, ce qui revient au même, par le produit de l'effort et de la projection du chemin parcouru, sur sa direction.

56. *Condition du maximum d'effet.* Si l'on recherche les conditions du maximum d'effet en différenciant l'équation A du N° 53, en y remplaçant $R' + R''$ par sa valeur $\frac{A(P_1 - F \sin \alpha)}{r}$, on trouve

$$\sin \alpha \left(1 - \frac{0{,}4 f\rho}{r}\right) = \cos \alpha \left(\frac{A}{r} + \frac{0{,}96 f\rho}{r}\right),$$

d'où

$$\tang \alpha = \frac{A + 0{,}96 f\rho}{r - 0{,}4 f\rho};$$

Ce qui nous montre que, pour une voiture donnée, l'angle α doit être d'autant plus grand que la quantité A l'est elle-même davantage.

En appliquant cette formule au cas des expériences précédentes, où l'on a

$$r = 0^{m},782, \quad f = 0{,}05, \quad \rho = 0^{m},038. \quad A = 0{,}0356$$

on trouve

$$\tang \alpha = 0{,}0503 = \frac{1}{19{,}9},$$

d'où l'on voit que dans ce même cas le tirage doit être très-peu incliné.

Pour une route en empierrement, où l'on aurait eu, par exemple, A =0,015, on trouverait

$$\tang \alpha = 0{,}024 = \frac{1}{41{,}5},$$

Ce qui est à peu près la valeur adoptée pour l'artillerie de siége, qui est destinée à voyager sur les grandes routes.

Il ne nous paraît pas nécessaire de pousser plus loin cette discussion, et nous nous bornerons simplement à en conclure que l'inclinaison du tirage dépend principalement de la valeur du rapport $\frac{A}{r}$; mais, qu'entre les limites dans lesquelles elle doit être renfermée, elle a peu d'influence sur le tirage, et que, dans les cas ordinaires, elle doit être très-faible.

57. *Observation sur les conditions qui déterminent ordinairement l'inclinaison du tirage*. Ce n'est pas, au reste, par des considérations du genre de celles que nous venons de rappeler que l'inclinaison des traits est habituellement déterminée. Elle résulte presque toujours des dimensions de l'avant-train, du rayon et, surtout pour les voitures à deux roues, de la condition à peu près obligatoire d'en faire passer la direction prolongée aussi près que possible de l'essieu.

On sent en effet que dans ces dernières voitures, si la direction des traits passait beaucoup au-dessus de l'essieu, l'effort de traction produirait sur les reins du cheval de brancard une pression d'autant plus grande qu'il serait lui-même plus considérable, ce qui fatiguerait beaucoup l'animal dans les mauvais chemins.

Quant aux voitures à avant-train, l'éloignement de la direction du tirage, du dessus ou du dessous de l'essieu, produit sur les sassoires ou sur les jantes de rond une pression qui tend à soulever l'extrémité antérieure du train de derrière, et à produire dans cette partie, et surtout dans le timon, des oscillations fâcheuses.

On voit donc qu'en général, dans toutes les voitures fortement chargées, où l'on doit ménager les forces des animaux, il convient de faire passer la direction du tirage aussi près que possible de l'essieu, tout en l'inclinant le moins qu'on peut à l'horizon. On doit néanmoins observer qu'il est nécessaire que, dans le tirage ordinaire, les traits soient un peu inclinés au-dessus de l'horizontale, afin que dans le cas où l'effort devient accidentellement

très-grand, et où les chevaux abaissent le poitrail, cette direction ne soit jamais en contre-pente, et devienne au plus horizontale.

Au surplus, comme on a vu qu'il était très-important d'adopter pour les roues de grands diamètres, on sera par là naturellement conduit à donner au tirage une direction voisine de l'horizontale. C'est ainsi que dans l'artillerie nouvelle, par l'adoption de roues de devant égales à celles de derrière, on est arrivé à satisfaire à la fois à toutes les conditions nécessaires.

58. *Expériences sur les dégradations causées aux routes par les voitures suspendues allant au trot, et les voitures non suspendues allant au pas.* Après avoir exposé et discuté les résultats de nos expériences qui concernent l'influence de la largeur des bandes, des diamètres, de la vitesse et de l'inclinaison des traits sur l'intensité du tirage, il nous reste à examiner d'une manière directe l'importante question de la dégradation des routes par les diverses voitures.

On a été jusqu'ici fort incertain de savoir si les chariots et les charrettes, allant au pas, fatiguent plus ou moins les routes que les voitures suspendues, allant au trot. On a généralement admis la deuxième conclusion; en conséquence, tous les tarifs de chargement, et entr'autres celui de la dernière loi sur la police de roulage adoptée par la chambre des pairs, n'ont pas permis aux diligences de charger des poids aussi considérables que les voitures de roulage à largeur égale de jantes.

Nous avons vu précédemment par les observations faites sur l'influence des diamètres des roues, et sur celle de la vitesse de transport avec des voitures suspendues ou non suspendues, que 1° les dégradations étaient d'autant plus grandes que les roues étaient plus petites, et 2° que l'influence de la vitesse était beaucoup moindre avec les voitures suspendues qu'avec celles qui ne le sont pas.

Mais il était en outre nécessaire d'examiner directement la question de la comparaison des dégradations produites par les voitures suspendues allant au trot, et par les voitures non suspendues allant au pas, en la soumettant à l'expérience, afin d'obtenir des résultats incontestables.

59. *Expériences comparatives avec une diligence et un chariot d'artillerie.* A cet effet, ayant obtenu de la complaisance du maître de poste de Metz la libre disposition d'une diligence, nous avons fait marcher cette voiture concurremment avec un chariot à munitions sur l'un des accotemens de la route de Metz à Thionville, entre les 5ᵉ et 6ᵉ kilomètres, à partir de la

première ville. Cet emplacement avait été préalablement reconnu avec MM. les ingénieurs des ponts et chaussées de la Moselle, et il avait été convenu qu'aucune réparation n'y serait faite pendant toute la durée des expériences.

Nous avions d'abord pensé devoir entreprendre ces expériences à la fois sur les deux accotemens, l'un, celui de droite, étant consacré à la diligence, allant au trot, et l'autre au chariot, allant au pas. Mais après 138 passages de la diligence sur sa piste et 140 du chariot sur la sienne, nous avons reconnu que la diligence avait beaucoup moins dégradé l'accotement, sur lequel elle marchait, que le chariot. Toutefois, il nous parut exister dans la résistance de ces deux accotemens une différence de dureté; celui de droite, fréquenté par la diligence, étant livré depuis deux ans de suite à la circulation, paraissait plus ferme que celui de gauche, parcouru par le chariot; ce qui fut attribué à ce que depuis deux ans ce dernier avait servi de dépôt à des matériaux.

En conséquence, pour éviter toute incertitude, on résolut de faire marcher les deux voitures sur le même accotement, en partageant la longueur désignée en deux parties, de 500 mètres chacune, la première, plus voisine de la ville, étant affectée au chariot à munitions, la deuxième, ou la plus éloignée, étant réservée pour la diligence allant au trot.

Voici quelles étaient les données relatives à ces deux voitures.

			m
DILIGENCE.	Diamètre des roues	de devant	0,90
		de derrière	1,374
	Diamètre moyen des essieux		0,067
	Largeur des bandes de roue		0,069
CHARIOT à munitions.	Diamètre des roues	de devant	1,150
		de derrière	1,585
	Diamètre moyen des essieux		0,063
	Largeur des bandes de roue		0,066

On voit, par ces données, que ces deux voitures différaient par la suspension et par le diamètre des roues, qui étaient plus grandes pour le chariot que pour la diligence. Le poids total était d'ailleurs le même, et de 3050 kilogrammes pour les deux voitures.

Après 84 passages de la diligence et 86 du chariot à munitions, le 11 avril,

la route a été visitée. Les 500 mètres, parcourus par la diligence, ont paru plus dégradés que la partie fréquentée par le chariot. Sur le côté extérieur de l'accotement, la diligence avait formé une ornière de $0^m,15$ à $0^m,16$, du côté de la chaussée, il y avait aussi quelques dégradations.

Le chariot avait aussi formé une ornière sur le côté du fossé, mais elle était moins profonde que celle de la diligence, et les dégradations du côté de la chaussée étaient à peu près nulles. Le temps avait été également mêlé de pluie et de sécheresse pour les deux voitures. Le 19 avril, après 202 passages de la diligence et 224 du chariot, on a de nouveau visité la route avec MM. Lemasson, ingénieur en chef, Lejoindre et Plassiard, ingénieurs ordinaires des ponts et chaussées. Il a été reconnu que la partie parcourue par la diligence était en général plus dégradée que celle que suivait le chariot. L'ornière de la diligence avait $0^m,16$ à $0^m,20$ de profondeur du côté du fossé, et de $0^m,03$ à $0^m,04$ du côté de la chaussée, et celles du chariot étaient moins profondes.

Des expériences ont été faites ensuite avec le dynamomètre à compteur, pour mesurer l'intensité du tirage avec le chariot à munitions, en passant successivement sur les deux parties, les résultats en sont consignés dans le tableau suivant.

EXPÉRIENCES *comparatives sur le tirage d'une diligence après 202 passages, et sur celui d'un chariot à munitions après 224 passages, sur un accotement de la route de Thionville.*

Nos DES EXPÉRIENCES.	DÉSIGNATION de la partie parcourue.	VITESSE.	NOMBRE de tours de la roulette du compteur.	EFFORT moyen exercé parallèlement au plan de la route.	EFFORT employé à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement.	VALEUR du coefficient. A
		m		kil	kil	kil	
1	Piste du chariot.	1,465	191	106,0	11,90	94,1	0,0197
2		1,470	187	103,6	11,90	91,7	0,0192
3		1,415	190	105,4	11,90	93,5	0,0196
						Moyenne.	0,0195
4	Piste de la diligence.	1,365	247	137,0	11,90	125,1	0,0261
5		1,315	221	122,5	11,90	110,6	0,0231
6		1,625	230	127,4	11,90	115,5	0,0242
						Moyenne.	0,0245

Les résultats de ces expériences sont d'accord avec l'observation des dé-

gradations de la route pour montrer que la diligence avait plus fatigué la route que le chariot, puisque la résistance au roulement était plus grande sur sa piste que sur l'autre. On doit néanmoins ajouter que les expériences ayant été, par force majeure, faites sur les deux pistes avec le chariot, qui avait une voie moindre que la diligence, la différence indiquée est peut-être un peu trop forte.

Mais on se rappellera que, dans ces expériences, la diligence avait des roues plus petites que le chariot, et marchait au trot, tandis que ce dernier véhicule allait au pas, et il restait à déterminer par l'expérience, si l'excès des dégradations causées par la diligence provenait de la rapidité du mouvement ou de la petitesse des roues. Il fallait donc répéter la même série d'expériences avec la même voiture sur deux pistes pareilles, en ne faisant varier que la suspension.

C'est ce que nous nous proposions d'entreprendre avec cette diligence, lorsque le propriétaire l'ayant vendue, nous fumes obligé de la rendre de suite, et d'interrompre cette série d'expériences.

60. *Expériences comparatives sur les voitures suspendues et non suspendues faites avec une diligence des messageries générales.* J'eus alors recours à l'obligeance de l'administration des messageries générales, et, par l'entremise éclairée de M. Arnous, ancien élève de l'école polytechnique et celui des administrateurs, qui est plus spécialement chargé de la direction des ateliers de construction, j'obtins la libre disposition d'une voiture de ce service pour reprendre ces expériences.

Je choisis, de concert avec MM. les ingénieurs du département de la Moselle, un emplacement convenable sur la route de Metz à Nancy, entre les villages de Jouy et de Montigny, où cette route, en très-bon état, est à peu près horizontale.

L'accotement de gauche, entre le troisième et le quatrième kilomètre, me fut livré en très-bon état, et j'assignai les trois cents premiers mètres au passage de la diligence non suspendue, allant au pas, et les trois cents suivans pour son passage au trot et suspendue.

Pour transformer cette voiture suspendue en un chariot non suspendu, il suffisait de caler la caisse au-dessus de chaque essieu et au-dessus de la flèche à l'avant et à l'arrière-train, à l'aide de coins en bois pouvant se mettre et s'enlever facilement. La voiture passait ainsi à volonté d'un état à un autre.

Le chargement fut formé avec des boulets mis dans des caisses placées

dans l'intérieur, dans la rotonde et sur l'impériale, de manière à répartir la charge à peu près comme on le fait dans le service habituel. Le poids total de la voiture a été de 4402 kilogrammes, ce qui, avec les observateurs qu'elle portait habituellement, l'élevait par fois à 4597 kilogrammes. La largeur des jantes étant de $0^m,11$, on voit que ce chargement atteignait et dépassait même le maximum fixé par le tarif contenu dans la dernière loi adoptée par la chambre des pairs.

Il résulte de ce qui précède que, dans ces expériences, tout était identique pour les deux parties de la route, sauf l'allure et la suspension. Il nous reste à en faire connaître les résultats.

Après 300 passages sur chacune des deux pistes, la route a été visitée par MM. Lemasson, ingénieur en chef, et Lejoindre, ingénieur ordinaire des ponts et chaussées. Il a été reconnu que la partie fréquentée par la diligence non suspendue, allant au pas, était en beaucoup plus mauvais état que celle qui l'avait été par la diligence suspendue, allant au trot.

Dans la première partie, l'ornière du côté du fossé avait environ $0^m,15$ à $0^m,20$ de profondeur moyenne, et dans la deuxième partie, elle n'avait que $0^m,10$ à $0^m,15$.

Du côté de la chaussée entretenue, sur une partie solide, la diligence non suspendue, allant au pas, avait formé sur les 300 mètres parcourus une ornière de $0^m,04$ à $0^m,06$ de profondeur, tandis que, suspendue et allant au trot, elle n'en avait produit qu'une de $0^m,03$ à $0^m,05$ dans quelques endroits seulement.

La piste des chevaux, ou l'intervalle des ornières, était aussi un peu plus désagrégée dans la partie parcourue au pas que dans celle qui l'était au trot.

Des expériences comparatives sur l'intensité du tirage sur les deux pistes ont aussi été faites, et les résultats en sont consignés dans le tableau suivant.

Expériences comparatives sur les dégradations produites par une dilig
sur un accotem

ÉTAT DE LA ROUTE.	DÉSIGNATION DES PISTES.	NOMBRE de passages.	NOMB de chevaux
	Sur les deux pistes...............	0	4
Ornières humides, celle du côté du fossé remplie de boue épaisse.	Piste du pas.....................	300	4
	Piste du trot.....................	300	4
Route sèche; mais les ornières de l'accotement conservant un peu d'humidité et de boue.	Piste du pas.....................	315	4
	Piste du trot.....................	315	4
Route un peu humide..................	Piste du pas.....................	330	4
	Piste du trot.....................	330	4

ries générales suspendue, allant au trot, et non suspendue, allant au pas, le Metz à Nancy.

NOMBRE de tours de la roulette du compteur.	EFFORT moyen exercé parallelem' au plan de la route. F	EFFORT employé à vaincre le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
	kil	kil	kil			
»	163,5	12,0	151,5	0,0196	$P_1 = 4402$.	
»	169,2	12,0	157,2	0,0204	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 7724$.	
»	168,2	12,0	156,2	0,0202		
			Moyenne.	0,0200		
283,0	302,0	12,0	280,0	0,0363	Pour calculer le travail développé on a employé la formule $Fe = 309{,}6\,N$.	
230,7	246,0	12,0	234,0	0,0303		
237,0	253,0	12,0	241,0	0,0312		
			Moyenne.	0,0326		
246,9	263,5	12,0	251,0	0,0326		
205,7	220,0	12,0	208,0	0,0270	*Idem.*	
215,0	230,0	12,0	216,0	0,0280		
			Moyenne.	0,0292		
200,0	217,0	12,0	205,0	0,0266		
185,2	206,2	12,0	194,0	0,0252	*Idem.*	
180,5	196,0	12,0	184,0	0,0238		
			Moyenne.	0,0252		
176,2	195,0	12,0	183,0	0,0237		
171,5	186,0	12,0	174,0	0,0225	*Idem.*	
188,0	204,5	12,0	192,5	0,0249		
			Moyenne.	0,0234		
»	212,0	12,0	200,0	0,0259		
»	201,0	12,0	189,0	0,0251		
»	191,0	12,0	179,0	0,0232	*Idem.*	
»	214,0	12,0	212,0	0,0260		
»	226,7	12,0	214,7	0,0286		
»	219,0	12,0	207,0	0,0268		
			Moyenne.	0,0259		
»	205,0	12,0	193,0	0,0250		
»	186,7	12,0	174,7	0,0226		
»	186,0	12,0	174,0	0,0225	*Idem.*	
»	212,0	12,0	200,0	0,0260		
»	215,0	12,0	203,0	0,0269		
			Moyenne.	0,0246		

61. *Examen des résultats consignés dans le tableau précédent.* La première série d'expériences, consignées dans ce tableau, a eu pour but de déterminer, avant toute dégradation, la valeur du coefficient A relative à l'accotement sur lequel on devait opérer.

La seconde série a été faite, après 300 passages, en faisant marcher au pas la voiture suspendue sur les deux pistes. Il avait plu quelques jours avant ce moment, l'ornière du côté du fossé était remplie d'une boue épaisse, et la résistance était considérable. On remarquera que le premier passage sur chacune des deux pistes a donné une résistance sensiblement plus grande que les deux autres, ce qui tient à la présence de la boue épaisse, qui fut expulsée par ce premier passage.

Cette série indique que la résistance était plus grande de $\frac{1}{6}$ environ sur la piste du pas que sur celle du trot.

La troisième série a été faite, après 315 passages sur les deux pistes, lorsque la route était à peu près sèche, mais alors, l'ornière du côté du fossé était encore humide et un peu boueuse, surtout dans certains endroits.

Elle indique aussi que la résistance était plus grande, mais seulement de $\frac{1}{12}$, sur la piste du pas que sur celle du trot.

La quatrième série, faite après 330 passages sur la route un peu plus sèche que la veille, indique aussi que la résistance était plus grande, mais de $\frac{1}{10}$ seulement, sur la piste du pas que sur celle du trot.

Toutes ces expériences sont donc d'accord avec les résultats de l'observation de l'état de la route, pour constater que la diligence suspendue a produit moins de dégradations et, par suite, moins d'augmentation dans le tirage, en allant au trot, que la diligence non suspendue, allant au pas.

On remarquera que la différence diminuait à mesure que la route devenait moins humide et les ornières moins boueuses; ce qui est facile à concevoir, attendu que, quand il faisait de la boue, l'ornière de la piste du pas étant plus profonde que celle de la piste du trot, devait en contenir davantage, et, par conséquent, être plus tirante, tandis que, quand les ornières étaient sèches, le fond se trouvait au même état, et que la différence ne provenait alors, en grande partie, que de la désagrégation de la partie solide du côté de la chaussée.

62. *Conséquence de ces expériences.* De cette discussion, nous sommes donc autorisé à conclure que

Les voitures suspendues, allant au trot, fatiguent moins les routes que les

chariots ou voitures non suspendues, allant au pas, quand les autres circonstances, de charge, de dimensions des roues, etc., sont les mêmes.

Par conséquent, sous le rapport de la conservation des routes, la loi sur la police du roulage doit favoriser les voitures suspendues, et leur permettre des chargemens aussi forts, au moins, qu'aux voitures non suspendues, allant au pas, sauf à se renfermer dans les limites que la sécurité des voyageurs peut exiger. Enfin, l'usage des voitures non suspendues, allant au trot, doit être interdit complètement, ou la loi doit au moins tendre à le faire disparaître.

63. *Les dégradations des routes sont en rapport avec le rayon des roues.* Si maintenant nous revenons à la série d'expériences faites comparativement avec la diligence de Nancy, suspendue et allant au trot, et le chariot de parc de siége d'artillerie, allant au pas, nous voyons que l'excès des dégradations causées par la diligence sur celles produites par le chariot provenait, non pas de l'allure, mais de la différence notable des diamètres des roues. D'où nous sommes de nouveau autorisé à conclure *que les petites roues occasionnent beaucoup plus de dégradations que les grandes*, ainsi que nous l'avions déjà précédemment établi par le raisonnement et l'observation directe.

Il est donc à la fois de l'intérêt de l'industrie des transports et du service public des communications d'augmenter autant que possible les diamètres des roues, et pour y parvenir, le moyen qui nous semble le plus efficace c'est que les tarifs sur la police du roulage fixent des limites inférieures, mais assez élevées, aux rayons des roues des voitures pesamment chargées, et favorise l'usage des grandes roues en tolérant des chargemens croissant dans un certain rapport avec les diamètres. Les charrettes à deux roues ayant toujours de plus grandes roues que les chariots, leur usage doit donc être favorisé au lieu d'être restreint. Il en est de même de celui des chariots dits comtois. Il est d'ailleurs bien entendu que la fixation des diamètres des roues devra être établie sans perdre de vue la sécurité des voyageurs, et limitées aux dimensions qui ne rendraient pas les voitures trop versantes.

64. *Remarque sur l'accord des expériences avec la pratique.* Nous ferons remarquer que, sous plusieurs rapports, l'industrie du transport a depuis long-temps suivi les principes que nous concluons de l'expérience. En effet, nous voyons les charrettes à grandes roues continuer à être en usage malgré la fatigue que les brancards font éprouver au cheval dans les mauvais chemins, le triqueballe conservé pour le transport des lourds fardeaux, et

nous observerons, à ce sujet, que des charrettes construites de manière à recevoir une partie de leur chargement au-dessous de l'essieu, afin que le centre de gravité soit sur son axe ou au-dessous, fatigueraient beaucoup moins le cheval de brancard, en diminuant la violence des contre-coups qu'il reçoit sur les reins.

Les chariots à un cheval, dits comtois, à quatre roues, dont celles de devant ont $1^m,10$ à $1^m,30$ de diamètre, tandis que celles des gros chariots à plusieurs chevaux n'ont que $0^m,80$ à $0^m,90$ au plus, nous offrent un autre exemple de cet avantage des grands diamètres; car ils portent en pays de plaine 1000 à 1100 kilogrammes, et quelquefois plus, par cheval, tandis que les chariots à plusieurs chevaux ne mènent dans les mêmes routes que 7 à 800 kilogrammes. C'est donc à cette différence dans les dimensions que l'on doit attribuer en grande partie la persistance des voituriers de Franche-Comté à les employer, malgré l'encombrement qu'ils occasionnent.

Enfin, les peuples du Nord ont avec raison conservé dans leurs voitures de voyage l'usage des grandes roues de devant.

65. *Observation relative à la nouvelle artillerie française.* Ajoutons que l'artillerie française dans la construction de son nouveau matériel a, sous ce rapport, dévancé tous les progrès de l'industrie particulière, en adoptant l'usage des grandes roues de $1^m,482$ pour l'artillerie de campagne, et de $1^m,562$ pour celle de siége pour les deux trains, et a été conduite ainsi à une inclinaison très-faible des traits, ce qui, dans tous les cas du service, produit, comme on l'a vu au N° 48, le maximum d'effet utile pour un effort donné du moteur.

66. *Résultats de quelques expériences sur les divers terrains.* Nous ajouterons aux tableaux précédens les résultats de quelques autres expériences faites sur des routes à différens états, sur un tablier de pont en madriers et sur une route couverte de neige.

N^os DES EXPÉRIENCES.	DÉSIGNATION et état de la route.	VOITURE employée.	DISTANCE parcourue.	DIAMÈTRE des roues de devant.	DIAMÈTRE des roues de derrière.	LARGEUR des jantes.	PRESSION sur le sol. P_1	PRESSION sur les essieux de devant. p'	PRESSION sur les essieux de derrière p''	NOMBRE de chevaux.	ALLURE
			m	m	m	m	kil	kil	kil		
1	Route de la gorge du fort Belle-Croix, en empierrement en bon état, très-peu de cailloux à fleur du sol, mouillée, couverte de boue, un peu tirante.	Appareil avec arbre en fonte.	50	0,787	»	0,137	1025,68	80	»	1	Pas
2			50								
3			50								
4			40								
5			50								
6			100								
7		Même appareil avec roues de 12 de campag.	80	1,482	»	0,074	2163,2	70,4	»	2	Pas
8			80								
9			80								
10	Même route, sur une partie fatig., boueuse; le cailloutage ayant été mis à nu par le passag. de nombreux tomber. penda^t six semaines.	Même appareil.	80	1,482	»	0,074	2163,2	70,4	»	1	Pas
11			60								
12			70								
13			90								
14			80								
15	Tablier en madriers du pont susp. de Chambière.	*Idem.*	48	1,482	»	0,074	2163,2	70,4	»	2	Pas
16			42,25								
17	Route de Thionville sur l'accotem. couv. de neige non frayée sur sur une épaiss. de $0^m,13$.	Chariot à munitions	300	1,15	1,584	0,070	2746,0	1207,5	1207,5	4	Pas
18							2746,0	1207,5	1207,5		
19							2616,0	1142,5	1142,5		
20							2616,0	1142,5	1142,5		
21	Même route, au milieu de la chaussée sur la neige frayée.	*Idem.*	300	1,15	1,584	0,070	2746,0	1207,5	1207,5	4	Pas
22											
23											

VITESSE. V	PENTE du chemin par mètre courant. $\frac{h}{L}$	NOMBRE de tours de la roulette du compteur.	EFFORT exercé par le moteur parallèlemt au plan de la route.	EFFORT EMPLOYÉ à vaincre la gravité.	le frottement des essieux.	RÉSISTANCE au roulement. R	VALEUR du coefficient. A	DONNÉES et formule employée.	OBSERVATIONS.
m	m		kil	kil	kil	kil			
1,16	0,0271	»	65,1	27,8	»	37,3	0,0143	$\frac{P_1}{r} = 2610.$	
1,28	0,0343	»	76,1	35,2	»	40,9	0,0158		
1,22	0,0316	»	76,8	32,4	»	44,4	0,0171		
1,17	0,0095	»	52,7	9,7	»	43,0	0,0166		
1,19	0,0167	»	57,7	17,1	»	40,6	0,0156		
1,22	0,0148	»	50,5	15,0	»	35,5	0,0137		
						Moyenne.	0,0155		
1,45	0,0344	»	10,0	74,5	»	45,5	0,0155	$\frac{P_1}{r} = 2920.$	
1,43	0,0136	»	73,8	29,4	»	44,4	0,0151		
1,32	0,0227	»	91,5	49,0	»	42,5	0,0145		
						Moyenne.	0,0150		
1,30	0,0121	»	108,2	26,2	»	82,0	0,0279		
1,39	-0,0121	»	72,0	-26,2	»	98,2	0,0334		
1,40	-0,0018	»	61,6	3,9	»	65,5	0,0223		
1,25	0,0120	»	110,8	26,0	»	84,8	0,0289		
1,34	-0,0120	»	68,4	-26,0	»	94,4	0,0322		
						Moyenne.	0,0289		
1,27	0,000	»	38,7	»	»	38,7	0,0132		
1,41	0,000	»	31,7	»	»	31,7	0,0108		
						Moyenne.	0,0120		
1,50	-0,0008	»	174,2	-2,1	5,9	170,5	0,0412	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 4130.$	
1,50	0,0021	»	172,3	5,8	5,9	160,6	0,0388	*Idem.*	
1,50	0,0005	»	173,8	1,2	5,5	169,5	0,0433	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 3920.$	
1,50	0,0000	»	162,8	0,0	5,5	156,8	0,0378		
						Moyenne.	0,0402		
1,50	0,0005	»	158,3	1,2	5,9	151,2	0,0367	$\frac{P'_1}{r'} + \frac{P''_1}{r''} = 4130.$	
1,50	0,0008	»	147,2	1,0	5,9	140,3	0,0337		
1,50	0,0002	»	152,4	0,6	5,9	145,9	0,0352		
						Moyenne.	0,0352		

67. *Résumé des résultats contenus dans les tableaux précédens.* On a réuni dans le tableau suivant tous les résultats des expériences contenues dans ce Mémoire, et ceux de l'application de la formule

$$\frac{T}{P_1} = \frac{2(A + f\rho)}{r' + r''}.$$

du N° 21, qui donne la valeur approchée du rapport du tirage horizontal en terrain de niveau pour les diverses voitures en usage, marchant au pas.

On y a joint la valeur du même rapport, calculée pour quelques voitures allant au trot, à une vitesse que l'on a supposée de 3 mètres en 1 seconde, ou de 2,7 lieues à l'heure.

Pour faire ces calculs, on a supposé à toutes ces voitures les mêmes essieux de $0^m,032$ de rayon moyen et les boîtes bien graissées, de sorte que $f = 0,05$.

La valeur de A a été calculée pour chaque voiture d'après celles de $a + \alpha(0,280 - l)$ et de δ, qui sont consignées dans le même tableau et résultent directement de l'expérience.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS GÉNÉRALES DES EXPÉRIENCES SUR LE TIRAGE DES VOITURES.

En récapitulant les conséquences que nous avons déduites des diverses séries d'expériences dont nous venons de rendre compte, on peut donc établir comme bases de la théorie du tirage des voitures et de la législation sur la police de roulage les principes suivans.

1° La résistance opposée au roulement des voitures de tout genre par les différens sols, et rapportée à l'axe de l'essieu dans une direction parallèle au terrain, est

Proportionnelle à la pression,

Et inversement proportionnelle au rayon des roues.

2° Les dégradations produites par les voitures sur les routes sont d'autant plus grandes que les roues sont plus petites.

D'où il suit que l'industrie des transports doit chercher à donner à ses voitures les plus grandes roues possible, et que, dans l'intérêt du service public, d'accord avec celui de cette industrie, la législation doit favoriser

l'emploi des grandes roues, en permettant des chargemens croissant avec le diamètre des roues dans un rapport qu'il conviendra d'ailleurs de combiner avec les conditions de stabilité et de sûreté publique.

3° Sur les chaussées pavées ou en empierrement, la résistance est, à très-peu près, indépendante de la largeur de la bande de roue, dès qu'elle a atteint $0^m,08$ à $0^m,10$ de largeur.

4° Sur les terrains compressibles, tels que les terres, les sables, le gravier, les rechargemens en matériaux mobiles et les routes neuves en empierrement, la résistance au roulement décroît proportionnellement à l'accroissement de la largeur des bandes, dans un rapport qui dépend de la nature du terrain.

Il en résulte que, sur les chaussées pavées, il n'y a aucun avantage, ni pour l'industrie ni pour l'état, à employer de larges jantes. Il suffit qu'elles aient les dimensions exigées pour la solidité de la voiture ; et sur les routes ordinaires en empierrement, il est inutile d'employer des largeurs de jante de plus de $0^m,10$ à $0^m,12$.

5° Sur les terrains mous, tels que les terres, le sable, les accotemens en terre, en bon état ou avec ornières, les rechargemens épais de gravier sur des sols durs, ou les rechargemens de $0^m,04$ à $0^m,06$ d'épaisseur sur les accotemens des routes, la résistance est indépendante de la vitesse pour les voitures suspendues ou non suspendues.

6° Au pas, sur toutes les routes, et même sur le pavé en bon état, la résistance est la même pour les voitures suspendues ou non suspendues.

7° Sur les routes en empierrement et sur le pavé, la résistance croît avec la vitesse, de manière que ses accroissemens sont proportionnels à ceux de la vitesse à partir de celle de un mètre en une seconde.

L'augmentation est d'autant moindre que la voiture est moins rigide, mieux suspendue et la route plus unie. Elle est assez faible entre les vitesses du pas et du grand trot pour les diligences des messageries bien suspendues, sur les routes en empierrement en très-bon état, qui n'offrent pas de cailloux à fleur du sol.

8° Sur un bon pavé en grès, bien serré et bien uni, tel que celui de Metz, la résistance au pas n'est que les trois quarts environ de celle qu'offrent les meilleures routes en empierrement, et pour les voitures bien suspendues, la résistance au grand trot, sur un bon pavé, est la même que sur une route en empierrement en bon état qui présente quelques cailloux à fleur du sol.

Mais quand le pavé n'est pas très-bien entretenu, la résistance au trot est moindre sur les bonnes routes en empierrement que sur le pavé, même pour les voitures les mieux suspendues.

9° Les voitures non suspendues, allant au pas, fatiguent et détériorent davantage les routes que les voitures suspendues, allant au trot, et il en serait à plus forte raison, de même des voitures non suspendues, allant au trot. Il suit de là que, sous le rapport de la conservation des routes, les tarifs de chargement peuvent permettre aux voitures de messageries bien suspendues les mêmes poids qu'aux voitures de roulage; mais, dans l'intérêt de la conservation des routes, on doit interdire tout service de messageries non suspendues, allant au trot.

10° L'inclinaison du tirage correspondante au maximum d'effet utile doit, en général, croître avec la résistance du sol, et être d'autant plus grande que le rayon des roues de l'avant-train est plus petit. Ce qui, sur les routes ordinaires, conduit à se rapprocher de la direction horizontale, autant que la construction de la voiture le permet.

Tableau sommaire des résultats des expériences sur la

DÉSIGNATION ET ÉTAT DE LA ROUTE PARCOURUE PAR LES VOITURES.	VALEUR DU TERME indépendant de la vitesse $a+x$ (0m,280 l) pour des largeurs de jante		
	l=0m,070.	l=0m,12.	l=0m,17.
Pelouze couverte de gazon sur un sol en terre homogène, détrempé par la fonte des neiges, très-humide, sans eau apparente.	0,0844	»	»
Même sol un peu moins mou.....................	0,0529	0,0494	0,0458
Même sol moins mou..........................	»	0,0356	»
Même sol ferme..............................	0,0337	0,0314	0,0292
Même sol très-sec............................	»	0,0259	»
Accotement en terre d'une route en empierrement en très-bon état, à peu près sec.	»	0,0200	»
Même accotement avec une ornière de 0m,05 à 0m,06 du côté du fossé.	»	0,0217	»
Même accotement avec une ornière de 0m,10 à 0m,15 du côté du fossé, et de 0m,05 à 0m,06 du côté de la chaussée.	»	0,025 à 0,026	»
Même accotement recouvert d'une couche de gravier de 0m,03 à 0m,04. Très-sec...	»	0,0484	»
Même accotement recouvert d'une couche de gravier de 0m,03 à 0m,04. Mouillé...	0,0562	»	»
Même accotement recouvert d'une couche de gravier de 0m,05 à 0m,06.	0,0625	»	»
Même accotement recouvert d'une couche de neige non frayée.	0,0402	»	»
Sol en terre ferme recouvert d'une couche de gravier de 0m,10 à 0m,15 d'épaisseur.	0,0665	»	»
Sol en terre ferme recouvert d'une couche de sable fin mêlé de gravier, sur une épaisseur de 0m,10 à 0m,15.	0,0809	0,0738	0,0666
Chemin en empierrement médiocrement entretenu, couvert de 0m,05 à 0m,08 de boue épaisse.	»	0,0440	»
Chemin en empierrement uni, mais peu fréquenté, humide.	»	0,0320	»
Route de Metz à Montigny, en empierrement, entretenue en petits graviers, en parfait état, très-sèche et sans poussière.	»	0,0110	»

e par les différens terrains au tirage des voitures.

…PORT DU TIRAGE HORIZONTAL A LA CHARGE EN TERRAIN DE NIVEAU.						
…rs …erie …ettes … 0^m12 … $^m782$ … $^m564$.	CHARIOTS d'artillerie $l=0{,}070$ à $0{,}075$ $r'+r''=1^m355$.	CHARIOTS comtois $l=0^m070$ $r'+r''=1^m30$.	CHARIOTS de roulage $l=0^m15$ à 0^m17 $r'+r''=1{,}075$.	DILIGENCES des messageries générales $l=0^m10$ à 0^m11 $r'+r''=1^m15$.	VOITURES à trains suspendus.	OBSERVATIONS.
	$\frac{1}{79}$	»	»	»	»	
	$\frac{1}{12,4}$	$\frac{1}{11,9}$	$\frac{1}{11,3}$	$\frac{1}{11,4}$	»	
	»	»	$\frac{1}{14,5}$	$\frac{1}{15,5}$	»	
	$\frac{1}{19,2}$	$\frac{1}{18,4}$	$\frac{1}{17,5}$	$\frac{1}{17,4}$	»	
	»	»	»	»	»	
	$\frac{1}{31,3}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{26,6}$	»	
	$\frac{1}{29}$	$\frac{1}{27,7}$	$\frac{1}{22,5}$	$\frac{1}{24,7}$	»	
	$\frac{1}{26,5}$	$\frac{1}{25,2}$	$\frac{1}{21,1}$	$\frac{1}{22,5}$	»	
	$\frac{1}{13,5}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{10,7}$	$\frac{1}{11,5}$	»	
	$\frac{1}{11,5}$	$\frac{1}{11,1}$	$\frac{1}{9,2}$	$\frac{1}{9,8}$	»	
	$\frac{1}{10,6}$	$\frac{1}{10,1}$	$\frac{1}{8,4}$	$\frac{1}{9}$	»	
	$\frac{1}{14,5}$	$\frac{1}{13,8}$	$\frac{1}{11,7}$	$\frac{1}{12,3}$	»	
	$\frac{1}{9,95}$	$\frac{1}{9,5}$	$\frac{1}{7,9}$	$\frac{1}{8,5}$	»	
	$\frac{1}{8,2}$	$\frac{1}{7,9}$	$\frac{1}{7,9}$	$\frac{1}{7,6}$	»	
	»	»	»	»	»	
	$\frac{1}{20,2}$	$\frac{1}{19,3}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{17,1}$	»	
	$\frac{1}{53,7}$	$\frac{1}{51,5}$	$\frac{1}{42,7}$	pas $\frac{1}{45,6}$	»	
	»	»	»	trot $\frac{1}{43,9}$	»	La vitesse du trot est supposée de 3^m en $1''$, ou 2 lieues 7 à l'heure.

Suite du *Tableau sommaire des résultats des expérien*[…]

DÉSIGNATION ET ÉTAT DE LA ROUTE PARCOURUE PAR LES VOITURES.		VALEUR DU TERME indépendant de la vitesse $a+\alpha(0^m,280\,l)$ pour des largeurs de jante		
		$l=0^m,070$.	$l=0^m,12$.	$l=0^m,17$.
Route de Metz à Nancy, entre Montigny et Jouy, en bon état, avec quelques cailloux à fleur du sol.	Un peu humide....	»	0,0122	»
	Très-mouillée, couverte d'un peu de boue liquide.	»	0,0152	»
Route de la gorge de Belle-Croix, semblable à la précédente.	Très-mouillée, couverte d'un peu de boue liquide.	»	0,0155	»
	Très-fatiguée, couverte de boue ép^{se}.	»	0,0289	»
Route de Metz à Thionville, en bon état, avec cailloutage à fleur du sol.	Sèche	»	0,0082	»
	Mouillée et couverte de boue.	»	0,0128	»
	Très-fatiguée, avec boue épaisse.	»	0,0289	»
	Couverte de neige frayée.	»	0,0353	»
Idem.		0,0152	»	»
Pavé en grès de Sierck, en parfait état.............		»	0,0074	»
Pavé de Paris en bon état....................		»	0,0104	»
Tablier en madriers du pont suspendu de l'île Chambière à Metz.		0,0120	»	»

…nce opposée par les différens terrains au tirage des voitures.

…PPORT DU TIRAGE HORIZONTAL A LA CHARGE EN TERRAIN DE NIVEAU.

…s …erie …ettes …0^m12 …$^m782$ …$^m564$.	CHARIOTS d'artillerie $l=0{,}070$ à $0{,}075$ $r'+r''=1^m355$.	CHARIOTS comtois $l=0^m070$ $r'+r''=1^m30$.	CHARIOTS de roulage $l=0^m15$ à 0^m17 $r'+r''=1{,}075$.	DILIGENCES des messageries générales $l=0^m10$ à 0^m11 $r'+r''=1^m15$.	VOITURES à trains suspendus.	OBSERVATIONS.
	$\frac{1}{49,1}$	$\frac{1}{47,1}$	$\frac{1}{39}$	$\frac{1}{41,7}$	»	
	$\frac{1}{40,4}$	$\frac{1}{38,7}$	$\frac{1}{32}$	pas $\frac{1}{34,8}$ trot $\frac{1}{25,2}$	» »	
	$\frac{1}{39,5}$	$\frac{1}{38}$	$\frac{1}{31,3}$	$\frac{1}{33,7}$	»	
	$\frac{1}{22,5}$	$\frac{1}{21,4}$	$\frac{1}{17,7}$	$\frac{1}{18,9}$	»	
	$\frac{1}{62,8}$	$\frac{1}{60,2}$	$\frac{1}{49,8}$	$\frac{1}{50,9}$	»	
	$\frac{1}{47,1}$	$\frac{1}{45,2}$	$\frac{1}{37,1}$	pas $\frac{1}{39,9}$ trot $\frac{1}{27,0}$	» »	
	»	»	»	»	»	
	»	»	»	»	Calèche de M. Erbler, $r+r'=1^m,41$.	
	»	»	»	»	pas........ $\frac{1}{33,7}$ trot........ $\frac{1}{27,3}$ grand trot $\frac{1}{25,8}$	 2 lieues 7 en 1 heure. 3 lieues 15 en 1 heure.
	»	»	»	»	»	
	pas $\frac{1}{75}$ trot $\frac{1}{44,2}$	$\frac{1}{72,2}$ »	$\frac{1}{59,7}$ »	pas $\frac{1}{64}$ trot $\frac{1}{56,7}$	» »	
	$\frac{1}{56}$	$\frac{1}{54}$	$\frac{1}{45}$	»	$r+r'=1^m,15$. pas........ $\frac{1}{48}$ trot........ $\frac{1}{38,4}$ grand trot $\frac{1}{36}$	 2 lieues 7 en 1 heure. 3 lieues 15 en 1 heure.
	$\frac{1}{49,8}$	$\frac{1}{47,9}$	$\frac{1}{39,6}$	$\frac{1}{42,2}$	»	

Ce tableau met en évidence le grand avantage des voitures à grandes roues. Car on voit que la résistance des diverses voitures d'artillerie y est non-seulement toujours moindre au pas que celle des diligences, mais que les plus dures de ces voitures, les affûts de siége, par exemple, par suite du grand diamètre de leurs roues, allant au trot sur une route en très-bon état, n'offrent qu'une résistance égale à $\frac{1}{46,7}$ du poids total, tandis que la diligence en présente une de $\frac{1}{43,9}$, et que de même, sur le pavé de Metz, la résistance d'un affût de siége n'est, au trot, que $\frac{1}{47,4}$ de son poids, tandis que, pour la diligence, elle est, sur le même pavé, égale à $\frac{1}{56,7}$, ainsi, dans ce cas, l'accroissement du diamètre compense en grande partie les avantages de la suspension, sous le rapport de l'économie du travail moteur.

FIN DU MÉMOIRE.

PIÈCE

A L'APPUI DES RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES

SUR LA DÉGRADATION DES ROUTES.

Le 17 mai, l'accotement de gauche de la route de Nancy entre Montigny et Jouy, depuis la borne kilométrique n° 4, jusqu'à la borne hectométrique n° 6, a été livré, pour les expériences, en parfait état d'entretien.

Les trois cents premiers mètres, depuis la borne kilométrique n° 4, jusqu'à la borne hectométrique n° 3, ont été désignés pour le passage au pas de la diligence non suspendue et les trois cents derniers mètres, depuis la borne hectométrique n° 3, jusqu'à la borne hectométrique n° 6, pour le passage de la diligence suspendue allant au trot. Il n'existait à cette époque aucune différence apparente dans l'état des deux parties.

Metz, le 17 mai 1838.

Le 8 juin, la route a été visitée avec MM. Le Masson, ingénieur en chef, Le Joindre, ingénieur ordinaire. Il a été reconnu que la partie comprise entre la borne kilométrique n° 4 et la borne hectométrique n° 3, sur laquelle avait passé trois cents fois la diligence non suspendue, allant au pas, était en beaucoup plus mauvais état que la partie comprise entre la borne hectométrique n° 3 et la borne hectométrique n° 6, parcourue par la diligence suspendue allant au trot.

L'ornière du côté du bord extérieur avait environ $0^m,15$ à $0^m,20$ de profondeur moyenne dans la première partie, et seulement $0^m,10$ à $0^m,15$ dans la deuxième. L'ornière du côté du milieu de la route, dans une partie solide et voisine de la chaussée entretenue, avait moyennement de $0^m,04$ à $0^m,06$ de profondeur sur l'étendue de la première partie, tandis qu'elle n'avait que $0^m,03$ à $0^m,05$ dans une portion seulement de la seconde partie et beaucoup moins dans le reste.

La piste des chevaux ou l'intervalle des ornières, était aussi plus désagrégée dans les trois cents premiers mètres que dans les trois cents derniers.

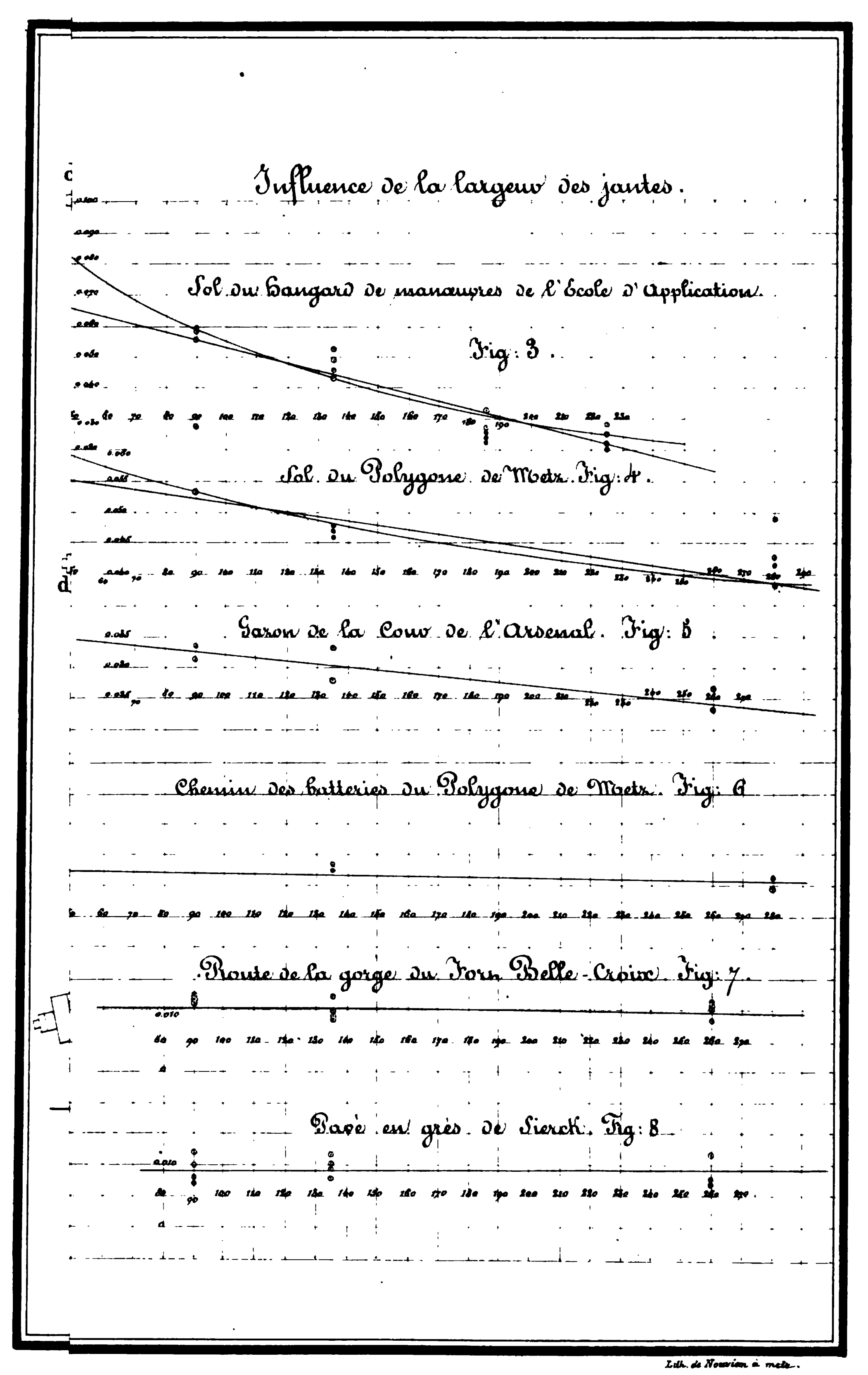
On a répété en présence des ingénieurs soussignés, les expériences rapportées au n° 23, sur les désagrégations produites par le glissement des obstacles placés devant les grandes et les petites roues. Les effets signalés dans ce numéro ont été vérifiés. On a reconnu que les petites roues poussaient et faisaient glisser en avant les cailloux de $0^m,05$ à $0^m,06$ de hauteur, et produisaient ainsi une désagrégation considérable dans le sol, sur une étendue de $0^m,08$ à $0^m,10$ dans le sens du mouvement, tandis que l'effet des grandes roues se bornait à enfoncer plus ou moins les obstacles dans le sol, sans les faire marcher en avant d'une quantité notable et surtout sans produire des effets de désagrégation apparens.

Metz, le 8 juin 1838.

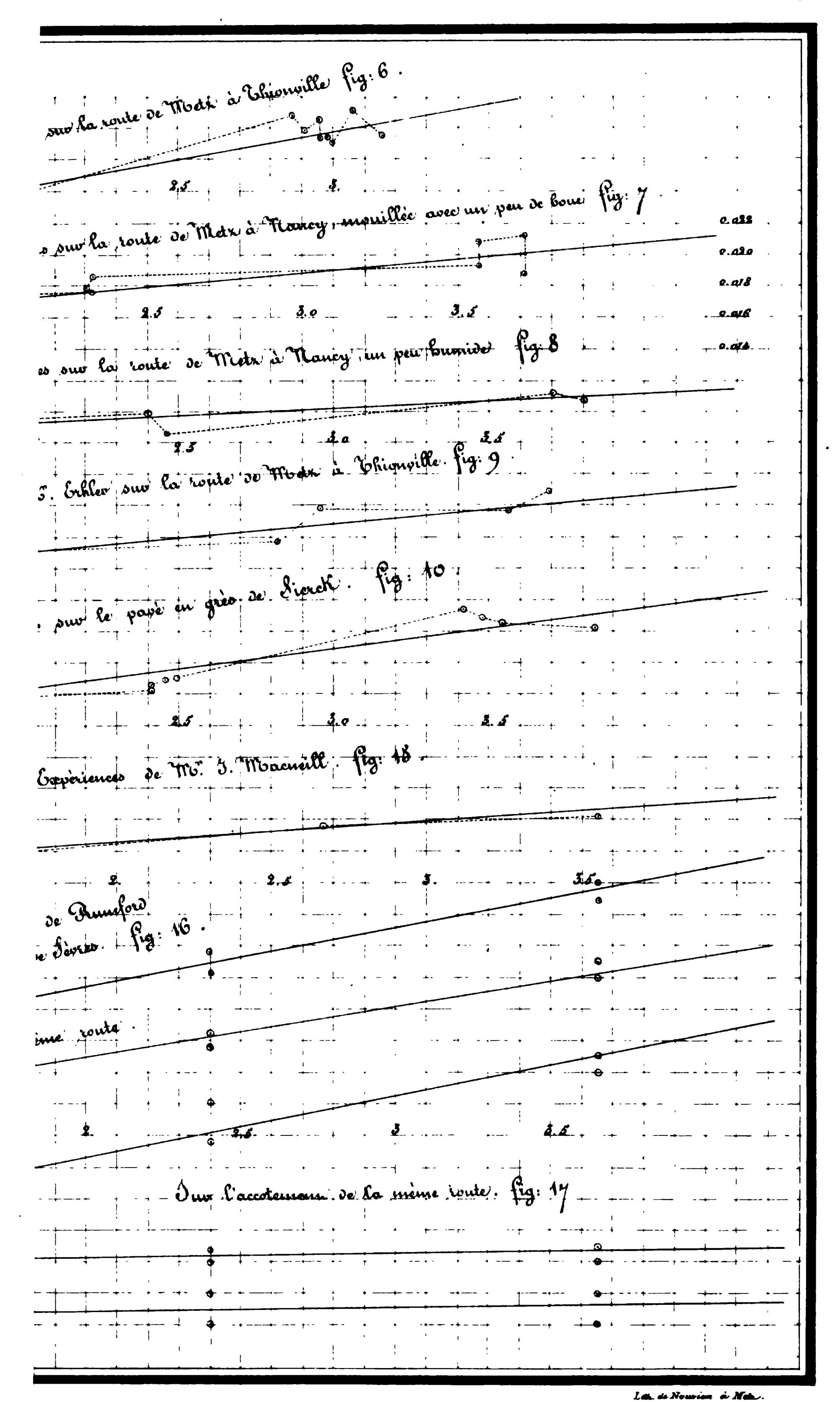
A. MORIN. | LE JOINDRE, *Ingénieur ordinaire* | LE MASSON, *Ingénieur en chef.*

TABLE DES MATIÈRES.

*



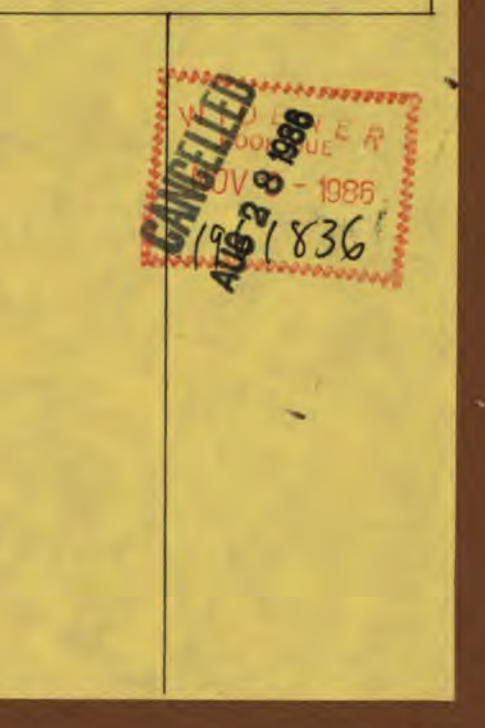
Lith. de Nouvian à Metz.



Lith. de Nouvian à Metz.

ERRATA.

Pag.	Lig.	Au lieu de	Lisez
22	7	$s \cos\alpha$	$s \sin\alpha$
23	15	$s \cos\alpha$	$s \sin\alpha$
37	dernière ligne	par la fixation	pour la fixation
38	6	qu'il ne serait permis	qu'il ne serait point permis
38	14 en remontant	contenues dans le tableau	contenues dans les tableaux précédens
39	3	animés et toutes	animés et à toutes
57	8 en remontant	un peu humide,	un peu humides,
67	11 en remontant	$R = \frac{P+p}{r} = A\frac{P_1}{r}$,	$R = A\frac{P+p}{r} = A\frac{P_1}{r}$,
94	1re colonne	Idem.	Même route sèche.
94	5me colonne	Affûts de charrettes	Affûts et charrettes


CANCELLED
AUG 2 8 1986
NOV 8 - 1986
1836

